

波导表面电极的电场分布

吴永健 许政权

(上海交通大学应用物理系, 上海 200030)

提要 本文给出了波导表面平行电极的电场分布的两种理论计算方法, 并给出了数值计算结果, 最后比较了保角变换法和静电场近似法的优缺点。

关键词 电场分布, 保角变换, 静电场近似

Distribution of electric field in waveguide covered with planar electrodes

Wu Yongjian, Xu Zhengquan

(Department of Applied Physics, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030)

Abstract This paper presents two theoretical methods for calculating the distribution of electric field in the waveguide covered with planar electrodes. The numerical results are also given, and the two methods are compared.

Key words electric field distribution, conformal mapping, static field approximation

1 引言

在波导器件(如定向耦合器、模式转换器)的电光调制中,我们都希望以较小的调制电压来获得所要求的效果。由此我们希望通过波导表面电极电场分布的计算,在理论上找到一种合理的电极尺寸设计方案,使电极电场与被调制的光波电场重叠积分 Γ 最大。

本文的计算结果在电极趋向无限宽时与参考文献[2]中的结果一致。文中给出的静电场近似法可以无须经过复杂的数学变换而方便地得出电场分布,两种计算结果吻合相当好。

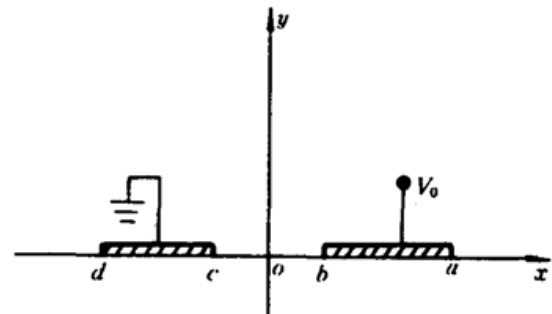


Fig. 1 Cross section of electrodes on surface of waveguide

2 理论计算方法

我们所计算的电极截面如图 1 所示。

设电极沿 x 轴排列,其尺寸由四个参数 a, b, c, d 确定,所加电压为 V_0 。

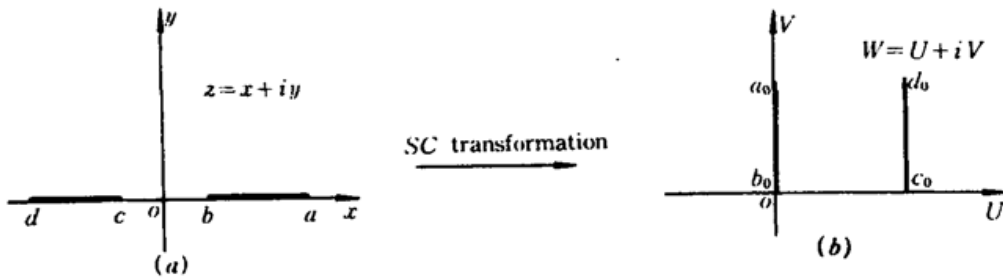


Fig. 2

(a) Cross section electrodes in $x-y$ plane; (b) Cross section of electrodes in $U-V$ plane after conformal mapping

首先采用保角变换法来计算。在如图 2(a) 所示的 z 平面上, 我们可通过求解泊松方程来得到电势分布, 进而获得电场分布。电势 $\phi(x, y)$ 满足下面方程组

$$\begin{cases} \epsilon_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \epsilon_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 & (y < 0) \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 & (y > 0) \end{cases}$$

ϵ_x, ϵ_y 是 LiNbO_3 晶体介电张量的矩阵元。但求解上述方程组比较困难, 一般采用保角变换法, 利用 Schwarz-Christoffel 变换以后, 把图 2(a) 的 z 平面的上半平面变换为图 2(b) 所示 W 平面上的四角形区域 $a_0b_0c_0d_0$, 变换关系为

$$W = \int_{z_1}^z \frac{[(a-c)(b-d)]^{1/2}}{(z-a)^{1/2}(z-b)^{1/2}(z-c)^{1/2}(z-d)^{1/2}} dz = \int_{z_1}^z \left(\frac{dw}{dz} \right) dz$$

