

# 微粒直径的相干测量精度

赖天树 项志遴

(中国科学技术大学近代物理系, 合肥 230026)

**提要** 本文采用数字分析方法研究了相干照明下摄像机的空间分辨率、数字滤波和离焦诸因素对微粒直径的测量精度的影响,提出了一种简单的判焦方法。实验结果与理论分析一致。

**关键词** 相干测量,微粒尺寸测量

## Accuracy of coherent measurement of particle diameter

*Lai Tianshu, Xiang Zhilin*

(Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026)

**Abstract** In this paper, the influences of spatial resolution of TV camera, digital filtering and defocusing on measured accuracy of diameter of a particle are studied by using digital analytical method under coherent illumination. A simple method of focusing recognition is presented. Finally, the experimental results are given and found to be consistent with the theoretical analysis.

**Key words** coherent measurement, particle size measurement

## 1 引言

由于激光的普及和数字图像处理技术的发展,微粒直径的测量已从早期的白光照明、显微放大、人工判读发展到当今的激光照明、显微放大、光强离散数字化、计算机自动判读,即相干自动测量。早期方法的测量精度受人的主观因素影响较大,因为微粒的判焦和边缘的确定均由人主观判定,所以,定量确定早期测量方法的精度是没有意义的。自动测量中,一切因素都被量化,一旦判别标准确定,可获得的测量精度就是确定的。影响自动测量精度的因素主要有离焦、摄像机的空间分辨率和图像平滑滤波处理。文献[1]对相干照明下离焦量大小对直径的测量精度的影响进行了研究,认为可允许的离焦量达0.2倍远场距。本文将考虑摄像机空间分辨率和数字滤波对离散光强的影响,在此基础上研究直径的测量精度与离焦远场数的关系。并给出一种简单的判焦方法和实验结果。

## 2 实像面上的离焦光强分布

图 1 所示为显微物镜的等效光路图。摄像机靶面位于  $I$  处,  $O'$  为  $L$  的共轭面,  $O$  为物面,  $\Delta z$  为  $O$  与  $O'$  之间的距离, 即离焦距离。

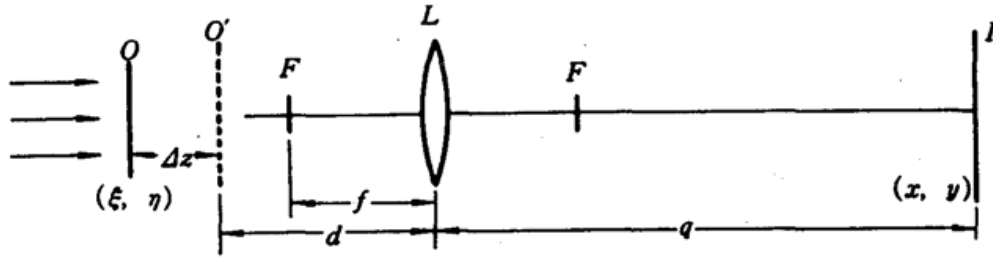


Fig. 1 The single lens equivalence schematic of objective

$F$  — focal point;  $f$  — focal length

设一半径为  $a$  的不透明圆形微粒位于  $O$  处, 由振幅为  $B$ , 波长为  $\lambda$  的准直相干光照明, 则物面  $O$  上的复振幅分布为

$$\psi(\xi, \eta) = B[1 - \text{circ}(\sqrt{\xi^2 + \eta^2}/a)] \quad (1)$$

式中  $\text{circ}(x)$  为圆函数,  $|x| > 1$  时为零, 反之为 1。

由 Huygens-Fresnel 公式和透镜的相位变换公式可导出实像面  $I$  上的光场分布为

$$\psi(r, \Delta z) = -\frac{B}{m} e^{ik(q+d+\Delta z)} e^{(ik/2fm)r^2} e^{(ikr^2/2m^2\Delta z)} \left[ e^{-(ikr^2/2m^2\Delta z)} + \frac{ik}{\Delta z} \int_0^a e^{(ik/2\Delta z)R^2} J_0\left(\frac{kr}{m\Delta z}R\right) R dR \right] \quad (2)$$

