

激光多普勒测量皮肤血流的 Monte Carlo 模拟*

李 鹏 马世宁 刘 迎

(天津大学物理系, 天津 300072)

摘要 本文根据皮肤的双层模型,分别用两种相位函数给出光子与红血球碰撞的散射角,利用 Monte Carlo 方法得出探测到的光子强度分布、光子数按频移的分布,以及总频移和平均频移与红血球浓度的关系。发现在低浓度时总频移与浓度呈线性,指出频移的强度涨落的一阶矩和带权重的一阶矩在低浓度时反映红血球的平均速率而在高浓度时反映均方根速率。

关键词 激光多普勒, Monte Carlo 法, 血流速率

Monte Carlo simulation of LDV of skin blood flow

Li Peng, Ma Shining, Liu Ying

(Physics Department, Tianjin University, Tianjin 300072)

Abstract Light propagation in two-layered skin mode was simulated with Monte Carlo calculation using two different phase functions to give the photon-RBC (red blood cell) scattering angles for comparison. Results include: the intensity distribution of detected photons, the dependence of photon number on frequency shift, the dependence of total frequency shift and mean frequency shift on RBC concentration. The results show that the linear dependence of total frequency shift on RBC concentration is valid only when the concentration is low. At low concentration the first moment \bar{f} and the first weighted moment (Δf), of the spectral power density of intensity fluctuation reflect RBC's mean velocity while at high concentration they reflect RMS (root-mean square) velocity.

Key words LDV, Monte Carlo simulation, velocity of blood flow

1 引 言

激光照射皮肤组织,从背散射光的谱分量可以得出皮肤血流的信息。Jentink^[1]等人首先模

收稿日期: 1991年4月11日,收到修改稿日期: 1991年6月10日。

*本项目由国家自然科学基金资助

拟出了光子与红血球碰撞产生的多普勒频移,但他的结论不适用于皮肤血流,因为他只考虑高斯光束直接照射在血管上,而皮肤具有层状结构。本文打算从两方面改进 Jentink 的工作:首先要考虑表皮对入射光的散射作用,其次要考虑红血球的形状。

2 Monte Carlo 法模拟

2.1 皮肤模型

由于皮肤的光学性质很复杂,许多参数是未知的,所以需要将真实的皮肤组织简化为参数已知的模型。图 1 给出了本文简化了的皮肤模型,第一层是表皮,由于表皮细胞的散射作用,使入射光的方向和相位随机化,但表皮不含红血球,所以光子与表皮细胞碰撞不产生多普勒频移。第二层是真皮,将真皮中运动的红血球和其它组织细胞(主要是毛细血管壁细胞)抽象成大小相等的球体,其中红血球占一定的比例,光子与这部分球体碰撞被散射一个小角度,产生多普勒频移。光子与静止的球碰撞不产生频移,被反射回来。在该模型中忽略了不同散射光子之间的干涉效应。

