

# 掺铒光纤放大器的速率方程研究

陈建国 武 岚 卢玉村

(四川大学光电科学技术系, 成都 610064)

**提要** 在引入光场与掺杂分布的重迭因子后,对 1.48  $\mu\text{m}$  波段泵浦的掺铒光纤放大器的速率方程组进行了解析求解,并利用有关的表达式对放大器的重要特性进行了讨论和分析。

**关键词** 掺铒光纤放大器,速率方程组

## Studies on rate equation of erbium-doped fiber amplifiers

*Chen Jianguo, Wu Lan, Lu Yuchun*

(Sichuan University, Chengdu 610064)

**Abstract** After introducing the overlapping factors between the (pump and signal) light intensities and the erbium dopant distributions inside the fiber core, analytical solutions have been derived for rate equations appropriate to 1.48  $\mu\text{m}$  pumped erbium-doped amplifiers. Using the deduced expressions, important features characterizing the amplifiers have been analysed and discussed.

**Key words** erbium-doped fiber amplifier, rate equation

## 1 引言

运行在 1.55  $\mu\text{m}$  波段的掺铒光纤放大器(EDFA)具有许多优点,如:增益高、饱和功率大、对偏振不灵敏等等,因而自 1987 年公开报道以来,对它的研究迅速地变成了相关领域中的一大热门<sup>[1~3]</sup>。

通过几年的努力,已经找到了效率较高的泵浦波段:980 nm 和 1480 nm 波段。在这两个泵浦波段下,激发态的吸收可以忽略<sup>[2]</sup>。与此同时,相应的半导体激光器泵浦源的制造也日趋成熟。不久前,文献中也报道了作为实用器件的光纤放大器<sup>[3]</sup>。

除了实验研究外,人们对 EDFA 还进行了大量的理论研究,主要是计算机数字求解。相比较而言,在寻求解析描述方面的工作还做得不多。本文报道 1.48  $\mu\text{m}$  波段泵浦的 EDFA 的速率方程组解析求解的结果,并利用解析式对放大器的某些重要特性进行讨论。

## 2 理论处理

在用 1.48  $\mu\text{m}$  波段的光泵浦时,EDFA 可用二能级粒子与双波长光场相互作用来描述。设光线沿  $z$  方向传播,用  $p$  和  $s$  分别标记泵浦光和信号光,比照文献[6],速率方程组可写成为

$$d\Psi/dz = [\theta(p)n - \sigma_a(p)n_0]\Psi \quad (1)$$

$$d\Phi/dz = [\theta(s)n - \sigma_a(s)n_0]\Phi \quad (2)$$

$$n/(u\tau) = [\sigma_a(p)n_0 - \theta(p)]\Psi + [\sigma_a(s)n_0 - \theta(s)]\Phi \quad (3)$$

其中

$$\theta(p,s) = \sigma_a(p,s) + \sigma_e(p,s) \quad (4)$$

在上边诸式中, $\Psi$  和  $\Phi$  分别表示泵浦光和信号光的光子数密度, $n$  是上能级粒子数密度, $n_0$  为铒掺杂浓度, $\tau$  是上能级寿命, $u$  是介质中的光速, $\sigma_a$  和  $\sigma_e$  分别是吸收和发射截面(括号内的  $p$  和  $s$  分别表示泵浦光和信号光),光纤损耗忽略。

在光纤中,光场可写成描述场横向分布与纵向变化的两个函数之积<sup>[4]</sup>,即

$$\Psi = F(z)H_p(r,\phi) \quad (5a)$$

$$\Phi = S(z)H_s(r,\phi) \quad (5b)$$

其中  $H_{p,s}(r,\phi)$  是归一化函数。类似地,粒子数分布也可写成

$$n_0 = N_0(z)I(r,\phi) \quad (5c)$$

式中  $I(r,\phi)$  为归一化的掺杂(横向)分布函数。对于优良的光纤,可以认为  $n_0$  是一个常量。

把(5)式代入(1)~(3)式,沿横向作积分,考虑到铒掺杂只分布在半径为  $a$  的纤芯内,可得

$$dF(z)/dz = [\bar{\theta}(p)N(z) - \bar{\sigma}_a(p)N_0]F \quad (6)$$

$$dS(z)/dz = [\bar{\theta}(s)N(z) - \bar{\sigma}_a(s)N_0]S \quad (7)$$

$$N/(u\tau) = [\bar{\sigma}_a(p)N_0 - \bar{\theta}(p)N]F + [\bar{\sigma}_a(s)N_0 - \bar{\theta}(s)N]S \quad (8)$$

