

# 平面形自由电子激光器中的边带不稳定性

谢世亮

(中国原子能科学研究院, 北京 102413)

**提要** 本文对平面形自由电子激光器中的边带不稳定性进行了动力学研究。提供了一种处理平面形和螺旋形自由电子激光边带不稳定性的方法,同时解释了平面形自由电子激光边带不稳定性的特点。

**关键词** 平面形自由电子激光器,边带不稳定性

## Sideband instability in planar free electron lasers

Xie Shiliang

(Institute of atomic Energy, Beijing 102413)

**Abstract** Dynamic study on sideband instability in a planar free electron laser has been conducted, and the method dealing with sideband instabilities in planar and free electron lasers are presented. Also explained are the characteristics of sideband instability in planar free electron lasers.

**Key words** planar FELs, sideband instability

## 1 引 言

在自由电子激光器中,当电子被由摇摆器磁场和强饱和的主波共同形成的有质重力势场捕获后,电子的同步相运动和波场间的耦合会驱动某些寄生模的增长,即引起边带不稳定性<sup>[1~3]</sup>。理论和实验都表明,虽然在低效率的 FEL 中,边带不稳定性使光强大幅度增加,但使激光的光谱特性变差,减小主波的增益,并有可能对光学共振腔造成损伤。因此在实验中需要采取措施,如采用窄通频带的过滤器或用失谐方法,来抑制边带增长,在理论研究方面,虽然模拟计算能反映边带不稳定性的非线性演化过程,进行动力学分析却能得到边带增长的定标率及更清晰地理解边带增长过程。但在已发表的用动力学方法研究边带不稳定性的大量文章中,考虑的都是理想情况,由于在实验中平面形自由电子激光的重要性及上、下边带都应存在不稳定性的特点<sup>[4]</sup>,很有必要研究实际结构中的边带不稳定性。本文的有关定义与文献[5]相同。

收稿日期: 1991 年 2 月 18 日;收到修改稿日期: 1991 年 9 月 3 日。

## 2 基本假设和方程

取时空坐标  $(z, t)$  摇摆器磁场  $B_w(z)$  沿  $x$  方向为

$$B_w(z) = -B_w \cos k_w z \cdot e_x \quad (1)$$

式中  $k_w = 2\pi/\lambda_w$  是摇摆器周期, 相应的摇摆器磁场矢势是

$$A_w(z) = A_w \sin k_w z \cdot e_x \quad (2)$$

假定主波已达到强饱和状态, 其幅度的变化与束缚电子的同步相振荡相比很慢, 因而可以将主波幅度当作常量, 此时主波的磁场和矢势可分别表示为

$$B_s(z, t) = -B_s \cos(k_s z - \omega_s t) e_x \quad (3)$$

$$A_s(z, t) = A_s \sin(k_s z - \omega_s t) e_x \quad (4)$$

式中  $\omega_s$  是主波频率,  $k_s$  是主波波数, 假定主波为单色。

还假定电子束流强度和电荷密度都足够小, 以致能忽略束电子的空间电荷效应和动电磁场。这时扰动分布函数的演化满足伏拉索夫方程

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} - e \left[ E_s + \delta E + \frac{\mathbf{v}}{c} \cdot (\mathbf{B}_w + \mathbf{B}_s + \delta \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \right] \right\} f_b(z, \mathbf{p}, t) = 0 \quad (5)$$

式中  $\mathbf{v}$ 、 $\mathbf{p}$  分别是电子速度和机械动量, 两者由  $m\mathbf{v} = \mathbf{p} / \sqrt{1 + \mathbf{p}^2/m^2 c^2}$  联系。因为只考虑一维的横向电磁波,  $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$ , 故有  $\partial/\partial \mathbf{x} = (\partial/\partial z) e_z$ 。  $\mathbf{B}_w(z)$ 、 $\mathbf{B}_s(z, t)$  由式(1)和式(3)表示,  $E_s$  是主波场,  $\delta E$ 、 $\delta \mathbf{B}$  分别是扰动的电场和磁场强度, 相应地表示为

$$E_s(z, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} A_s(z, t) = k_s A_s \cos(k_s z - \omega_s t) e_x \quad (6)$$

$$\delta E_s(z, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \delta A(z, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \delta A(z, t) e_x \quad (7)$$

$$\delta \mathbf{B}(z, t) = \nabla \times \delta A(z, t) = -\frac{\partial}{\partial z} \delta A(z, t) e_y \quad (8)$$