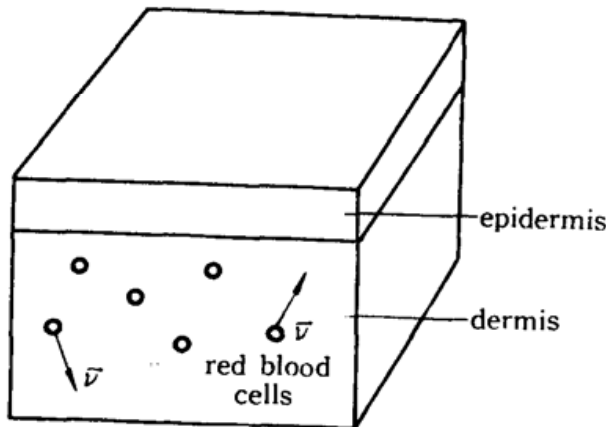


Fig. 1 Two-layered model of skin

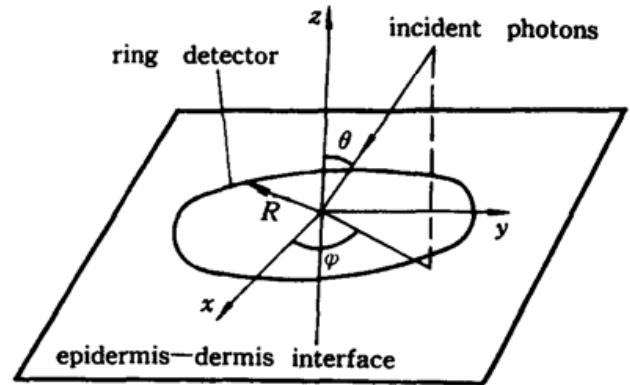


Fig. 2 Translation direction of photon entering dermis

2.2 物理量的分布

在模拟中可以确定光子从发射到被探测到所经过的路径^[2]。假设光子从坐标原点进入,环状探测器位于表皮与真皮界面(见图 2)。在模拟过程中给出以下几个物理量的分布:

2.2.1 入射光子的方向

入射的高斯光束经表皮的散射作用后进入真皮的方向角 (θ, φ) 为均匀分布:

$$P(\theta) = 2/\pi \quad \pi/2 \leq \theta < \pi \quad (1)$$

$$P(\varphi) = 1/2\pi \quad 0 \leq \varphi < 2\pi \quad (2)$$

2.2.2 两次碰撞之间光子走过的距离为 L 的分布为

$$P(L) = n\sigma_t \exp(-n\sigma_t L) \quad (3)$$

n 为粒子的数密度, σ_t 为血球的总截面, σ_s 为散射截面, σ_a 为吸收截面。

2.2.3 光子被吸收的几率

光子被吸收的几率 P 定义为

$$P = (\sigma_a/\sigma_t) \quad (4)$$

在模拟中给出一个在 $(0, 1)$ 之间的随机数 RND , 如果 $RND \geq P$ 则表示光子被散射, 如果 $RND <$

P 则光子被吸收。

2.2.4 光子被红血球散射的角分布

Jentink 用 Mie 散射公式给出散射角的分布,但 Mie 公式只适用于理想球体,而红血球是双凹型的。Rayleigh-Gans 散射公式适用于任意形状的物体。从 Mie 和 Rayleigh-Gans 公式直接计算出散射角是困难的,所以本文采用相位函数 $f(\mu)$ 近似给出散射角 (θ, φ) 的分布。一般 φ 在 $(0, 2\pi)$ 均匀分布, θ 是一个小角度(见图 3), 相位函数 $f(\mu)$ 给出 θ 的余弦值 μ 在 $\mu \rightarrow \mu + d\mu$ 之间的几率。

Reynolds^[3] 提出用双参数相位函数比 Henyey-Greenstein(H-G)相位函数更准确。本文拟采用双参数相位函数和 H-G 相位函数来模拟光子与红血球的散射角并加以比较。双参数相位函数由下式给出:

$$f(\mu) = K(1 + g^2 - 2g\mu)^{-(a+1)} \quad (-1 \leq g \leq 1) \quad (5)$$

$$\text{其中} \quad K = \pi^{-1} a g (1 - g^2)^{2a} [(1 + g)^{2a} - (1 - g)^{2a}]^{-1} \quad (6)$$

通过直接抽样法给出 θ 的余弦值:

$$\cos(\theta) = \mu = \frac{1}{2g} \left\{ 1 + g^2 - \left[\frac{gaRND}{\pi K} + (1 + g)^{-2a} \right]^{-\frac{1}{2}} \right\} \quad (7)$$

RND 为 $(0, 1)$ 之间的随机数,而 H-G 相位函数为

$$f(\mu) = \frac{1}{4\pi} (1 - g^2) (1 + g^2 - 2g\mu)^{-\frac{3}{2}} \quad (-1 \leq g \leq 1) \quad (8)$$

$$\cos(\theta) = \mu = \frac{1}{2g} \left[1 + g^2 - \left(\frac{1 - g^2}{1 - g + 2gRND} \right)^2 \right] \quad (9)$$

由文献[3]可知,H-G 相位函数中 $g = 0.9936$, 双参数相位函数中 $a = 1.17, g = 0.9433$ 。图 4 给出经 20,000 次计算得出的散射角的分布。可以看出双参数相位函数给出小角度的几率比 H-G 相位函数小。H-G 相位函数给出的散射角在 $\theta = 0^\circ$ 时几率最大,而两参数相位函数在 $\theta \approx 2^\circ$ 时几率最大。