式中  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $R^2 = \xi^2 + \eta^2$ ,  $r^2 = x^2 + y^2$ ,  $m = q/d$ ,  $J_0(x)$  为零阶贝塞尔函数。

实像面上的离焦光强分布为

$$I(r, \Delta z) = |\psi(r, \Delta z)|^2 = I_0 \left\{ \left[ \cos\left(\frac{kr^2}{2m^2\Delta z}\right) - \frac{k}{\Delta z} \int_0^a \sin\left(\frac{kR^2}{2\Delta z}\right) J_0\left(\frac{kr}{m\Delta z}R\right) R dR \right]^2 + \left[ \sin\left(\frac{kr^2}{2m^2\Delta z}\right) - \frac{k}{\Delta z} \int_0^a \cos\left(\frac{kR^2}{2\Delta z}\right) J_0\left(\frac{kr}{m\Delta z}R\right) R dR \right]^2 \right\} \quad (3)$$

式中  $I_0 = B^2/m^2$ , 为实像面上的平均光强。

根据文献[1], 离焦量  $\Delta z$  不是普适量, 离焦远场数  $N$  才是普适量, 其定义为

$$N = \Delta z / [(2a)^2/\lambda] \quad (4)$$

令  $u = R/a$ ,  $v = r/ma$ , 代入(3)式得

$$I(v, N) = I_0 \left\{ \left[ \cos\left(\frac{\pi v^2}{4N}\right) - \frac{\pi}{2N} \int_0^1 \sin\left(\frac{\pi}{4N}u^2\right) J_0\left(\frac{\pi v}{2N}u\right) u du \right]^2 + \left[ \sin\left(\frac{\pi v^2}{4N}\right) - \frac{\pi}{2N} \int_0^1 \cos\left(\frac{\pi}{4N}u^2\right) J_0\left(\frac{\pi v}{2N}u\right) u du \right]^2 \right\} \quad (5)$$

显然, (5)式中不含有系统参数, 证明  $N$  是普适量。

## 3 光强分布的离散化

为了实现计算机自动测量, 必须将(5)式的光强分布转换成电信号, 并数字化, 送入计算机。目前广泛使用 CCD 摄像机来转换光学图像。由于 CCD 是由大量分离像元均匀排列而成, 而每一个像元又具有有限的尺寸, 所以 CCD 输出的电信号是离散化的。每一个像元输出的电信号大小正比于照射到该像元面上的光强总和。设像元的线度为  $e$ , 并假设光电转换系数为

1, 则离散化的光强分布为

$$i_c(j, N) = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^{\infty} I(r, Nz) \text{rect}\left(\frac{r - j\varepsilon}{\varepsilon}\right) dr = \frac{ma}{\varepsilon} \int_0^{\infty} I(r, N) \text{rect}\left(\frac{mar - j\varepsilon}{\varepsilon}\right) dr \quad (6)$$

式中  $\text{rect}(x)$  为一维矩形函数, 当  $|x| \leq 1/2$  时, 其值为 1, 反之为 0。  $i_c(j, N)$  表示离焦远场数为  $N$  时, CCD 上第  $j+1$  个像元输出的电信号。  $j = 0, 1, \dots, n$ 。

(6) 式表征的离散化电信号, 经 A/D 后输入计算机, 则可由计算机自动测量微粒直径。

#### 4 微粒直径的测量精度的数字分析

根据(6)式, 由计算机模拟出离散化的光强分布序列  $\{i_c(j, N)\}$ , 然后, 对该序列进行平滑滤波处理。本文中采用数字图像处理中广泛使用的中值滤波算法(窗口为  $1 \times 5$ ) 对该序列滤波。设中值滤波输出的序列为  $\{\bar{i}_c(j, N)\}$ , 则该序列就表示受 CCD 空间分辨率限制和数字平滑滤波处理影响后的离散光强分布。