其中

$$\bar{\sigma}_{a,e}(p) = \Gamma_p\sigma_{a,e}(p) \quad (9a)$$

$$\bar{\sigma}_{a,e}(s) = \Gamma_s\sigma_{a,e}(s) \quad (9b)$$

$$\bar{\theta}(p,s) = \bar{\sigma}_a(p,s) + \bar{\sigma}_e(p,s) \quad (9c)$$

上边式子中  $\Gamma_{p,s}$  分别是泵浦光和信号光与铒掺杂的重迭因子,它与半导体激光器采用的限制因子类似,其定义为

$$\Gamma_{p,s} = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^a H_{p,s}(r,\phi)I(r,\phi)rdr \quad (10)$$

对速率方程组沿  $z$  方向积分可以导出

$$\begin{aligned} J &\equiv \{\ln[F(z)/F(0)] + \bar{\sigma}_a(p)N_0z\}/\bar{\theta}(p) \\ &= \{\ln[S(z)/S(0)] + \bar{\sigma}_a(s)N_0z\}/\bar{\theta}(s) \end{aligned} \quad (11)$$

上式中, $F(0)$  和  $S(0)$  分别为输入端泵浦光信号光的光子数密度。(11)式是一个关于泵浦光和信号光的对称方程,确定光场中究竟哪一个是泵浦光,哪一个是信号光的关键参量是各个截面  $\bar{\sigma}$  的值。同时,由(6)~(8)三式求和可得

$$[S(z) - S(0)] + [F(z) - F(0)] = -J/(u\tau) \quad (12)$$

$$\text{令} \quad \gamma = \bar{\theta}(p)/\bar{\sigma}(s) \quad (13a)$$

$$\delta = \gamma\bar{\sigma}_a(s) - \bar{\sigma}_a(p) \quad (13b)$$

可由(11)~(13)式导出

$$[G(z)]^{\gamma} \exp(\delta N_0 z) = 1 - \frac{S(0)}{F(0)}(G - 1) - \frac{\ln G + \bar{\sigma}_a(s) N_0 z}{u\tau\bar{\theta}(s)F(0)} \quad (14)$$

其中信号的放大倍数  $G$  (若用 dB 数来表示时,称为增益)定义为

$$G(z) = S(z)/S(0) \quad (15)$$

(14)式就是增益的隐函数形式的解析解。

### 3 结果讨论

(14)式是对任意信号强度导出的,故只要舍去右端  $S(0)$  项就可求得小信号时的放大倍数。限于篇幅,下边仅就几个人们关心的问题进行讨论。

#### 3.1 泵浦阈值

在阈值  $F(th)$  泵浦下,信号通过长度为  $L$  的光纤后强度不变,由(14)式可导出

$$F(th) = \frac{\bar{\sigma}_a(s) N_0 L}{u\tau\bar{\theta}(s)[1 - \exp(\delta N_0 L)]} \quad (16)$$

对于无限短的光纤,上式变为

$$F'(th) = -\bar{\sigma}_a(s)/[u\tau\bar{\theta}(s)] \quad (17)$$

由上二式可见,EDFA 的阈值泵浦功率是与信号光强无关的。利用文献[5]给出的截面值,对掺杂为  $10^{24}/\text{m}^3$ ,纤芯面积为  $3 \times 10^{-11} \text{m}^2$ ,寿命  $\tau$  为 10 ms 的光纤放大器,如果  $\Gamma_s = \Gamma_p = 0.6$ ,可以算得在  $\lambda_s$  等于 1536 nm 和 1550 nm 两个峰值处,最低阈值泵浦功率分别为 6.55 和 4.39 mW。

#### 3.2 波长选择

综合(11)~(14)式,可以求得在阈值泵浦时有

$$F(L) = F(th)\exp(\delta N_0 L) \quad (18)$$

此处  $F(L)$  实际上正比于从 EDFA 输出端泄漏出去的泵浦光功率。为了使泵浦光起到泵浦作用,从能量守恒的角度来看,应该有部分泵浦能转化为信号的能量,因此  $F(L)$  应小于  $F(th)$ 。由于在上式中,并未限定  $L$  趋于零,故可知

$$\delta \equiv \gamma\bar{\sigma}_a(s) - \bar{\sigma}_a(p) < 0 \quad (19a)$$

考虑到(13)式后可以导出

$$\bar{\sigma}_a(p)/\bar{\sigma}_e(p) > \bar{\sigma}_a(s)/\bar{\sigma}_e(s) \quad (19b)$$

