



干涉型光纤水听器声压灵敏度分析

陈晓光 汤伟中 周文

(浙江大学分部 140 信箱, 杭州 310008)

Analysis of pressure sensitivity in interferometric fiber optic hydrophone

Chen Xiaoguang, Tang Weizhong, Zhou Wen

(Zhejiang University, Hangzhou 310008)

Abstract The pressure sensitivity of phase in optical fibers has been studied analytically in detail. This analysis shows that it is unreasonable solve the problem with hydrostatic model.

Key words optical fiber, interferometer, hydrophone, sensitivity

1 引言

从七十年代末以来,人们一直利用干涉型光纤传感器的高灵敏度进行微弱水声信号检测的研究^[1,2]。这一类新型水听器通过检测光纤干涉仪传感臂的声压光相位调制以实现声信号的检测。

声压引起光纤中光学特性的变化主要可归结为纤芯折射率的变化和光纤的轴向应变。目前普遍采用的分析方法是将声压作用机制简化为受均匀静压作用的光纤段,光纤“端面”给定轴向应 ϕ 扔治苍嫫木断蛭 α ,即采用静压模型(hydrostatic model)及二维平面应变结构分析^[2,3]。由后面的分析可以看到,这一简化对于该声压作用的应力应变结构均有大的变化,不足以说明该作用机制。

本文采用光纤区域应力三维结构进行了分析,接近于实际作用结构。通过适当的简化,可方便地推广到任意包层结构的分析。并指明了静压分析模型的不足。

2 基本理论和方法

基本应力模型如图1所示。这里仅考虑裸光纤的情形。由于纤芯和包层材料在单模光纤中相差很小,在应力—应变分布分析时,可视为均匀弹性圆柱,在均匀分布的表面压力(低频

声场作用下)求解光纤的应变分布,由纤芯的应变分布即可得到相应的相位变化值。由给定的“端面”轴向应力作为其边界件。在声压 P 作用下,光纤外表面及端面应力值均为 $-P$ 。

采用图 1 所示圆柱坐标系,并假定表面压力为轴对称分布,故而圆柱内的应力应变分布仅为 r, z 的函数。该问题的应力应变可表示为^[4]

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial r^2} \right) \phi \\ \sigma_\theta &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \nabla^2 - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \phi \\ \sigma_z &= \frac{\partial}{\partial z} \left[(2 - \nu) \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \phi \\ \tau_{rz} &= \frac{\partial}{\partial r} \left[(1 - \nu) \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \phi \\ u &= - \frac{1 + \nu}{E} \frac{\partial \phi}{\partial r \partial z} \\ \omega &= \frac{1 + \nu}{E} \left[(1 - 2\nu) \nabla^2 + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right] \phi\end{aligned}\quad (1)$$

其中 $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$ 分别为径向、切向、轴向应力分量, τ_{rz} 为剪应力分量, u, ω 分别为径向和轴向位移, ν 为泊松比, E 为杨氏模量应力函数, ϕ 满足

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) = \nabla^2 \nabla^2 \phi = \nabla^4 \phi = 0 \quad (2)$$

由于纤芯很细,而作用区域较长,如图问题可以局部求解。考虑边界条件 $\sigma_r = -1, (z > 0), \sigma_r = 0, (z < 0)$ 的情形

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial r^2} \right) \phi = \begin{cases} -1, & z > 0 \\ 0, & z < 0 \end{cases} \quad r = a \\ \tau_{rz} &= \frac{\partial}{\partial r} \left[(1 - \nu) \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \phi = 0 \quad r = a\end{aligned}\quad (3)$$

利用积分变换

$$\begin{aligned}\bar{\phi} &= \int_{-\infty}^{\infty} \phi e^{jkz} dz \\ \Rightarrow \bar{\nabla}^4 \bar{\phi} &= 0\end{aligned}\quad (4)$$

其中 $\bar{\nabla}^2 = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - k^2$, 相应的边界条件化为

$$\begin{cases} \left(\nu \bar{\nabla}^2 - \frac{d^2}{dr^2} \right) \bar{\phi} = \frac{1}{k^2} & r = a \\ \frac{d}{dr} \left[(1 - \nu) \bar{\nabla}^2 + k^2 \right] \bar{\phi} = 0 & r = a \end{cases}\quad (5)$$

考虑到 $r = 0$ 的有限性, (4) 式的解为

$$\bar{\phi} = A I_0(\rho) + B \rho I_1(\rho)$$

其中 $\rho = kr$, 代入边界条件, 可得

$$A = \frac{\alpha}{k^4 D(\alpha)} [2(1 - \nu) I_1(\alpha) + \alpha I_0(\alpha)]$$

