

双折射多层膜系的反射和透射特性的研究

王海明

(应用光学国家重点实验室, 长春 130022)

提要: 导出了平面波在双折射介质表面的反射系数和透射系数公式。并发展了一种计算多层膜系统(其中若干膜层或基底是双折射材料)反射率随表面极坐标分布的公式和数值方法。

关键词: 膜, 双折射

Study of reflection and transmission characteristics of birefringent multiple layers

Wang Haiming

(National Applied Optics Laboratory, P. O. Box 1024, Changchun P. R. C)

Abstract: The reflection and transmission coefficients of the plane wave at the birefringent surface were deduced. Also developed was the expressions and numerical method to calculate the reflectance distribution vs. the polar coordinates for the multiple layers which consist of several birefringent films or substrates.

Key words: films, birefringence

一、引言

在实际应用中, 菲涅尔公式^[1]无法解决下面两个问题: 首先在某些应用场合必须采用双折射材料作为膜层或基底; 其次当光束在光学系统中传播时, 在界面上的相对偏振态与光源会有所不同。

在本文中我们首先导出了计算双折射介质的透、反射系数公式, 对各向同性介质, 它们简化为文献[1]的菲涅尔公式。其次我们导出了多层膜系整个表面上的反射率分布。最后我们还发展了数值计算方法, 并实际计算了多层膜系的反射率分布。

二、双折射介质的反射和透射特性

考虑如图1所示平面波在两种介质表面上的行为。介质的介电特性用张量

$$\tilde{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_x & 0 & \epsilon' \\ 0 & \epsilon_y & 0 \\ \epsilon' & 0 & \epsilon_z \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

表示^[2]。文献[2]已经导出了两种介质中的一种是双折射的情况下的反射和透射系数公式。考虑到实际应用的普遍情况,我们在这里导出了反射率和透射率的普遍公式,可以应用两种介质或其中一种介质是双折射的情况。

考虑 TE-波。这时有 $E_x = E_z = H_y = 0$ 。定义向量

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} E_y \\ -H_x \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

则麦克斯韦 (Maxwell) 方程可表示为

$$\vec{A} \vec{X} = \gamma \vec{X} \quad (2.3)$$

其中张量

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \epsilon_y - \alpha^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

且有波矢量

$$\vec{k} = \frac{\omega}{c} (\hat{x}\alpha + \hat{z}\gamma) \quad (2.5)$$

定义单位张量

$$\vec{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

则由行列式

$$\text{Det}(\vec{A} - \gamma \vec{I}) = 0 \quad (2.7)$$

可解出波矢量在 z 轴方向的方向余弦:

$$\gamma = \pm \sqrt{\epsilon_y^2 - \alpha^2} \quad (2.8)$$

从而有

$$\left. \begin{aligned} H_x &= \pm Q_s E_y \\ Q_s &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon_y^2 - \alpha^2}} \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

利用边界条件即可得反射和透射系数

$$\left. \begin{aligned} r_{\text{TE}} &= \frac{Q_{s2} - Q_{s1}}{Q_{s2} + Q_{s1}} \\ t_{\text{TE}} &= \frac{2Q_{s1}}{Q_{s2} + Q_{s1}} \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

同样对 TM-波有

$$\left. \begin{aligned} r_{\text{TM}} &= \frac{Q_{p2} - Q_{p1}}{Q_{p2} + Q_{p1}} \\ t_{\text{TM}} &= \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2} \frac{2Q_{p1}}{Q_{p2} + Q_{p1}} \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

$$Q_p = \sqrt{\frac{\epsilon_x - \epsilon' / \epsilon_z}{1 - \alpha^2 / \epsilon_z}} \quad (2.12)$$