在微粒尺寸的非相干测量中, 通常选择 50% 光强的边缘点为微粒边界。在非相干照明系统中, 系统对光强是线性的, 而相干照明系统中, 系统对振幅是线性的, 因此, 在相干测量中, 应选择 25% 光强的边缘点为边界。所以, 应在序列  $\{\bar{i}_c(j, N)\}$  中搜索满足如下条件的边缘点对

$$\bar{i}_c(j, N) \leq 0.25I_0 < \bar{i}_c(j+1, N) \quad (7)$$

则测得的微粒直径为

$$D(N) = 2r_0(N) = 2 \left\{ j\varepsilon + \frac{\varepsilon[0.25I_0 - \bar{i}_c(j, N)]}{\bar{i}_c(j+1, N) - \bar{i}_c(j, N)} \right\} \quad (8)$$

微粒直径的相对测量误差为

$$E[D(N)] = \frac{|r_0(N) - ma|}{ma} \quad (9)$$

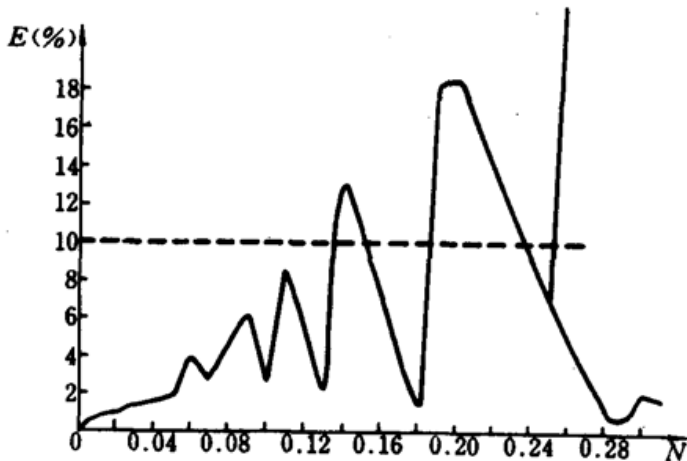


Fig. 2 The curve of coherent measurement accuracy of particle diameter versus the defocused far-field number.  $a = 30 \mu\text{m}$ ,  $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ ,  $m = 8$ ,  $\varepsilon = 11 \mu\text{m}$

图 2 给出了  $a = 30 \mu\text{m}$ ,  $m = 8$ ,  $q = 11 \mu\text{m}$  时, 直径的相对测量误差随离焦远场数  $N$  变化的曲线。显然, 测量误差随  $N$  增大而振荡。当  $N > 0.25$  时, 曲线为双支, 这对应于(7)式有双值解, 物理上对应于微粒实像变成了双衍射环。

工程测量中, 通常要求测量误差不大于 10%。从图 2 可见, 当  $N < 0.14$  时, 直径的测量误差满足这一要求, 而当  $N \geq 0.14$  时, 测量误差是不确定的, 既可能很小, 也可能很大, 因此是不可靠的。要保证测量误差不大于 10%, 应使离焦远场数  $N < 0.14$ 。

文献[1]中认为  $N$  可大到 0.2, 从图 2 可知, 此时测量误差大于 18%。该文中的结论是在未考虑摄像机有限空间分辨率和数字滤波的影响下获得的。

## 5 判 焦

为了保证微粒直径的测量精度,在自动测量之前,首先要判别微粒是否在焦平面。目前采用的自动判焦方法主要是判别微粒边缘处的灰度梯度,这种判焦方法是很严格的,并且运算量较大,上节的分析表明,相干照明下允许的离焦量远大于非相干照明下允许的离焦量。这就给相干照明下放松判焦要求提供了可能。图 3 示出了(6)式随  $N$  的变化。观察这些分布可以发现,微粒像中心的光强随  $N$  增大而增大,当  $N = 0.044$  时,中心光强刚好达到 25% 倍平均光强。基于这一特点,本文提出一种简单的中心强度判焦方法:设置 25%  $I_0$  为阈值,将图像二值化,若微粒像中心为亮斑,则判该微粒为离焦的,反之,则判为在焦的。根据图 2 可知, $N = 0.044$  时,直径的测量误差小于 2%。因此,使用上述判焦方法既能保证高的测量精度,又能减少运算量,提高自动测量的速度。