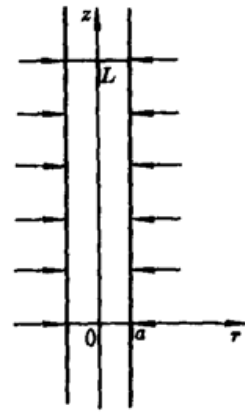


Fig. 1 Basic stress model

$$B = -\frac{\alpha}{k^4 D(\alpha)} I_1(\alpha) \tag{6}$$

其中

$$D(\alpha) = [\alpha^2 + 2(1 - \nu)] I_1^2(\alpha) - \alpha^2 I_0^2(\alpha)$$

$$\alpha = ka$$

利用(1)式可给出相应的 $\bar{\sigma}_r, \bar{\sigma}_\theta, \bar{\sigma}_z, \bar{\tau}_{rz}, \bar{u}, \bar{\omega}$, (4)式的逆变换为

$$\phi = \frac{1}{2\pi} \int_{i\epsilon - \infty}^{i\epsilon + \infty} \bar{\phi} e^{-z k} dk \quad (r > 0) \tag{7}$$

该项积分等于实轴上 $-\infty$ 到 ∞ 的积分减去 $k=0$ 的留数,这样可以推出($x = ka$)

$$\sigma_r = -\frac{1}{2} + \frac{a}{\pi r} \int_0^\infty \left\{ \frac{r}{a} x^2 I_0(x) I_0\left(\frac{r}{a} x\right) + \frac{r}{a} x I_0\left(\frac{r}{a} x\right) I_1(x) - x I_0(x) I_1\left(\frac{r}{a} x\right) - \left[\frac{r^2}{a^2} x^2 + 2(1 - \nu) \right] I_1(x) I_1\left(\frac{r}{a} x\right) \right\} \frac{\sin(z/a)x}{D(x)} \frac{dx}{x}$$

$$\sigma_z = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left[2I_0\left(\frac{r}{a} x\right) + \frac{r}{a} x I_1(x) I_1\left(\frac{r}{a} x\right) - x I_0(x) I_0\left(\frac{r}{a} x\right) \right] \frac{\sin(z/a)x}{D(x)} dx$$

$$e_r = -\frac{1 - \nu}{2E} + \frac{1 + \nu}{\pi E} \int_0^\infty \left[x I_0(x) I_1\left(\frac{r}{a} x\right) - I_0\left(\frac{r}{a} x\right) I_1(x) - \frac{r}{a} x I_1\left(\frac{r}{a} x\right) I_1(x) + 2(1 - \nu) I_1(x) I_1\left(\frac{r}{a} x\right) \right] \frac{\sin(z/a)x}{D(x)} dx$$

$$e_z = \frac{\nu}{E} - \frac{1 + \nu}{\pi E} \int_0^\infty \left[x I_0(x) I_0\left(\frac{r}{a} x\right) - \frac{r}{a} x I_1(x) I_1\left(\frac{r}{a} x\right) - 2(1 - \nu) I_0\left(\frac{r}{a} x\right) I_1(x) \right] \frac{\sin(z/a)x}{D(x)} dx$$

$$D(x) = [x^2 + 2(1 - \nu)] I_1^2(x) - x^2 I_0^2(x) \tag{8}$$

其中 $e_r = (\partial u)/(\partial r), e_z = (\partial \omega)/(\partial z)$ 分别为径向和轴向应变。

3 应力应变分布

根据(8)式可以分别计算出应变 e_r, e_z 分布及应力 σ_r, σ_z 分布图。图2给出了对不同 r 的 σ_r, σ_z 的纵向分布图。受压端段的稳态分布为 $\sigma_r = -p, \sigma_z = 0$,应力仅在“端面”附近有变化,按HM的假定,平面应力模型下纤芯的 σ_z, σ_r 为常量,由给定的边界条件可以得到 $\sigma_r = -p, \sigma_z = -p$,这一应力结构与实际情况大相径庭。

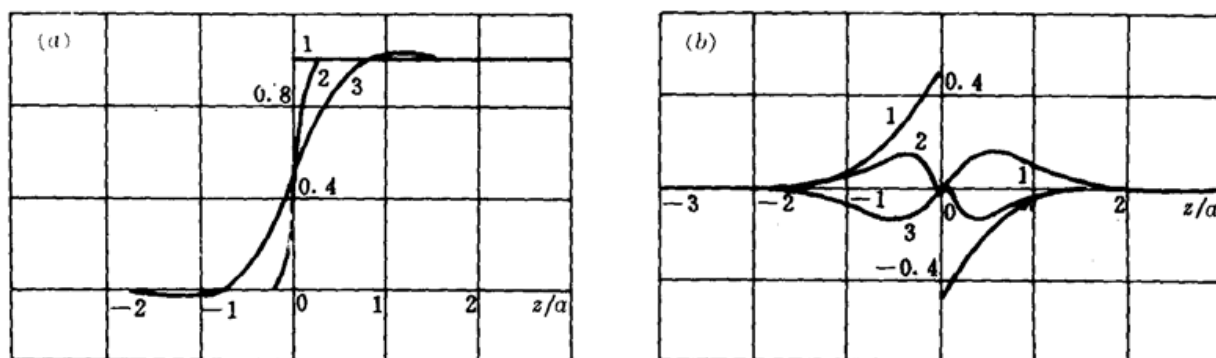


Fig. 2 Stress distribution

(a) radial stress; (b) axial stress (1. $r = a$, 2. $r = 0.9a$, 3. $r = 0$)