扰动  $\delta A(z, t)$  满足麦克斯韦方程。

$$\left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \{ A_s \sin(k_s z - \omega_s t) + \delta A(z, t) \} = -\frac{4\pi e}{c} \int d^3 p v_y [f_b(z, \mathbf{p}, t) - f_b^0(z, \mathbf{p}, t)] \quad (9)$$

式中  $f_b^0(z, \mathbf{p}, t)$  是参考分布函数, 使得当无主波 ( $A_s = 0$ ) 和无扰动 ( $\delta A = 0$ ) 时, 右边的积分为零。从  $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$  和正则方程

$$\frac{dP_x}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x}, \quad \frac{dP_y}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial y} \quad (10)$$

以及  $\mathbf{p} = \mathbf{P} - (e/c)\mathbf{A}$  得知,  $P_x$ 、 $p_x$ 、 $P_y$  为运动恒量。对于横向发射度为零的情况,  $p_x = P_x = 0$ 。因此, 可将动量和扰动分布函数表示为

$$P_y = p_y - \frac{e}{c} [A_w \sin k_w z + A_s \sin(k_s z - \omega_s t) + \delta A(z, t)] \quad (11a)$$

$$f_b(z, \mathbf{p}, t) = n_0 \delta(p_x) \delta(p_y) G(z, \mathbf{p}, t) \quad (11b)$$

其中  $n_0$  是平衡电子数密度, 可根据  $n_0 \pi r^2 \beta c = I$  进行估算。将式(11)代入式(9),  $\delta A(z, t)$  满足的 Maxwell 方程成为

$$\begin{aligned} & \left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \cdot [A_s \sin(k_s z - \omega_s t) + \delta A(z, t)] \\ & = -\frac{\omega_s^2}{c^2} \{ [A_w \sin k_w z + A_s \sin(k_s z - \omega_s t) + \delta A(z, t)] \cdot \int \frac{dp_x}{\gamma r} G(z, p_x, t) - \alpha_w \sin k_w z \int \frac{dp_x}{\gamma_0} G_0(z, p_x) \} \end{aligned} \quad (12)$$

式中  $\omega_w^2 = 4\pi n_0 e^2 / m$  是非相对论等离子体频率的平方,  $\gamma_0$  及  $G(z, p_z)$  分别是无主波和扰动情况下的电子能量因子及分布函数, 从下面的式(17)可得到  $\gamma_0$  的表达式

$$\gamma_0 = \sqrt{1 + \alpha_w^2 \sin^2 k_w z + p_z^2 / m^2 c^2} \quad (13)$$

而  $G_0(z, p_z)$  满足

$$\left\{ v_z \frac{\partial}{\partial z} - mc^2 \frac{\partial}{\partial z} [\gamma_0(z, p_z)] \frac{\partial}{\partial p_z} \right\} G_0(z, p_z) = 0 \quad (14)$$

将式(11)代入式(5)并对  $p_x$  和  $p_y$  积分得一维分布函数  $G(z, p_z, t)$  的演化方程

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + v_z \frac{\partial}{\partial z} - mc^2 \left( \frac{\partial \gamma_T}{\partial z} \right) \cdot \frac{\partial}{\partial p_z} \right] G(z, p_z, t) = 0 \quad (15)$$