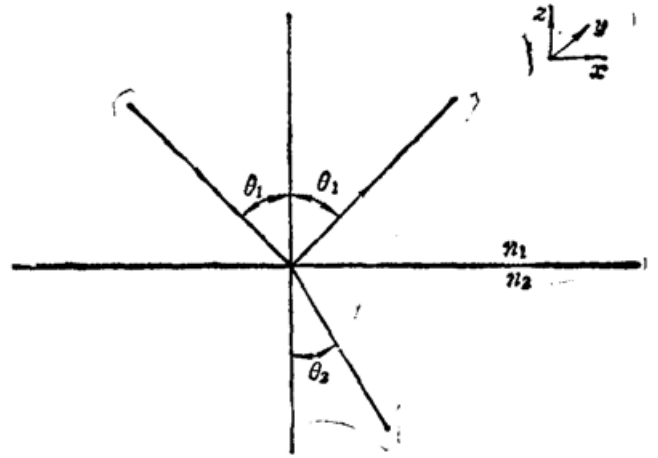


Fig. 1 Illustration of the reflected and the refracted rays

当两种介质中有一种是双折射材料时,上述(2.9)至(2.12)式和文献[2]的表达式一致。而当两种介质都是各向同性材料时,它们即简化为文献[1]中的菲涅尔公式。此外,上述表达式简单明了,便于计算,且与菲涅尔公式表达方法一致。

三、非子午面内光线的反射和折射

考虑一条子午面外的光线,它与子午面之间的方位角为 ϕ_1 ,则在图 1 的坐标系中,波矢量可以表示为

$$\vec{k}_1 = k_1(\hat{x} \sin \theta_1 \cos \phi_1 + \hat{y} \sin \theta_1 \sin \phi_1 + \hat{z} \cos \theta_1) \quad (3.1)$$

在子午面外光线的入射面所定义的平面内以及与此平面垂直的方向上分别取一与 \vec{k}_1 垂直的单位矢量 \hat{p}_1, \hat{s}_1 。现在我们将坐标系绕 z 轴旋转 ϕ_1 角:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \vec{R} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\vec{R} = \begin{bmatrix} \cos \phi_1 & -\sin \phi_1 & 0 \\ \sin \phi_1 & \cos \phi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

在新坐标系中,有

$$\begin{cases} \vec{k}_1 = k_1(\hat{x}' \sin \theta_1 + \hat{z}' \cos \theta_1) \\ \hat{s}_1 = \hat{y}' \\ \hat{p}_1 = (\vec{k}_1/k_1) \times \hat{s}_1 = \hat{x}' \cos \theta_1 - \hat{z}' \sin \theta_1 \end{cases} \quad (3.4)$$

变回到原来的坐标系,有

$$\hat{s}_1 = -\hat{x} \sin \phi_1 + \hat{y} \cos \phi_1 \quad (3.5)$$

$$\hat{p}_1 = \hat{x} \cos \theta_1 \cos \phi_1 + \hat{y} \cos \theta_1 \sin \phi_1 - \hat{z} \sin \theta_1 \quad (3.6)$$

现在向量 $\vec{k}_1, \hat{s}_1, \hat{p}_1$ 可以作为一组正交基。考虑线偏振光源,其电场矢量垂直于子午面,可称之为 TE-模光源。当光源发出的平面波到达分界面上 (θ_1, ϕ_1) 处时,其偏振态可用单位矢量 \hat{e}_1 表示,显然 \hat{e}_1 满足下列方程组:

$$\left. \begin{cases} \vec{k}_1 \cdot \hat{e}_1 = 0 \\ e_{1z} = 0 \\ |\hat{e}_1| = 1 \end{cases} \right\} \quad (3.7)$$

由方程(3.7)可解得

$$\hat{e}_1 = \frac{-\hat{y} \cos \theta_1 + \hat{z} \sin \theta_1 \sin \phi_1}{(\cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1 \sin^2 \phi_1)^{1/2}} \quad (3.8)$$

现在我们可以将 \hat{e}_1 用基 $(\vec{k}_1, \hat{s}_1, \hat{p}_1)$ 展开:

$$\hat{e}_1 = \frac{-\hat{s}_1 \cos \theta_1 \cos \phi_1 - \hat{p}_1 \sin \phi_1}{(\cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1 \sin^2 \phi_1)^{1/2}} \quad (3.9)$$

这样我们可以对(3.9)式在 \hat{s}_1 和 \hat{p}_1 方向的分量分别应用(2.17)式和(2.22)式计算反射和透射系数。

对 TM-模光源(电场矢量在子午面内)同样可以用 \hat{e}_1 单位矢量表示在 (θ_1, ϕ_1) 处的电场矢量:

$$\left. \begin{cases} \vec{k}_1 \cdot \hat{e}_1 = 0 \\ e_{1y} = 0 \\ |\hat{e}_1| = 1 \end{cases} \right\} \quad (3.10)$$

$$\hat{e}_1 = \frac{-\hat{x} \cos \theta_1 + \hat{z} \sin \theta_1 \cos \varphi_1}{(\cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1 \cos^2 \varphi_1)^{1/2}} = \frac{\hat{s}_1 \cos \theta_1 \sin^2 \varphi_1 - \hat{p}_1 \cos \varphi_1}{(\cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1 \cos^2 \varphi_1)^{1/2}} \quad (3.11)$$

