

热-光双稳态器件中的温度梯度*

陈书潮

(厦门大学物理系, 361005)

摘要: 本文从热传导理论出发, 讨论了产生热-光双稳态的 F-P 腔内的纵向温度分布及其对临界温升的影响。提出并讨论了减少或消除纵向温度梯度的腔内夹层介质的吸收和后反射镜的吸收匹配条件。

关键词: 热传导理论, 纵向温度梯度, 热-光双稳态, F-P 腔

Temperature gradient in thermo-optic bistable devices

Chen Shuchao

(Department of Physics, Xiamen University, Xiamen)

Abstract: On the basis of heat conductive theory, the longitudinal temperature distribution and its influence on the critical temperature rise in F-P cavity in which thermo-optical bistability can be formed were discussed. Some matching conditions concerned with the absorption of sandwich materials and backward reflector in F-P cavity for decreasing or eliminating the longitudinal temperature gradient of intracavity were proposed and discussed.

Key words: heat conductive theory, longitudinal temperature gradient, thermo-optical bistability, F-P cavity

一、引言

热致色散光学双稳态研究在近几年有较大的进展^[1~5]。为了解决 F-P 腔内热光材料的吸收和腔体 Q 值之间的矛盾, Lloyd^[4~7] 等人提出利用 F-P 腔后反射镜的吸收和热传导使腔内夹层的非线性介质温度升高, 改变其折射系数而产生光学双稳态。这样, 介质可以获得形成双稳态的温升而又不降低腔体 Q 值。但是只靠后反射镜的吸收加热夹层介质必然在介质中形成一定的纵向温度梯度, 结果使双稳回线在开关点附近变斜, 产生双稳态的实际入射光功率增大。目前尚无对腔内的纵向温度分布及其对回线影响的理论分析报道。本文将对此进行理论探讨, 并给出无纵向温度梯度或近于纵向零热流量的双稳态的优化腔设计条件。

二、夹层介质无吸收时的纵向温度分布

要了解光束辐照部分的稳态温度分布, 对于各向同性介质, 一般应解 $\nabla^2 T = -Q/k$ 。热传

收稿日期: 1990年10月29日; 修改稿收到日期: 1991年1月11日。

* 福建省自然科学基金资助课题。

导方程。采用柱坐标系要解 $\frac{\partial^2 T}{\partial \gamma^2} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial T}{\partial \gamma} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = -Q/k_l$ 和非齐次边界条件。分离变量后其径向温度分布的解是零阶贝塞尔函数。通解是一个无穷级数解。在大部分情况下,这只是个形式解。因为此级数正负交替,收敛慢,而且在确定各级系数时,常碰到不可积的积分。Janossy 等人^[8]忽略纵向温度分布简化上述热导方程为二维方程求解之。本文着重讨论纵向温度梯度。假定光束在腔内各处横截面的相对温度分布是相同的,那么尽管光斑直径上各点的温度不同(由于有横向热传导和光斑的光强分布),但它们沿纵向的温度梯度大致相似,我们只要计算光束中心轴的纵向温度梯度,就可基本了解总体的纵向温度梯度。这样可把问题简化成一维热传导求解。

考虑图 1 所示的 F-P 腔, M_F 和 M_B 分别为前后反射镜, M_B 具有吸收, M_F 不吸收。光沿负 z 方向传播, $z=L$ 处原温度为 T_f , 热平衡后 M_B 膜上光斑中心温度为 T_1 , 夹层介质的吸收可略,我们分别考虑两种情况:

1) M_F 端是绝热的,热传导方程可写成

$$\begin{cases} \frac{d^2\theta}{dz^2} - m^2\theta = 0 \\ m^2 = \frac{h_1 C}{k_l A} \end{cases} \quad (1)$$

边界条件为

$$\theta_{z=0} = \theta_1 = T_1 - T_f \quad \text{及} \quad \left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)_{z=L} = 0 \quad (2)$$

其中 $\theta = T - T_f$, h_1 为 M_B 反射膜端与介质间的换热系数, k_l 是介质热传导系数, A 是光束截面积, C 是截面周长。方程(1)的解为

$$\theta = \left[\frac{\cosh m(L-z)}{\cosh mL} \right] \theta_1 \quad (3)$$

在 $z=L$ 处的温升为

$$\theta_2 = T_2 - T_f = \frac{T_1 - T_f}{\cosh mL} \quad (4)$$

过通截面 A 的热流量为

$$Q_1 = -k_l \cdot A \cdot \left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)_{z=0} = mk_l \cdot A \cdot \theta_1 \cdot \tanh mL \quad (5)$$