式中  $v_z$  是电子的轴向速度,

$$v_z = \partial (\gamma_T mc^2) / \partial p_z = p_z / \gamma m \quad (16)$$

$\gamma_T$  是电子的能量因子。由于我们已假定电子的电荷很小, 电子间的相互作用可忽略, 从而  $\gamma_T$  可表示为

$$\begin{aligned} \gamma_T &= \sqrt{1 + \frac{p_x^2}{m^2 c^2} + \frac{p_y^2}{m^2 c^2} + \frac{p_z^2}{m^2 c^2}} \\ &= \sqrt{1 + [\alpha_w \sin k_w z + \alpha_s \sin(k_w z - \omega_s t) + \delta \alpha(z, t)]^2 + p_z^2 / m^2 c^2} \end{aligned} \quad (17)$$

式中  $\alpha_w = eA_w / mc^2$ ,  $\alpha_s = eA_s / mc^2$ ,  $\delta \alpha(z, t) = e\delta A(z, t) / mc^2$  分别是无量纲的摇摆器参数、主波参数和扰动参数。

麦克斯韦方程式(12)和伏拉索夫方程式(15)反映了体系的演化情况。

### 3 本征值方程

#### 3.1 能量因子的平均化

与螺旋形摇摆器中的情况不同, 平面形摇摆器中电子的轴向速度不为常数, 存在很快的颤动, 快颤动将引发高次谐波, 在动力学分析中直接利用式(16)、(17)无法求出色散方程, 主要的困难是求  $x_0(k', \omega')$  时, 不能将电子轨道表为  $z' - z = f(t' - t)$  的形式, 因式需对式(17)作变换。由于快颤动的周期远小于电子在相空间中的同步相运动周期, 快颤动的正向效应相互抵消, 从而我们可以通过数学变换将快颤动平均掉。根据洛伦兹方程

$$\frac{d(\gamma m \mathbf{v})}{dt} = -\frac{e}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (18)$$

的解, 作变换

$$p_z \Rightarrow \langle p_z \rangle + (\alpha_w^2 mc / 4 \gamma_0) \cos(2k_w z) \quad (19a)$$

$$z \Rightarrow \langle z \rangle + (\alpha_w^2 / 8 \gamma_0^2 k_w) \sin(2k_w z) \quad (19b)$$

上式右边的  $\langle p_z \rangle$ 、 $\langle z \rangle$  分别是  $p_z$ 、 $z$  在一个摇摆周期内的平均值, 即

$$\langle p_z \rangle = \frac{c}{\lambda_w} \int_0^{\lambda_w/c} p_z dt, \quad \langle z \rangle = \frac{c}{\lambda_w} \int_0^{\lambda_w/c} z dt$$

将式(19a)、(19b)代入(17), 忽略  $\alpha_w^2 \cos z(k_w z - \omega_s t)$ , 得到

$$\gamma_T(\langle z \rangle, \langle p_z \rangle) = \sqrt{1 + \frac{\alpha_w^2 + \alpha_s^2}{2} + 2\alpha_w \alpha_s \sin k_w z \sin(k_w z - \omega_s t) + 2\alpha_w \delta \alpha(z, t) \sin k_w z + \frac{\langle p_z \rangle^2}{m^2 c^2}} \quad (20)$$

对上式中的交叉项进行变换

$$\begin{aligned}
& 2\sin k_w z \sin(k_s z - \omega_s t) \\
&= \cos[(k_s - k_w)\langle z \rangle - \omega_s t + \xi \sin 2k_w \langle z \rangle] - \cos[(k_s + k_w)\langle z \rangle - \omega_s t + \xi \sin^2 k_w \langle z \rangle] \\
&= \sum_{-\infty}^{\infty} [J_{(l+1)}(\xi) - J_l(\xi)] \cos\{[(2l+1)k_w + k_s]\langle z \rangle - \omega_s t\} \quad (21)
\end{aligned}$$

运算中利用了贝塞尔公式

$$\exp(i\xi \sin \theta) = \sum_{-\infty}^{\infty} J_l(\xi) \exp(im\theta) \quad (22)$$