同样我们可以对(3.11)式的 \hat{s}_1 分量和 \hat{p}_1 分量分别应用(2.17)式和(2.22)式计算反射和透射系数。

四、多层膜系的反射率和折射率

对于如图 2 所示的多层膜系统，由于我们现在已经可以计算双折射介质的反射和透射系数，因此可以进一步利用文献[1]第 I 章 1.6 节中的方法，计算得到整个膜系的反射率和透射。进一步利用本文第 3 节的方法，我们还可以得到反射率或透射率在整个膜系表面的分布。

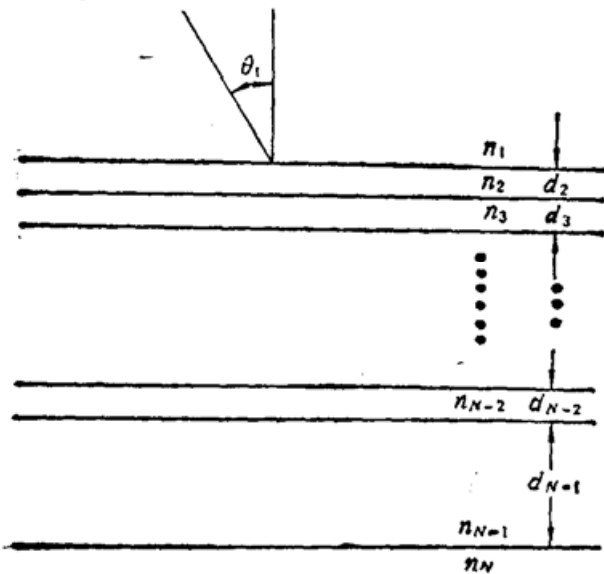


Fig. 2 Configuration of the multiple coatings

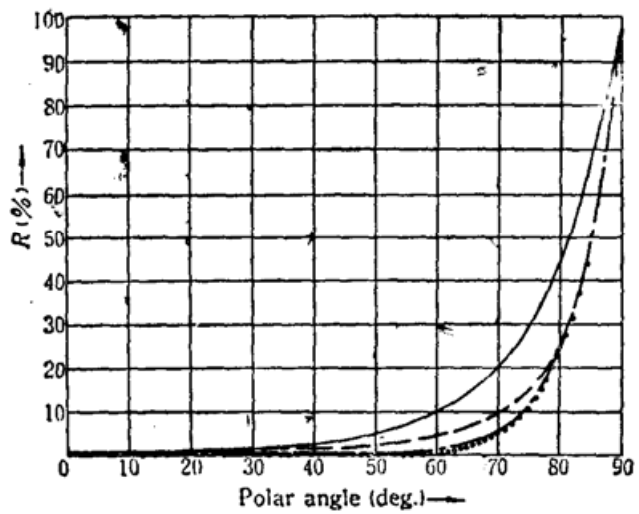


Fig. 3 Reflectance distribution vs. incident angle of TE mode light source (wavelength=0.6328μm); solid line: $\varphi=0$, dashed line: $\varphi=30^\circ$, dash-dotted line: $\varphi=60^\circ$, dotted line: $\varphi=90^\circ$

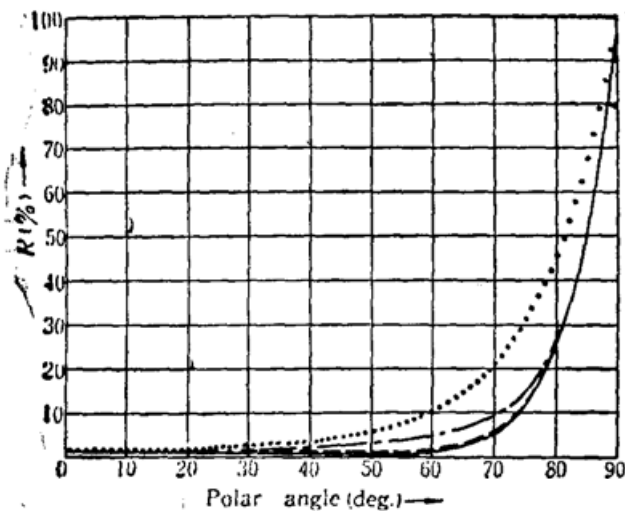


Fig. 4 Reflectance distribution vs. incident angle of TM mode light source (wavelength=0.6328 μm); solid line: $\varphi=0$, dashed line: $\varphi=30^\circ$, dash-dotted line: $\varphi=60^\circ$, dotted line: $\varphi=90^\circ$