式中, $z = x + i \sqrt{\epsilon_x/\epsilon_y}y$; $w = U + iV$ 。 z 平面上 a, b, c, d 分别对应 a_0, b_0, c_0, d_0 。

设 $k = \left[\frac{(b-c)(a-d)}{(a-c)(b-d)} \right]^{1/2}$; $k' = \left[\frac{(a-b)(c-d)}{(a-c)(b-d)} \right]^{1/2}$

那么, 在 W 平面上 $\overline{a_0b_0} = 2K(k') = 2F(\pi/2, k')$; $\overline{b_0c_0} = 2F(\pi/2, k) = 2K(k)$ 。式中 $F(\phi, k)$ 为第一类标准椭圆积分。

在 W 平面中的电势分布相当简单: $\phi(U, V) = V_0(1 - U/\overline{b_0c_0})$, 电场强度为

$$E_x = -\frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{V_0}{\overline{b_0c_0}} \text{Re} \left(\frac{dW}{dz} \right); \quad E_y = -\frac{\partial \phi}{\partial y} = -\sqrt{\frac{\epsilon_x}{\epsilon_y}} \frac{V_0}{\overline{b_0c_0}} \text{Im} \left(\frac{dW}{dz} \right)$$

现在电场分布的问题完全归结于求变换表达式

$$\frac{dW}{dz} = \frac{[(a-c)(b-d)]^{1/2}}{(z-a)^{1/2}(z-b)^{1/2}(z-c)^{1/2}(z-d)^{1/2}}$$

的实部和虚部了。

如果我们要调制的导模场是 TE 模, 那么我们只需了解电极电场的 E_x 分量。在对称电场情况下, 即 $d = -a$ 和 $c = -b$ 。我们可以得到随 y 变化的 $E_x(y)$ 在 $x = 0$ 平面上的场分布表达式

$$E_x = \frac{V_0}{\overline{b_0c_0}} \cdot \frac{a-b}{(y^2+a^2)^{1/2}(y^2+b^2)^{1/2}}$$

其次可采用静电学近似法来计算, 由于波导电极是集总参数分布的, 所以可近似为求解静电场问题。电极示意如图 3 所示, 认为电极表面电荷密度为 λ 。可以求解任意一点 $P(x, y)$ 的电场强度。 P 点的电场强度为由 ab 极板和 cd 极板产生的电场强度矢量和:

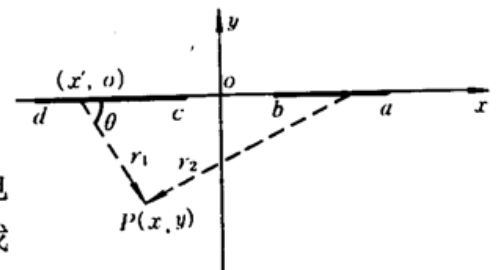


Fig. 3 Calculated picture of electric field intensity using static approximation method

$$E_x = E_x^{ab} + E_x^{cd} = \frac{\lambda}{2\pi(\epsilon + \epsilon_0)} \left\{ \ln \frac{[(x-a)^2 + y^2][(x-c)^2 + y^2]}{[(x-b)^2 + y^2][(x-d)^2 + y^2]} \right\}$$

$$E_y = |E_y^{ab}| - |E_y^{cd}| = \frac{\lambda}{\pi(\epsilon + \epsilon_0) \cdot y} \left\{ \left| \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{|x-d|}}{y} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{|x-c|}}{y} \right) \right| \right. \\ \left. - \left| \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{|a-x|}}{y} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{|b-x|}}{y} \right) \right| \right\}$$