式中  $\xi = k_s a_w^2 / 8\gamma_0^2 k_w \sim a_w^2 / 4$ 。在振荡器中  $\alpha_w \sim 1$ ,  $J_l(\xi)$  随  $l$  的增加而剧减, 只需考虑第一项, 如果  $\delta\alpha(z, t) = \delta\alpha \sin(k_s z - \omega_s t)$ , 作同样变换, 将其表达式和式(21)代入式(20), 再将  $\langle p_z \rangle$ 、 $\langle z \rangle$  重新写为  $p_z$ 、 $z$  (因为  $\alpha_w^2 / 4\gamma_0^2 \ll 1$ , 式(19)右边第二项远小于第一项, 在以下情况中可不考虑) 得到

$$\begin{aligned}
\gamma_T(z, p_z, t) = \left\{ 1 + \frac{\alpha_w^2 + \alpha_s^2}{2} - \alpha_w \alpha_s [J_0(\xi) - J_1(\xi)] \cos[(k_w + k_s)z - \omega_s t] \right. \\
\left. - \alpha_w \delta\alpha [J_0(\xi) - J_1(\xi)] \cos[(k_s + k_w)z - \omega_s t] + \frac{p_z^2}{m^2 c^2} \right\}^{1/2} \quad (23)
\end{aligned}$$

式中的  $z$  和  $p_z$  已经不再包括高次谐波成分。上式和螺旋形 FEL 中的能量因子相似, ( $J_0(\xi) - J_1(\xi)$ ) 通过变量代换<sup>[6]</sup>得到。

### 3.2 伏拉索夫—麦克斯韦方程的线性化

利用式(23)、(15)、(12)得到有小扰动  $\delta G$  和  $\delta\alpha(z, t)$  时的线性伏拉索夫—麦克斯韦方程组

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{p_z}{m\gamma} \frac{\partial}{\partial z} - mc^2 \frac{\partial \gamma}{\partial z} \frac{\partial}{\partial p_z} \right) \delta G(z, p_z, t) = \left( \frac{p_z}{m} \frac{\delta \gamma}{\gamma^2} \frac{\partial}{\partial z} + mc^2 \frac{\partial (\delta \gamma)}{\partial z} \frac{\partial}{\partial p_z} \right) G_s \quad (24)$$

$$\left( -\square + \frac{\omega_s^2}{c^2} \int \frac{dp_z}{\gamma} G_s \right) \delta\alpha(z, t) = -\frac{\omega_s^2}{c^2} [\alpha_w \sin k_w z + \alpha_s \sin(k_s z - \omega_s t)] \cdot \int dp_z \left( \frac{\delta G}{\gamma} - \frac{G_s \delta \gamma}{\gamma^2} \right) \quad (25)$$

式中  $\square = \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_s} \frac{\partial}{\partial x_s}$

### 3.3 线性极化的分解

若能将式(25)化为与文献[5]中式(44)相似的形式, 则可把两种不同类型 FEL 中的边带不稳定性统一起来研究。为此根据光的电磁理论中的一个基本观点——线性极化的电磁波由左旋圆极化和右旋圆极化合成, 作变换

$$\delta\alpha(z, t) = \frac{1}{2i} [\delta\alpha_+(z, t) - \delta\alpha_-(z, t)] \quad (26)$$

式中  $\delta\alpha_+(z, t)$  代表左旋,  $\delta\alpha_-(z, t)$  代表右旋。再根据线性微分方程解的可迭加性, 在有质动力势底部  $(k_w + k_s)z - \omega_s t \simeq n\pi$ , 式(25)可分成如下两个方程

$$\left( -\square + \frac{\omega_s^2}{c^2} \int \frac{dp_z}{\gamma} G_s \right) \delta\alpha_+(z, t) = \frac{\omega_s^2}{c^2} \alpha_w e^{-ik_w z} \int \frac{dp_z}{\gamma} \left( \delta G - \frac{G_s \delta \gamma}{\gamma} \right) \quad (26)$$

$$\left( -\square + \frac{\omega_s^2}{c^2} \int \frac{dp_z}{\gamma} G_s \right) \delta\alpha_-(z, t) = \frac{\omega_s^2}{c^2} \alpha_w e^{ik_w z} \int \frac{dp_z}{\gamma} \left( \delta G - \frac{G_s \delta \gamma}{\gamma} \right) \quad (27)$$