由图3的应变分布可以进一步看出这一区别,在图1所示的条件下,可以预期 $e_z > 0$,而 $e_r < 0$,然而HM给出结果正好相反,虽然通过适当改变“端面”轴向应力值可以得到一个近乎图

2 的应变分布,但这样做的理由是不充分的。

R. Hughes 等人^[5]虽然对静压模型进行测试,但其结构与声传感机制是有所区别的,特别是边界条件,此外干涉仪检测所关注的是应变绝对值的变化,忽视了静压模型对问题应变结构的改变。

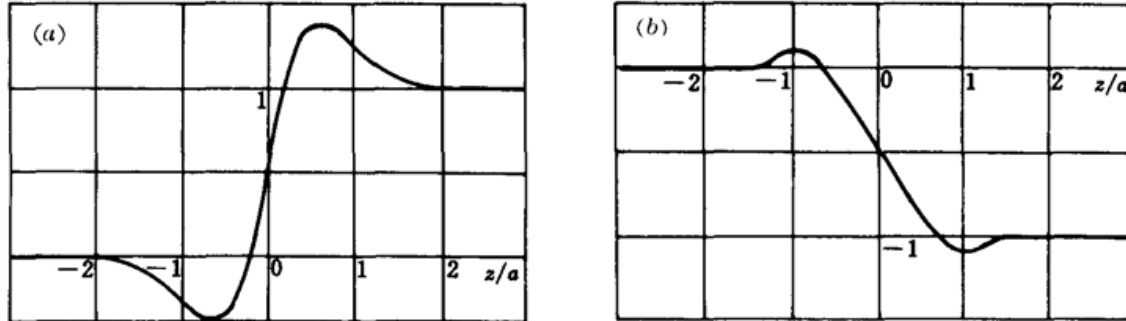


Fig. 3 Strain distribution

(a) axial strain; (b) radial strain. The steady state value for these is 4.66×10^{-13} , and -11.34×10^{-13} respectively

4 声压的相位灵敏度

光纤在外界声压作用下,其折射率 n 和长度 l 发生变化,从而引起光纤中传输光的相位 ϕ 产生 $\Delta\phi$ 的变化:

$$\frac{\Delta\phi}{\phi} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta n}{n}$$

$\Delta l/l = e_z$, 折射率的变化 $\Delta n/n$ 可根据光弹效应计算^[6]:

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_{ij} = P_{ijkl}\epsilon_{kl}$$

推得相位变化式为

$$\frac{\Delta\phi}{\phi} = \frac{1}{l} \left\{ \int_0^l e_z dz - \frac{n^2}{2} \left[2(P_{11} - P_{44}) \int_0^l e_r dz + (P_{11} - 2P_{44}) \int_0^l e_z dz \right] \right\}$$

芯径 $\phi 2.5 \sim 4 \mu\text{m}$, 包层为 $40 \mu\text{m}$ 的单模光纤,应力应变分析时近似为 $\phi 40 \mu\text{m}$ 的均匀受压圆柱体,其计算结果和测试值为:杨氏模量: $7.3 \times 10^{11} \text{ dynes/cm}^2$;泊松比: 0.1702;Pockels 系数: $P_{11} = 0.1254, P_{44} = -0.0718$; $\Delta\phi/\phi$: 8.1×10^{-13} ; 测试值^[6]: $8.0 \pm 0.3 \times 10^{-13}$; HM: -2.65×10^{-13} 。

参 考 文 献

- 1 J. A. Bucaro et al., *J. Acoust. Soc. Am.*, **62**, 1302(1977)
- 2 T. G. Giallorenzi et al., *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-18**, 626~665(1982)
- 3 B. Budianski et al., *Appl. Opt.*, **18**, 4085(1979)
- 4 S. P. Timoshenko, T. Goodier, *Theory of Elasticity*, McGraw-Hill, New York, 1970, Chapter 4
- 5 R. Hughes, J. Tarzynski, *Appl. Opt.*, **19**, 98~107(1980)
- 6 J. A. Bucaro, T. R. Hickman, *Appl. Opt.*, **18**, 938(1979)