由(3)可知,腔内纵向温升是按双曲余弦函数分布的。由(4)可知,远离吸收端(M_B)的 M_F 端的介质温升总小于 θ_1 , 并且随腔长 L 的增长而迅速降低。若 θ_1 正好等于临界温升,靠近 M_F 端的介质必然远小于临界温升,要使其也达到临界温升,必须再增加入射光功率。在腔长不是很长时,换热系数可近似写成 $h_1 = (k_l/L)$, 则 $mL = \sqrt{\frac{2L}{\gamma_0}}$, 若 $L = 30 \mu\text{m}$, 光斑半径 $\gamma_0 = 15 \mu\text{m}$, 则 $\theta_1 = 3.8\theta_2$ 。

2) M_F 端非绝热,即腔内的热量通过 M_F 反射膜传到外界。这样,方程(1)的边界条件应为

$$\theta_{z=0} = \theta_1 = T_1 - T_f, \quad \left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)_{z=L} = -\left(\frac{h_2}{k_l}\right)\theta_{z=L} \quad (6)$$

h_2 是 $z=L$ 处对外界换热系数。方程(1)的解则为

$$\theta = \left[\frac{\cosh m(L-z) + (h_2/mk_l)\sinh m(L-z)}{\cosh mL + (h_2/mk_l)\sinh mL} \right] \theta_1 \quad (7)$$

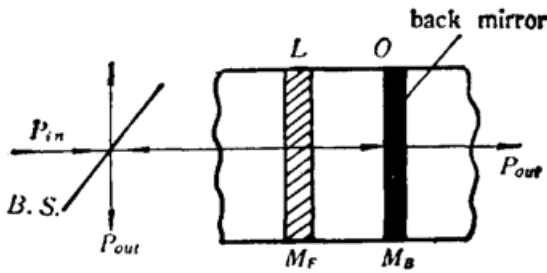


Fig. 1 Diagram of the F-P cavity structure

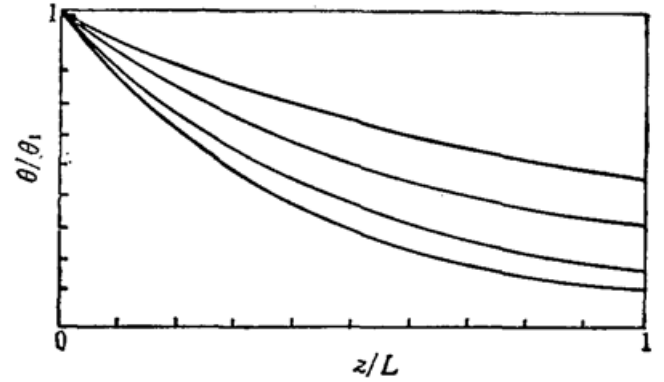


Fig. 2 Longitudinal temperature gradient in F-P cavity with $(\delta/L)=0.1$, $k_2/k_1=0.1$, no absorption in the sandwich layer, and (L/r_0) as a parameter, from the top to the bottom $(L/r_0) = 0.5, 1, 2, 3$, respectively

在 $z=L$ 处的温升为

$$\theta_2 = \frac{\theta_1}{\cosh mL + (h_2/mk_1) \sinh mL} \tag{8}$$

通过 A 的热流量为

$$Q_2 = mk_1 A \theta_1 \frac{(h_2/mk_1) + \tanh mL}{1 + (h_2/mk_1) \tanh mL} \tag{9}$$

比较(3),(4)和(7),(8)容易看出,在 M_F 端与外界有热交换时,不仅纵向温度分布复杂得多,而且在 $z=L$ 处的介质温升比吸收端 $z=0$ 处小得更多。若 M_F 反射膜为多层介质膜,总厚度 δ ,热导系数 k_2 ,假定 $\delta/L=0.1$, $k_2/k_1=0.1$, $L/\gamma_0=2$,则 $\theta_1=5.6\theta_2$,比 M_F 端绝热时的温差更大。图 2 是不同 L/γ_0 值的 $\theta(z)/\theta_1$ 与 z/L 的关系图。 L/γ_0 值越大,纵向温度梯度越大。

三、 M_B 膜与夹层介质均有吸收时的纵向温度分布

上节中,我们讨论了 Lloyd 等人提出的设想^[4~5],即用 M_B 膜的吸收完全代替夹层介质吸收的情况。由于温度梯度的形成,要获得低入射功率双稳态也不乐观。下面我们讨论一个更有希望获得低功率光学双稳态的模型。假定 M_B 与夹层介质均有吸收,且介质吸收不大。这样,纵向光强可认为不因介质吸收而明显减弱。这时的热传导方程可写成

$$\frac{d^2\theta}{dz^2} - m^2\theta + (g_0/k_1) = 0 \tag{10}$$

式中 g_0 是介质吸收光产生的热量速率。

1) M_F 端绝热,边界条件与(2)式相同,方程(10)的解为

$$T = \frac{\cosh m(L-z)}{\cosh mL} \left(T_1 - T_f - \frac{\alpha^2}{m^2} \right) + \frac{\alpha^2}{m^2} + T_f \tag{11}$$