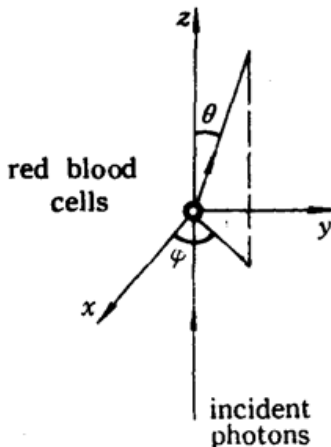


Fig. 3 Scattering angle of photon with Red Blood Cell(RBC)

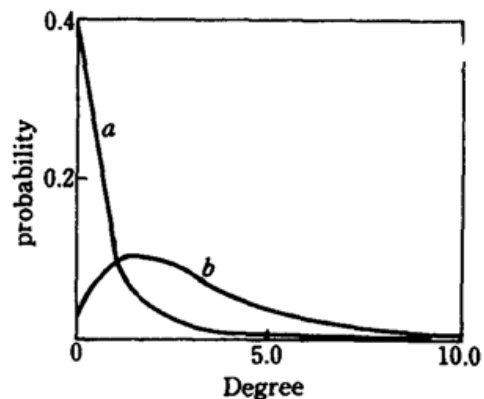


Fig. 4 Distribution of scattering angle
a—given according to H-G phase function;
b—two parameter phase function

2.2.5 红血球运动速度的分布

本文模拟了红血球运动速率为常数,速度方向在空间等几率的情况。如果光子的入射方向和红血球的速度 V 已知,则频移 Δf 可由非相对论的频移公式给出

$$\Delta f = 2f_0 \frac{\Delta \mathbf{K} \cdot \mathbf{V}}{C|\Delta \mathbf{K}|} \sin(\theta/2) \quad (10)$$

f_0 为入射光子的频率, \mathbf{K} 为波矢, 由于 $|\mathbf{V}| \ll C$, 认为经多次散射后 f_0 不变。在这种近似下, 一个光子经 M 次散射后的频移 Δf_i 为

$$\Delta f_i = \sum_{q=1}^M \Delta f_q \quad (11)$$

Δf_q 为第 q 次散射产生的频移。探测到 N_d 个光子的总频移为

$$\sum \Delta f_i = \sum_{i=1}^{N_d} |\Delta f_i| = \sum_{i=1}^{N_d} \left| \sum_{q=1}^M \Delta f_q \right| \quad (12)$$

模拟中采用的参数值: 皮肤的折射率 $n = 1.37$, 粒子的数密度 $3.3 \times 10^5 \text{ mm}^{-3}$, $\sigma_s/\sigma_t = 1/99$, $\sigma_s = 80 \mu\text{m}^2$, 红血球运动速率 $|\mathbf{V}| = 5 \text{ mm/s}$, 入射光子的频率 $f_0 = 4.7 \times 10^{14} \text{ Hz}$ 。

3 计算机模拟结果与可测量的关系

在外差式探测条件下, 频移的强度涨落的一阶矩

$$F = \int_0^{\infty} \Delta f S(\Delta f) d\Delta f \quad (13)$$

除了依赖光子的平均频移, 还依赖具有多普勒频移光子的光强 I_d 及不含多普勒频移光子的光强 I_n :

$$F = \eta \langle \Delta f \rangle_s I_d I_n \quad (14)$$

其中

$$\langle \Delta f \rangle_s = \frac{\int_0^{\infty} \Delta f S(\Delta f) d\Delta f}{\int_0^{\infty} S(\Delta f) d\Delta f} \quad (15)$$

η 是一个实验常数, I_n 的空间分布是未知的, 但 I_n 、 I_d 由相同的光学性质决定, 所以 I_n 等于 I_d 乘以一个常数, 这意味着具有频移的光子在探测器上造成的涨落正比于探测到的具有频移的光子数, 具有频移 Δf 的光子用下式转化为频移的振幅涨落 :

$$A(\Delta f) = \sum_{i=1}^{N_d} \delta(\Delta f - \Delta f_i) \quad (16)$$

图 5 给出用两种相位函数得出的 $A(\Delta f)$, 由于频移 $\Delta f \propto \sin(\theta/2)$, 另一方面, H-G 相位函数给出的小散射角的几率又比双参数相位函数大, 所以给出的小频移的光子数较多。图 5 的两条曲线近似为指数下降, 在这种条件下, 由文献[4]可知, 对于相对测量, 总频移 $\sum \Delta f_i$ 正比于频移强度涨落的一阶矩 F , 平均频移 $\sum \Delta f_i / N_d$ 正比于带权重的一阶矩 $\langle \Delta f \rangle_s$ 。