为了统一处理上两式, 为此定义

$$\delta A^\pm(z, t) = e^{\pm ik_w z} \delta\alpha_\pm(z, t) \quad (29)$$

和文献[5]中所指出的一样, 不能将  $\delta A^\pm(z, t)$  看成左右旋的极化矢量, 也不要与向前向后波联系, 它只在推导时作变换, 在求色散关系时被消除。

将式(29)及  $\delta\gamma(z, t) = -\frac{\alpha_w}{4\gamma} [J_0(\xi) - J_1(\xi)] [\delta A^+(z, t) + \delta A^-(z, t)]$  代入(27)、(28)得

$$\left(-\square + k_w^2 \pm 2ik_w \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\omega_p^2}{c^2} \int \frac{dp_z}{\gamma} \cdot G_s\right) \delta A^\pm(z, t) = \frac{\omega_p^2}{c^2} \alpha_w \int \frac{dp_z}{\gamma} \left(\delta G - \frac{G_s \delta \gamma}{\gamma}\right) \quad (30)$$

### 3.4 色散方程

式(24)、(30)与螺旋形 FEL 中的伏拉索夫—麦克斯韦方程有相似形式(文献[5]中的式(40)和式(44)),从而可利用 Davidson 为螺旋形 FEL 发展的方法出色散方程

$$D_r^+(k', \omega') \cdot D_r^-(k', \omega') = - [D_r^+(k', \omega') + D_r^-(k', \omega')] \cdot [\alpha_{3p} \omega_p^2 + x_0(k', \omega')] \quad (31)$$

式中  $D_r^+$ 、 $D_r^-$  分别对应于左右旋圆极化,其它量和定义见文献[5],但要注意从螺旋形到平面形的能量转换因子  $(J_0(\xi) - J_1(\xi))/2$ .

虽然式(31)和文献[5]式(75)形式相同,但由于在平面形 FEL 中左右旋圆极化同时存在,我们从下面的分析可得到一些新的结论.

## 4 边带基模不稳定性分析

从式(31)得到左、右旋圆极化所对应的方程

$$D_r^-(k', \omega) + \alpha_{3,0} \omega_p^2 = -x_0(k', \omega) \quad (\text{左旋圆极化}) \quad (32)$$

$$D_r^+(k', \omega) + \alpha_{3,0} \omega_p^2 = -x_0(k', \omega) \quad (\text{右旋圆极化}) \quad (33)$$

将式(32)、(33)分别与强共振条件  $(\omega - kv_p)^2 - \Omega_B^2 = 0$  联立求解,得到基模( $n=1$ )的特征波矢和特征频率

$$\text{左旋圆极化:} \quad \hat{k} = \gamma_p^2(1 + v_p/c)(-k_w \pm \Omega_B/c) \quad (35)$$

$$\hat{\omega} = \gamma_p^2(1 + v_p/c)(-k_w v_p \pm \Omega_B) \quad (36)$$

$\hat{k}$  与中间波数  $-\gamma_p^2(1 + v_p/c)k_w \simeq -(k_s + k_w)$  的偏移量是  $\pm \gamma_p^2(1 + v_p/c)\Omega_B/c \simeq (k_s/k_w)\Omega_B/c$ ,“+”对应下边带,“-”对应于上边带.

$$\text{右旋圆极化:} \quad \hat{k} = \gamma_p^2(1 + v_p/c)(k_w \pm \Omega_B/c) \quad (37)$$

$$\hat{\omega} = \gamma_p^2(1 + v_p/c)(k_w v_p \pm \Omega_B) \quad (38)$$

$\hat{k}$  与中间波数  $(k_s + k_w)$  的偏移也是  $\pm (k_s/k_w)\Omega_B/c$ ,但“+”对应于上边带,“-”对应于下边带.