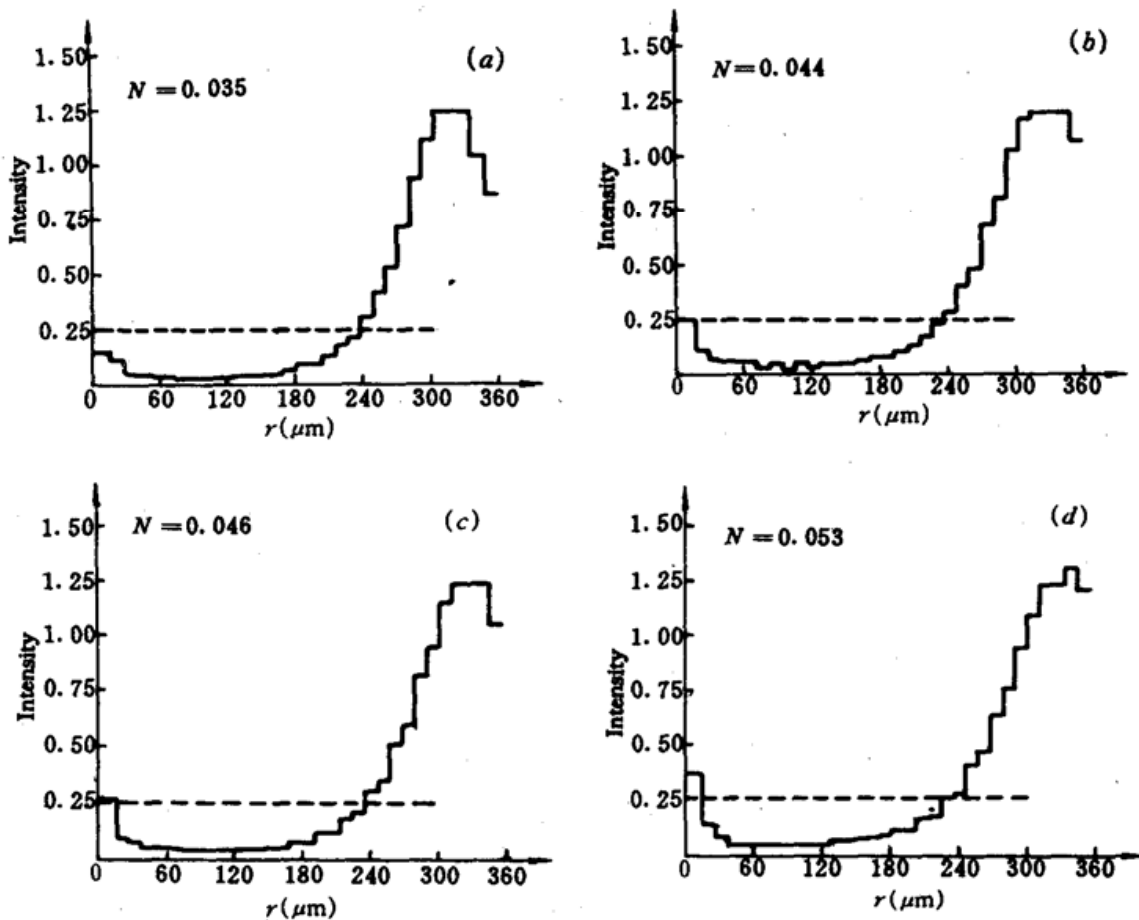


Fig. 3 The curves of intensity distribution versus defocused far-field number.

$$a = 30 \mu\text{m}, \lambda = 0.6328 \mu\text{m}, m = 8, \varepsilon = 11 \mu\text{m}$$

## 6 实 验

为了验证上两节的理论分析结论,我们进行了如下实验。将一个 16 微粒点阵的标准尺寸微粒靶置于图 1 中  $O$  处,用 He-Ne 激光照明,摄像机靶面位于图 1 中  $I$  处,图 4 中给出了不同  $Az$  值时从监视器上观察到的微粒图像。图 4(a) 中各微粒下面的数字表示该微粒的实际尺寸,单位为  $\mu\text{m}$ 。表 1 给出了直径为 59.4 和 39.0 两微粒的有关参数的测试结果。比较表 1 中直径的测量误差与根据  $N$  从图 2 查出的理论误差,发现两者基本一致。当  $N < 0.14$  时,测量误差