其中 $\alpha^2 = (g_0/k_1)$,在 $z=L$ 处(M_F 端)的温升为

$$\theta_s = \frac{\left(\theta_1 - \frac{\alpha^2}{m^2} \right)}{\cosh mL} + \frac{\alpha^2}{m^2} \tag{12}$$

通过 A 的热流量为

$$Q_3 = \left(\theta_1 - \frac{\alpha^2}{m^2} \right) (\tanh mL) m \cdot k_l \cdot A \quad (13)$$

由(11), (12), (13)等式可见, 当 $T_1 = T_f + \frac{\alpha^2}{m^2}$ 时, T 与 z 无关, $T_2 = T_1$, 通过 A 的热流量为零。腔内没有纵向温度梯度。若使 $T_1 - T_f$ 稍大于临界温升 ΔT_c , 就会有明显的突变开关点, 式

$$T_1 - T_f = \frac{\alpha^2}{m^2} \geq \Delta T_c \quad (14)$$

就是无纵向温度梯度热光双稳态的吸收匹配条件。由 α 及 m 定义, (14)可改写为

$$\frac{\alpha P L}{2\pi \gamma_0 k_l} \geq \Delta T_c \quad (15)$$

P 是入射光功率, α 是夹层介质的吸收系数。为避免腔的 Q 值降低太多, αL 不宜取太高值。要降低临界入射光功率, 只能缩小 γ_0 及采用较低的 K_l 值的介质材料。若 $\Delta T_c = 0.08\text{K}$, 聚焦使 γ_0 小到 10^{-3}cm , $K_l = 10^{-3}\text{W}(\text{cm}\cdot/\text{K})$, 要使临界入射光功率小到 10^{-5}W , 则应使 $\alpha L \approx 0.05$ 。(15)式描述了 M_B 端保持的温度 T_1 是由 M_B 膜对总透射光的吸收, 除散热到外界外, 平衡时保持温度 $T_1 = T_f + \frac{\alpha^2}{m^2}$ 。而介质的吸收加热自身保持与 T_1 相同温度。

2) M_F 端与外界有热交换, 此时应采用(6)式的边界条件解方程(10), 经繁琐运算后得,

$$\theta = \frac{\left(\theta_1 - \frac{\alpha^2}{m^2} \right) \left[\cosh m(L-z) + \frac{h_2}{mk_l} \sinh(L-z) \right] - \frac{h_2 \alpha^2}{m^3 k_l} \sinh mz}{\cosh mL + (h_2/mk_l) \sinh mL} + \frac{\alpha^2}{m^2} \quad (16)$$

在 $z=L$ 处(M_F)端的温升为

$$\theta_2 = \frac{\left(\theta_1 - \frac{\alpha^2}{m^2} \right) - (h_2 \alpha^2 / m^3 k_l) \sinh mL}{\cosh mL + (h_2 / mk_l) \sinh mL} + \frac{\alpha^2}{m^2} \quad (17)$$

通过 A 的热流量为

$$Q_4 = \frac{\left(\theta_1 - \frac{\alpha^2}{m^2} \right) [\sinh mL + (h_2 / mk_l) \cosh mL] + (h_2 \alpha^2 / m^3 k_l)}{\cosh mL + (h_2 / mk_l) \sinh mL} \cdot mk_l A \quad (18)$$

比较(3), (7), (11)和(16)等式可以看出, 其主要差别之一是(3)和(11)式在 $z=L$ 处均是极小值点。这是因 M_F 膜不吸收而且绝热, 距吸收镜面 M_B 又最远, 相反, (7)和(16)两式在 $z=0$ 和 $z=L$ 区间内均有 $\left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \Big|_{0 < z < L} \neq 0$, 说明纵向温度分布函数在此区间无极值点。图3是给定 θ_1 , αP , k_l 和 h_2 下, 不同 L/γ_0 值下的 θ_2 与 z/L 的关系图。由(17)可知, θ_2 与 αP 成线性关系。图4是在 $L/\gamma_0 = 1$ 时, 其他参数与图3取同值下的 θ_2 对 αP 关系。显然在 αP 大于 $10^{-8}\text{W}\cdot\text{cm}^{-1}$ 时, 系统无纵向温度梯度, 即 $\theta_1 \approx \theta_2$ 。