4 结果和讨论

4.1 探测到的光子的空间分布和频率分布

图 6 给出了散射角由双参数相位函数和 H-G 相位函数给出的两种情况下探测到光子的空间分布, 它们随 R (R 为环状探测器内边与座标原点的距离) 的增加而下降。这两种情况下探测到的光子的空间分布差不多, 这是由于两种情况下光子与红血球的散射角都很小, 只对入射光的方向有一个很小的扰动, 而光子被静止的粒子(管壁)散射的角分布是相同的(被反射回来), 所以入射光方向的分布决定了探测到的光子数的分布。在这两种情况下, 入射光方向的分

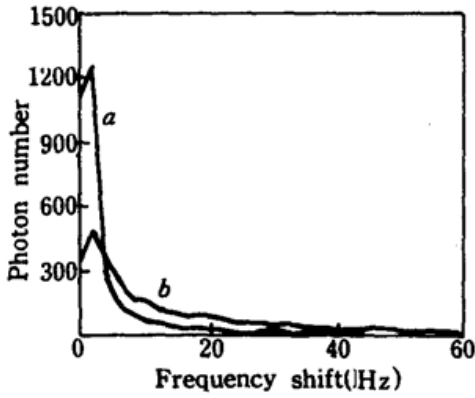


Fig. 5 Amplitude spectrum of detected photons as a function of frequency shift. (RBC fraction $P_m = 0.5$, input 15,000 photons)
a—H-G phase function;
b—two parameter phase function

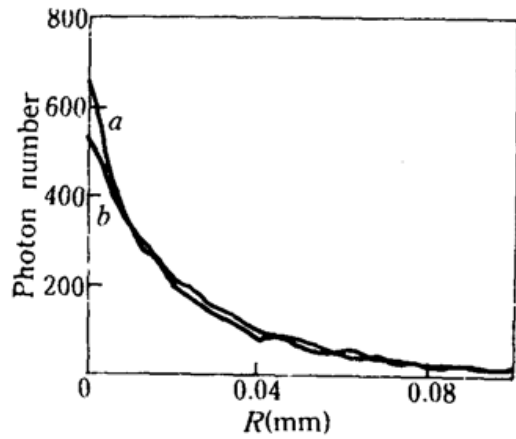


Fig. 6 Intensity of light detected by ring detector ($P_m = 0.5$, input 15,000 Photons)
a—H-G phase function;
b—two parameter phase function

布是相同的,因此图 6 的两条曲线相差不多。如果探测器位于空气—表皮界面,则从真皮反射回来的光子被表皮散射,使其方向进一步随机化,所以在空气—表皮界面上光子数按 R 的分布与图 6 不同。但由于光子与表皮碰撞不产生多普勒频移,所以该界面 $A(\Delta f)$ 的形式与图 5 相同。

4.2 F 和 (Δf) 与红血球运动速度的关系

在红血球所占的百分比 P_m 较小时 (≤ 0.08), $\sum \Delta f_i$ 与 P_m 成线性(图 7(a), (b))。平均频移 $\sum \Delta f_i / N_d$ 是一常数(图 8)。此时,光子的多重散射不重要,探测到的光子只与红血球碰撞一次,