如此得到的电场分布 E_x, E_y 中含有一待定系数 λ , 但如果我们仅想了解电场重迭积分 Γ , 那么 λ 的不确定对于我们所要解决的问题来说并不重要。

2 计算结果及分析

首先我们对保角变换法导出的公式进行数值计算, 并作出 $E_x(y) \sim y$ 曲线。取 $V_0 = 5.2 \text{ V}$, 并分别在 (1) $a = 30 \mu\text{m}, b = 6 \mu\text{m}$; (2) $a = 20 \mu\text{m}, b = 6 \mu\text{m}$; (3) $a = 10 \mu\text{m}, b = 6 \mu\text{m}$ 条件下作图, 如图 4 所示。可以看出三种情况下 $E_x(y) \sim y$ 都呈单调下降。但在不同宽度下, 电场强度大小及变化情况都不同。随着电极加宽, 其调制电场强度越来越大。 $a = 30 \mu\text{m}, b = 6 \mu\text{m}$ 的一组电场比 $a = 10 \mu\text{m}, b = 6 \mu\text{m}$ 的一组大一倍多。而且 $E_x(y)$ 随 y 的变化也越来越平坦。

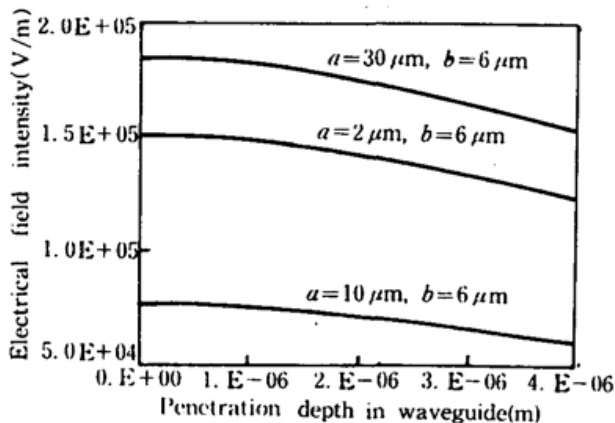


Fig. 4 Variance of electric field intensity with depth within the waveguide of three types of electrodes calculated by static field approximation

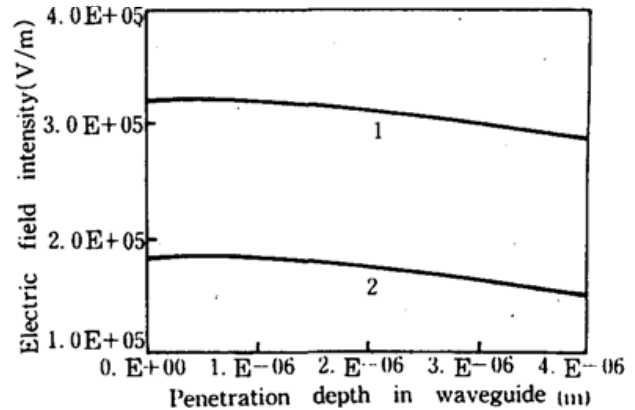


Fig. 5 Comparison of results calculated by static field approximation and conformal mapping
(1) Results calculated by static field approximation;
(2) Results calculated by conformal mapping

运用静电场近似法计算得到的电场分布 $E_x(y) \sim y$ 和用保角变换法计算的曲线同时在图 5 中给出。显而易见, 两种计算方法获得的结果仅相差一归一化常数, 而分布形状完全一致。关于平行电极电场分布的计算 D. Marcuse^[1] 得到的电场分布为 $E_x(y) = V_0/\pi(a^2 + y^2)^{1/2}$ 是本文中 $E_x(y)$ 在 $b \rightarrow \infty$ 时的极限情况。而且本文计算结果也与该文中一致。但是我们在设计电极时无须使电极非常宽, 只要电极具有一定宽度, 在波导区的 E_x 就可以近似为匀强电场。

上面这一部分的计算分析适用于在电光调制中, 把电极电场近似为匀强电场的条件。下面我们将讨论电光调制 TM 模情况下, 电极形状在电场分量 $E_y|x, y|$ 的分布的影响。