从式(32)、(33)可求出最大增长率.将  $\omega = \hat{\omega} + \delta\omega$  和  $k = \hat{k}$  代入式(32),利用  $x_0(k', \omega') = -\frac{\alpha_w \omega_p^2 [J_0(\xi) - J_1(\xi)] \omega_B^2 (\gamma_M)}{2\gamma_p^2 \gamma_M \alpha_s [(\omega - kv_p)^2 - \Omega_B^2]}$  和式(35),然后略去  $(\delta\omega)^2$  项,得

$$(\delta\omega)^2(\delta\omega \pm 2\Omega_B) = \Gamma_0^2 c^2 k_w^2 \quad (39)$$

式中  $\Gamma_0^3 = \alpha_w^2 \hat{\omega}_p^2 c^2 k_p'^2 / 8\gamma_M^3 \gamma_p^2 \hat{\omega} c^3 k_w^3$ ,  $\hat{\omega}_p^2 = 4\pi e^2 / m\gamma_p$ ,  $k_p' = (k_s + k_w) / \gamma_p$ ,  $\gamma_M \simeq \sqrt{1 + \alpha_w^2}$ ,  $\hat{\omega} = k_s c$ . 将  $\omega = \hat{\omega} + \delta\omega$  和  $k = \hat{k}$  代入式(33),也得式(39),因此式(39)对左旋圆极化和右旋圆极化都适用.但需注意对于左旋圆极化,“+”相应于下边带,“-”相应于上边带;而对于右旋圆极化,“+”相应于上边带,“-”相应于下边带.

下面来求式(39)的解,首先作变换  $\delta\omega \Rightarrow \delta\omega \mp 2\Omega_B/3$ ,记  $\delta\tilde{\omega} = \delta\omega / \Gamma_0 c k_w$ ,  $\tilde{\Omega}_B = \Omega_B / \Gamma_0 c k_w$ ,将式(39)化成

$$(\delta\tilde{\omega})^3 - 4(\tilde{\Omega}_B)^2/3 - 1 \pm 2(2\tilde{\Omega}_B/3)^3 = 0 \quad (40)$$

上式的解由卡尔丹公式给出.

4.1 上式右边的最后一项取正号时的三个解中一个有意义的解是

$$\delta\tilde{\omega} = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{16\tilde{\Omega}_B^3}{27}\right) + \sqrt{\frac{1}{4}\left(1 - \frac{16\tilde{\Omega}_B^3}{27}\right)^2 - \left(\frac{4\tilde{\Omega}_B^2}{9}\right)^3}}$$

$$-\frac{1+\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}\left(1-\frac{16\tilde{\Omega}_B^3}{27}\right)} - \sqrt{\frac{1}{4}\left(1-\frac{16\tilde{\Omega}_B^3}{27}\right)^2 - \left(\frac{4\tilde{\Omega}_B^2}{9}\right)^3} \quad (41)$$

(a).  $\tilde{\Omega}_B < \frac{3}{2\sqrt[3]{4}}$  时, 边带增长率为

$$Im\delta\tilde{\omega} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{16}} \left\{ \sqrt[3]{1-\frac{16\tilde{\Omega}_B^3}{27}} + \sqrt{1-\frac{32\tilde{\Omega}_B^3}{27}} - \sqrt[3]{1-\frac{16\tilde{\Omega}_B^3}{27}} - \sqrt{1-\frac{32\tilde{\Omega}_B^3}{27}} \right\} \quad (42)$$

当  $\tilde{\Omega}_B > \frac{3}{2\sqrt[3]{4}}$  时,  $Im\delta\tilde{\omega} = 0$ 。