均小于 10%。

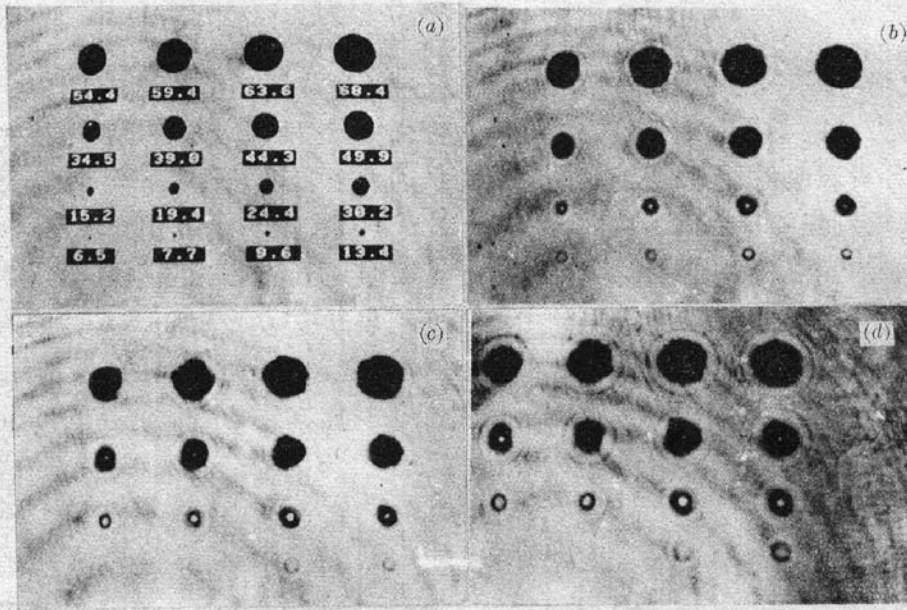


Fig. 4 The defocused photographs of standard size particles with different defocused distance under coherent illumination.

$$\lambda = 0.6328 \mu\text{m}, \epsilon \approx 11 \mu\text{m}, m \approx 8$$

(a)  $\Delta z < 0.05 \text{ mm}$ ; (b)  $\Delta z = 0.2 \text{ mm}$ ; (c)  $\Delta z = 0.3 \text{ mm}$ ; (d)  $\Delta z = 0.5 \text{ mm}$

Table 1 Experimentally measured results

(a) $\Delta z < 0.05 \text{ mm}$					(b) $\Delta z = 0.2 \text{ mm}$			
$2a (\mu\text{m})$	$De (\mu\text{m})$	$E(D) (\%)$	$N$	$CI$	$De (\mu\text{m})$	$E(D) (\%)$	$N$	$CI$
39.0	38.4	1.6	$< 0.021$	7.8	37.1	4.8	0.083	65.3
59.4	58.8	1.0	$< 0.009$	4.5	58.2	2.0	0.036	18.2
(c) $\Delta z = 0.3 \text{ mm}$					(d) $\Delta z = 0.5 \text{ mm}$			
$2a (\mu\text{m})$	$De (\mu\text{m})$	$E(D) (\%)$	$N$	$CI$	$De (\mu\text{m})$	$E(D) (\%)$	$N$	$CI$
39.0	36.9	5.3	0.125	86.3	31.8	18.5	0.208	93.5
59.4	56.7	4.5	0.054	38.5	57.1	3.8	0.090	70.8

$De$  : Measured diameter of a particle;  $CI$  : Center Intensity (%)

表 1 中的中心强度百分比是指微粒中心光强与该微粒附近背景光强之比, 这样可消除照明光强不均匀的影响。从表 1 可知, 当  $N < 0.044$  时, 中心强度比不大于 25%, 根据上节提出的判焦方法, 这种情况下微粒被判为在焦的。从表 1 可知, 在焦微粒的直径测量误差最大为 2%, 这证明了本文提出的判焦方法的可行性和可靠性。

图 4 中微粒中心亮斑直到中心光强比达 70% 才开始出现, 是由于相片的高反差所致。

本文的讨论未考虑多个微粒衍射模式的叠加效应和光噪声的影响, 因此, 本文的结论只适合于低密度微粒场和弱噪声情况。

### 参 考 文 献

- 1 B. J. Thompson, P. H. Malyak, *Proc. of SPIE*, 573, 12(1985)