比较(3)和(11), (7)和(16)易于看出, M_B 与介质均有吸收时比介质完全吸收所造成的温度梯度小, 而且当 M_B 吸收与介质吸收(αP)成一定匹配时, 可使腔内温度梯度等于零或近于零。在不同参数下, 可用类似于图3、图4作图法寻求无纵向温度梯度的条件。也可用计算近似求之。例如 $\gamma_0 = 15\ \mu\text{m}$, $L = 30\ \mu\text{m}$, $k_2/k_1 = 0.1$ 时, 可算出在 $\theta_1 \approx 0.94 \frac{\alpha^2}{m^2}$ 时, θ_2 几乎等于 θ_1 , 即近于零纵向温度梯度。为形成光学双稳态, 要求 $\theta_1 = 0.94 \frac{\alpha^2}{m^2} \geq \Delta T_c$ 。

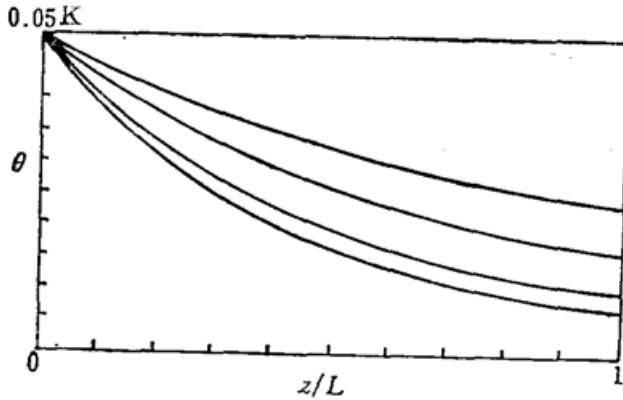


Fig. 3 $\theta(z)$ vs z/L with $\theta_1=0.05\text{K}$, $\alpha P=2\times 10^{-4}$ (W/cm), $k_t=5\times 10^{-2}$ (W/cm·K), $k_2/k_t=0.1$, $\delta/L=0.1$, from the top to the bottom, $L/r_0=0.5, 1, 2, 3$, respectively

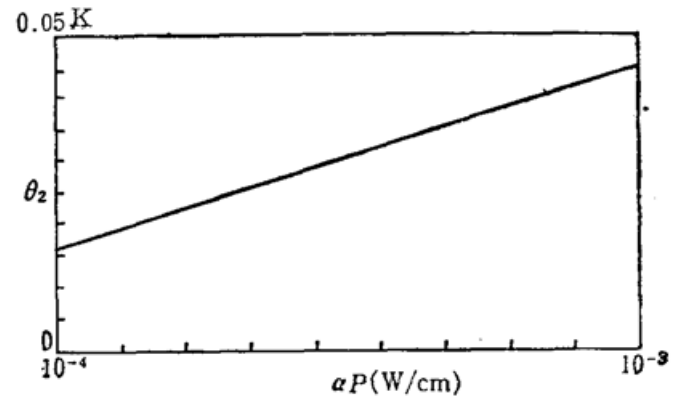


Fig. 4 θ_2 vs αP for $\theta_1=0.05\text{K}$, $L/r_0=1$, $k_t=5\times 10$ (W/cm·K), $k_2/k_t=0.1$, $\delta/L=0.1$

总之,在 F-P 标准具结构的热-光双稳态器件中,只靠后反射镜 M_B 的吸收加热夹层中的热光非线性介质,虽然可使腔的 Q 值大大提高,但在腔内会形成复杂的温度梯度,使形成光学双稳态的入射光功率提高。为克服此缺点,必须使 M_B 和介质均有吸收,在两者吸收达一定匹配时,可获得无纵向温度梯度的低临界入射光功率光学双稳态。

参 考 文 献

- 1 Miller A. et al., *Opt. Acta*, **33**, 387 (1987)
- 2 Wherrett B. S. et al., *J. Opt. Soc. Am. B*, **3**, 351 (1986)
- 3 Kar A. K. et al., *J. Opt. Soc. Am. B*, **3**, 345 (1986)
- 4 Lloyd A. D. et al., *Opt. Commun.*, **61**, 339 (1987)
- 5 Hutchings D. C. et al., *Opt. Commun.*, **61**, 345 (1987)
- 6 Lloyd A. D. et al., *Opt. Lett.*, **13**, 227 (1988)
- 7 Lloyd A. D. et al., *Appl. Phys. Lett.*, **53**, 460 (1988)
- 8 Janossy I. et al., *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-21**, 1447 (1985)