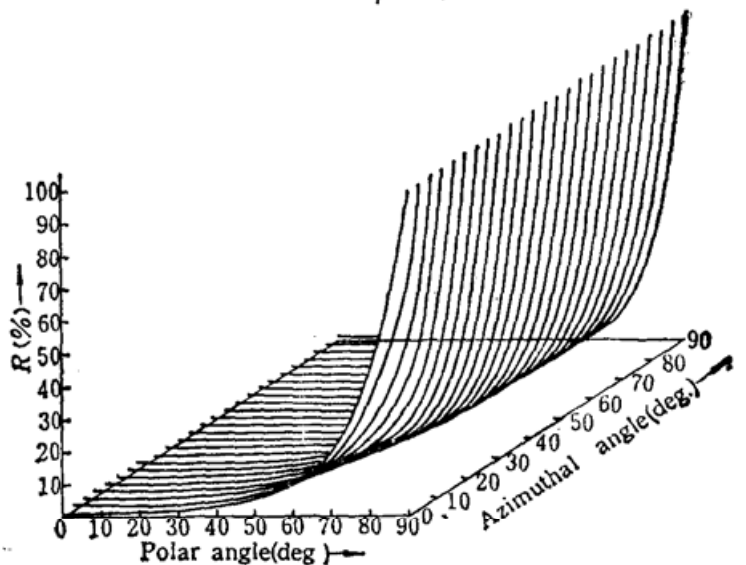


Fig. 5 3-D Reflectance distribution of TE mode light source (wavelength = 0.6328μm)

作为一个例子,我们给出了一个减反射膜系统的反射率计算结果,见图3至图5。波长为 $\lambda=0.6328\mu\text{m}$ 的氦氖激光从空气($n_1=1.0$)入射到膜层表面,膜层的折射率分别为 $n_{20}=1.3814$, $n_{2e}=1.3795$,膜厚满足 $n_{20}\cdot d_1=\lambda/4=0.1332\mu\text{m}$ 。基底为玻璃, $n_3=1.52$ 。图3给出的是TE-模光源在不同方位角入射时,表面反射率 R 随入射极角的分布。其中实线、虚线、点划线和点线分别是方位角 $\varphi=0^\circ$, $\varphi=30^\circ$, $\varphi=60^\circ$ 和 $\varphi=90^\circ$ 时的反射率曲线。结果表明,随着方位角变大,反射率降低。TM-模光源在 $\varphi=0^\circ$, $\varphi=30^\circ$, $\varphi=60^\circ$ 和 $\varphi=90^\circ$ 时的反射率曲线表示在图4中。显然图3中的 $\varphi=0^\circ$ 曲线即是图4中的 $\varphi=90^\circ$ 曲线,而前者 $\varphi=30^\circ$ 曲线即后者的 $\varphi=60^\circ$ 曲线,其余两图也有这种对应关系。这是由于TE-模和TM-模的偏振方向正好存在上述的互补角关系之故。因此我们只要给出TE-模光源在表面所有 (θ_1, φ_1) 上的分布,就已经足以描述整个表面的反射特性,如图5所示。

参 考 文 献

- 1 M. Born, E. Wolf, Principle of Optics, Pergamon, Oxford, 1980
- 2 J. de Smet, *Appl. Opt.*, **26**, 995(1987)

本刊被评为上海市 1990~1991 年度优秀科技期刊

在最近由上海市科委、上海市新闻出版局、上海市科协组织的一次评比中,本刊被评为上海市 1990~1991 年度优秀科技期刊。

上海市目前有 419 种科技杂志,这次共有 379 种杂志进行了自查申报,参加评选。上海市科学技术期刊委员会组织了 81 名专家,分别对杂志的管理,内容、编辑、出版印刷等进行了评审。经过多次筛选,共评出 51 种优秀科学技术期刊,并对 40 种刊物进行了表扬。

(吉 禾)