图 1 中的曲线(b)是从式(42)算出的, 它反映左旋圆偏振对下边带的影响和右旋圆偏振对上边带的影响。

4.2 式(39)右边的最后一项取负号时, 边带的增长率为

$$Im\delta\tilde{\omega} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{16}} \left\{ \sqrt[3]{1+\frac{16\tilde{\Omega}_B^3}{27}} + \sqrt{1+\frac{32\tilde{\Omega}_B^3}{27}} - \sqrt[3]{1+\frac{16\tilde{\Omega}_B^3}{27}} - \sqrt{1+\frac{32\tilde{\Omega}_B^3}{27}} \right\} \quad (43)$$

图 1 中的曲线(a)是根据上式算出的。从图上可看出: 在弱泵情况下, 左、右偏振会重迭地影响上(下)边带的增长; 随着泵浦增强, 右旋圆极化对上边带的影响和左旋圆偏振对下边带的影响急剧减小; 当  $\tilde{\Omega}_B/\Gamma_0 ck_w > 3/\sqrt[3]{32}$  时, 上(下)边带的增长是因左(右)旋圆偏振引起的。

## 5 结 论

我们的推导和分析表明: (1) 引入一些变换, 如  $p_z \rightarrow p_z + (\alpha_w mc/4\gamma_0) \cos 2k_w z$ ,  $z \rightarrow z + (\alpha_w^2/8\gamma_0^2 k_w) \sin 2k_w z$ ,  $\delta A^\pm(z, t) = e^{\pm ik_w z} \delta \alpha_\pm(z, t)$ , 并将线

性极化的扰动分解为左旋圆极化和右旋圆极化的合成, 可以将两种不同形式 FEL 的边带不稳定性的研究联系起来, 并对平面形 FEL 中上边带和下边带都存在不稳定性进行解释。(2) 上边带与下边带的基模与主波相距  $(k_s + k_w)\Omega_B/ck_w$ , 对称地分布于主波的两侧。在弱泵区, 左、右圆极化会重迭地影响上(下)边带的增长; 随着泵浦增强, 左旋圆极化对下边带的影响和右旋圆极化对上边带的影响急剧减小; 当  $\tilde{\Omega}_B/\Gamma_0 ck_w > 3/\sqrt[3]{32}$  时, 上(下)边带的增长由左(右)旋圆偏振引起。

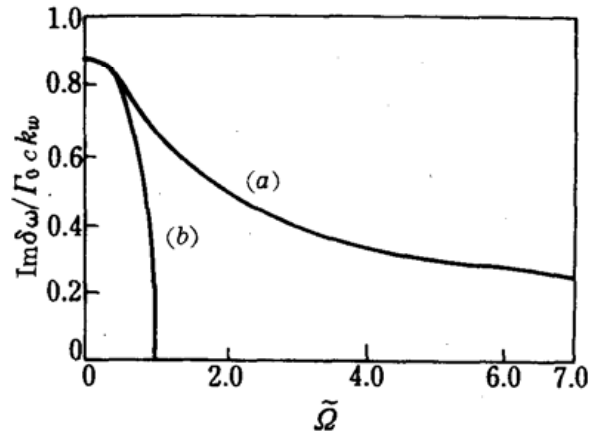


Fig. 1 Variation of growth rate with pumping intensity

## 参 考 文 献

- 1 N. M Kroll, P. L. Morton *et al.*, *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-17**, 1436(1981)
- 2 H. Takeda, *Nucl. Instr. and Meth.*, **A272**, 404(1988)
- 3 A. H. Lumpkin, *Nucl. Instr. and Meth.*, **A296**, 175(1990)
- 4 T. Maud, T. C. Marshal *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 763(1987)
- 5 R. C. Davidson, *Phys. Fluids*, **B29**(8), 2689(1986)
- 6 W. B. Colson, *Nucl. Instr. and Meth.*, **A272**, 388(1988)
- 7 B. Lane, R. C. Davidson, *Phys. Rev.*, **A27**, 2008(1983)