对 TM 模进行调制的两种典型的电极布置如图 6(a) 所示的非对称结构和如图 6(b) 所示的对称结构。在采用静电学近似的方法下, 非对称电极的电场分布为

$$E_y^{AS}(x, y) = \frac{\lambda}{\pi(\epsilon + \epsilon_0)} \cdot y \left\{ \left| \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{\sqrt{|x+a|}}{y} \right| - \left| \tan^{-1} \frac{\sqrt{|a-x|}}{y} - \tan^{-1} \frac{\sqrt{|b-x|}}{y} \right| \right\}$$

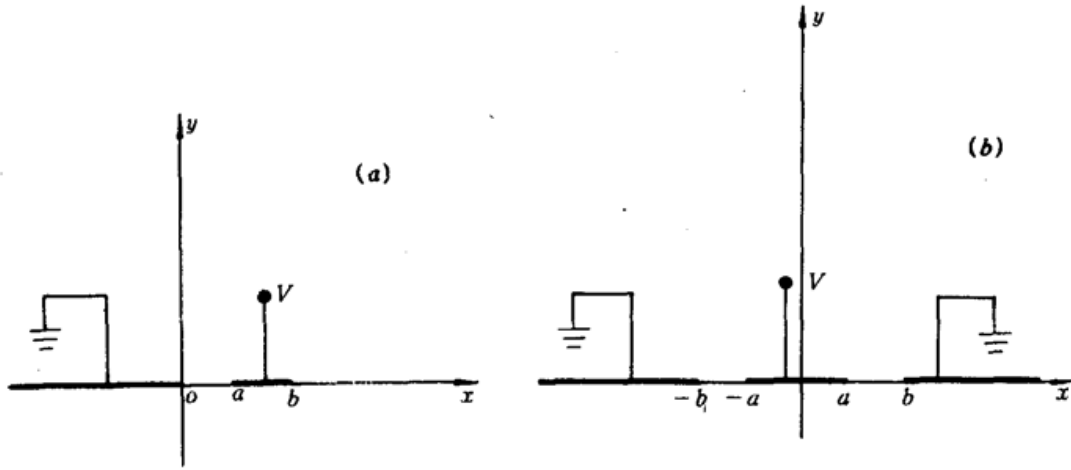


Fig. 6

(a) Distribution of asymmetric stripe line electrode; (b) electrode distribution of symmetric stripe line

对称电极的电极分布为

$$E_y^S(x,y) = \frac{\lambda}{\pi(\epsilon + \epsilon_0)} \cdot y \left\{ \left| \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{\sqrt{|x+b|}}{y} \right| + \left| \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{\sqrt{|x-b|}}{y} \right| - \left| \tan^{-1} \frac{\sqrt{|a-x|}}{y} - \tan^{-1} \frac{\sqrt{|a+x|}}{y} \right| \right\}$$

对 $E_y^{AS}(x,y)$ 进行数值计算,取 $y = 1 \mu\text{m}$, $a = 5 \mu\text{m}$, $b = 11 \mu\text{m}$, 计算结果 $E_y^{AS}(x)$ 分布如图 7 所示。可见条电极下的电场强度大于接地电极下的值,大约为 2 倍。