此式的物理含义:EDFA 的吸收截面与发射截面的比值在泵浦光波段应大于信号光波段,否则信号得不到放大,这是波长选择中首先要考虑的因素。我们考查了文献[5]报道的数据,对其使用的 EDFA 似乎只能用波长短一些的泵浦光才能使波长长一些的信号光获得放大。

#### 3.3 最佳光纤长度

Peroni 等人<sup>[6]</sup>指出,当信号增益的增量在输出端为零时,该光纤长度达到最佳值。显然最佳长度  $L_0$  不但与泵浦光强度而且与信号光强度都有关系。在这里,仅对小信号时的  $L_0$  进行讨论。利用(7)式,可以求得具有最佳长度的 EDFA 其输出端处的粒子数密度为

$$N(L_0) = [\bar{\sigma}_a(s)/\bar{\theta}(s)]N_0 \quad (20)$$

应该说明,上式在强信号时也适用。由(14)式和(17)式,可以求得

$$L_0 = \frac{u\tau\bar{\theta}(p)[F(0) - F'(th)] + \ln[F(0)/F'(th)]}{\bar{\sigma}_a(p)N_0} \quad (21)$$

由此式可见,泵浦功率(正比于  $F(0)$ ) 越大,最佳长度  $L_0$  也越大。

当光纤为最佳长度时,信号通过放大器后获得的放大倍数最大。此时 EDFA 的最大小信号放大倍数  $G_s(L_0)$  为

$$G_s(L_0) = \exp\{u\tau\bar{\theta}(s)[F(0) - F'(th)] - \bar{\sigma}_a(s)N_0L_0\} \quad (22)$$

该式表明,增益与被吸收的泵浦光(正比于上式指数中方括号的部分)呈线性关系,由吸收截面  $\bar{\sigma}_a(s)$  决定的项则起降低增益的作用。

对于前边第 1 节所列的光纤,在泵浦功率为 25 mW 时,算出在  $\lambda_s$  等于 1536 nm 两个波长处,最大小信号增益分别为 33.0 和 24.7 dB,最佳长度分别为 72.1 和 87.1 m。

### 3.4 其它泵浦方式

定义信号光传播方向为正方向,EDFA 亦可以反向泵浦,此时泵浦光由信号输出端耦合进放大器。此外,还可以采用双向(即信号输入和输出端均有泵浦光输入)泵浦方式。在反向泵浦时,(1)式左端需加一个负号。重复上边的推导过程,可求得此时信号的放大倍数  $G'$  满足

$$(G')^{\delta N_0 L} \exp(\delta N_0 L) = 1 - \frac{S(0)}{F(L)}(G' - 1) - \frac{\ln G' + \bar{\sigma}_a(s)N_0 L}{u\tau\bar{\theta}(s)F(L)} \quad (23)$$

此式与(14)式的差别在于(14)式中的  $F(0)$  已用  $F(L)$  取代了,而  $F(L)$  恰好就是反向泵浦方式下输入的泵浦光光子数密度。可见在不计激发态吸收(适用于 980 nm 和 1480 nm 波段泵浦的 EDFA)和自发辐射影响的情况下,反向泵浦和正向泵浦方式是等效的。在同样的泵浦功率下,信号的增益是相同的,这正是 Mörkel<sup>[7]</sup> 等人用计算机数值求解所得到的结论的解析证明。

对于双向非相干泵浦的情况,如果两束泵浦光波长相同,最终可以证明其信号增益满足一个与(14)式类似的结果,只不过(14)式中的  $F(0)$  变为  $[F(0) + F(L)]$  而已。这表明,在不计激发态吸收和自发辐射的条件下,双向泵浦与单向泵浦也是等效的。

最后,我们还想指出,上述方法作适当的小修改后,也适用于分析 980 nm 波段泵浦的 EDFA。

作者对英国 St. Andrews 大学的 Prof. W. Sibbett 以及 Dr. X. Zhu 所提供的帮助表示感谢。

### 参 考 文 献

- 1 P. Urquhart, *IEEE Proc. Pt. J.*, **135**, 385(1988)
- 2 E. Desurvire et al., *Lightwave Technol.*, **LT-8**, 1730(1990)
- 3 M. Shimizu et al., *Lightwave Technol.*, **LT-9**, 291(1991)
- 4 M. Montechi et al., *J. Opt. Soc. Am. B*, **8**, 134(1991)
- 5 M. Suyama et al., *Electr. Lett.*, **26**, 1756(1990)
- 6 M. Peroni, M. Tamburrini, *Opt. Lett.*, **15**, 842(1990)
- 7 P. R. Mörkel, R. I. Laming, *Opt. Lett.*, **14**, 1062(1989)