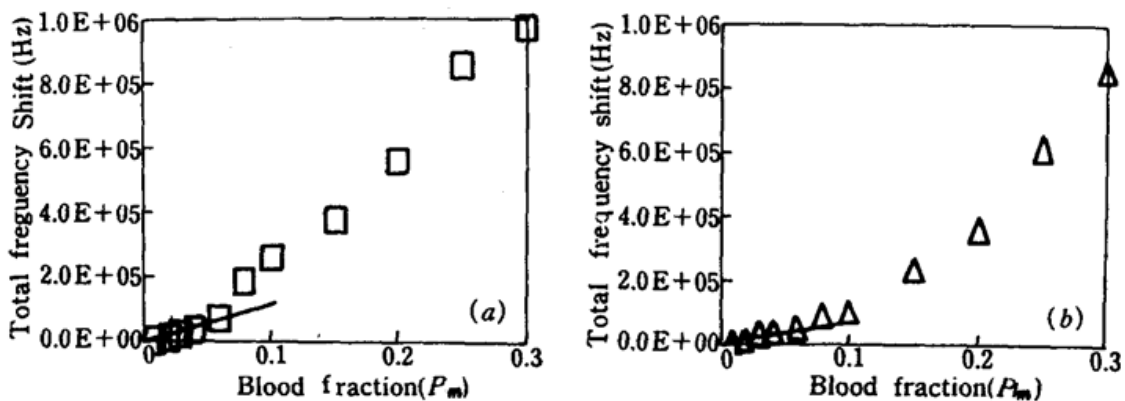


Fig. 7 Total frequency shifts of detected photons as a function of P_m (input 50,000 photons)
(a)—H-G phase function; (b)—two parameter phase function

令 $M = 1$, (16) 式简化为

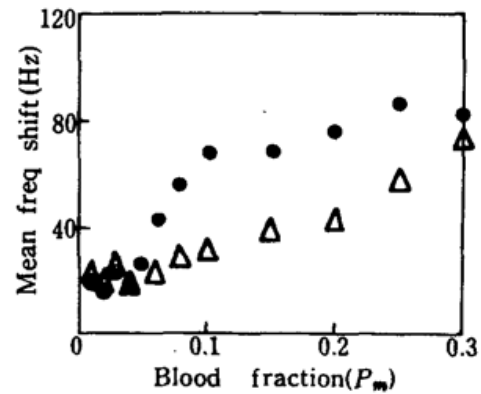
$$\sum \Delta f_i = \sum_{i=1}^{N_d} |\Delta f_q| \tag{17}$$

由于多个光子与红血球碰撞的次数正比于 P_m ,所以 $\sum \Delta f_i$ 正比于 P_m 。探测到的每一光子与红血

球碰撞的次数为一,它的频移与红血球的速率成正比,于是探测到光子的平均多普勒频移与红血球的平均速率成正比。

在 P_m 较大时, $M > 1$, 一个光子经历的能产生多普勒频移的碰撞次数正比于 P_m , 但这个光子每一次与红血球碰撞产生的频移 Δf_i 可正可负, 探测到的光子经历 M 次这样碰撞, 频移为 M 个 Δf_i 之和。探测到的一个光子的频移 Δf_i 可由一个在频域的一维随机行走描述。于是 Δf_i 不正比于 P_m , $\sum \Delta f_i$ 也不正比于 P_m 。但每一次散射产生的 Δf_i 正比于红血球的速率, 在一个光子与红血球碰撞多次的条件下, Δf_i 正比于均方根速率, $\sum \Delta f_i$, $\sum \Delta f_i / N_i$ 正比于红血球的均方根速率。

Fig. 8 Mean frequency shift of detected photons as a function of RBC fraction P_m (input 50, 000 photons)
 • —H-G phase function;
 Δ—two parameter phase function



Monte Carlo 法模拟的结果可以为实际测量定标, 对于正常人体皮肤 $P_m = 0.06$, 这时频移反映的是红血球的平均速率。

$$\frac{\langle \text{实测的平均频移} \rangle}{\langle \text{模拟的平均频移} \rangle} = \frac{\langle \text{待测的红血球的平均速率} \rangle}{\langle \text{模拟的红血球的平均速率} \rangle} \quad (19)$$

通过(19)式, 可给出待测红血球的平均速率。

参 考 文 献

- 1 H. W. Jentink *et al.*, *Appl. Opt.*, **29**, 2371(1990)
- 2 R. R. Meier *et al.*, *Appl. Opt.*, **17**, 3216(1978)
- 3 L. O. Reynolds, N. J. McCormick, *J. Opt. Soc. A.*, **70**, 1206(1980)
- 4 R. P. Feynman *et al.*, *The Feynman Lecture on Physics*, Vol. 1, Addison-wesley Publishing Company, 1963, 32(5~9)