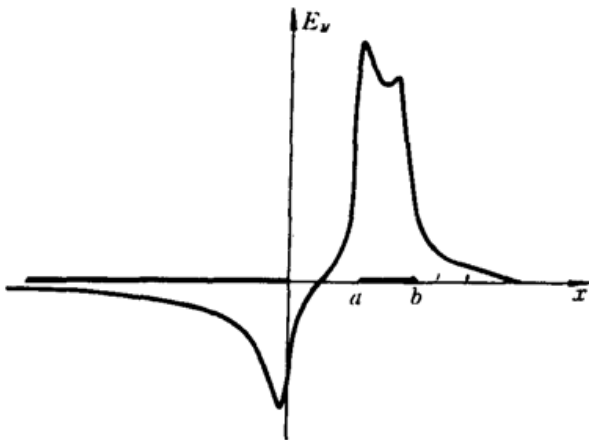


Fig. 7 Electric intensity of asymmetric stripe line within the waveguide

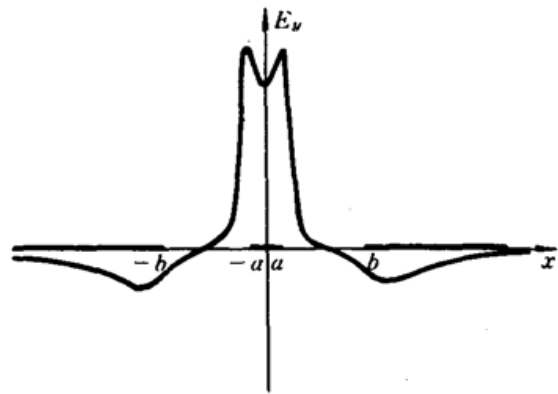


Fig. 8 The electric intensity of symmetric stripe line within the waveguide

对 $E_y^S(x,y)$ 进行数值计算,取 $y = 1 \mu\text{m}$, $a = 2 \mu\text{m}$, $b = 17.5 \mu\text{m}$, 计算结果 $E_y^S(x)$ 分布如图 8 所示。也可以看出条电极下的电场强度大于接地电极下的值,大约为 4 倍。

由此我们看出电极的形状在 TM 模的电光调制中起着相当大的作用。而我们在实际的电光调制中,设计电极的形状将十分重要。在上面的分析中,明显可以看出,对称电极布置的半波电压仅为非对称布置的一半。

电光调制中的电极设计的最新的例子是双模式的干涉型调制开关—BOA 结构。BOA 结构比传统的方向耦合器有更多的优点:前者对工艺偏差的影响不敏感,而且串活的影响也显然比后者小^[3]。其结构如图 9 所示。中间部分的波导长 10.5 mm,宽 10.5 μm ,上面覆盖上电极后就是一个 BOA 结构调制开关。

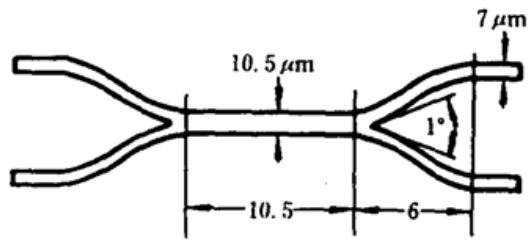


Fig. 9 Waveguide structure of the two-mode-interference switch

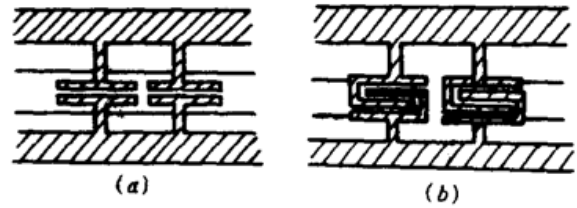


Fig. 10 Two kinds of electrodes on the wave-guide section :
(a) two-electrode structure;
(b) four-electrode structure

电极的布置可如图 10(a), (b) 两种。两种电极调制的半波电压是不相同的。我们利用静电场模拟法作一个简单估算。在图 10(a) 情况中取电极宽度为 $4 \mu\text{m}$, 间隔 $3 \mu\text{m}$ 。对于波长为 $1.3 \mu\text{m}$ 的导波光, 可算得半波调制电压为 5.12 V 。在图 10(b) 情况中取电极宽度为 $4 \mu\text{m}$, 间隔 $3 \mu\text{m}$, 对波长为 $1.3 \mu\text{m}$ 的导波光, 其半波电压为 4.08 V 。计算结果与文献[4]中报道的实验结果吻合得相当好, 实验中半波电压分别为 5.18 V 和 4.21 V 。

参 考 文 献

- 1 D. Marcuse, *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-11**(9), 759~767(1975)
- 2 Hiroshi Nishihqra, Masamitu Haruna *et al.*, *Optoelectronics-devices and Technologies*, **2**(2), 227~291(1987)
- 3 Neyer, A., Mevenkamp, W. Ctyrok y, J., *Integrated optical circuit engineering* ■, *Proc. SPIE*, 651, 169~176(1986)
- 4 Ctyrok y, J., *J. Opt. Commun.*, **7**, 139(1986)