

Wollaston 棱镜用于会聚光束中的 位相延迟研究

李国华 肖胜安 李继仲 李 晶

(曲阜师范大学激光研究所, 273165)

提要: 本文推导了任一空间光线经过 Wollaston 棱镜的相位延迟公式, 分析了特殊情况下会聚光束经过棱镜的相位延迟分布。

关键词: Wollaston 棱镜, 相位延迟, 会聚光束

Study on phase retardation of a Wollaston prism in convergent light

Li Guohua, Xiao Sheng'an, Li Jizhong, Li Jing

(Laser Institute, Qufu Normal University, Qufu)

Abstract: Some formulas of phase retardation of any light passing through a Wollaston prism are given and the distribution of retardation in a special convergent beam is analysed.

Key words: Wollaston prism, retardation, convergent light

一、引 言

Wollaston 棱镜是常见偏光分束器件之一, 由于它具有分束起偏特性, 使其在一些高性能的精密光学成像系统中得到了重要应用^[1,2], 在这些系统中, 一般地入射光为会聚光束, 这时出射光束中各光线的相位延迟, 或相应于同一入射光线的两出射光(*o*光和*e*光)的相位差, 都与入射光线的入射角、入射点有关, 这种位相(或位相差)的不均匀分布对成像系统的对比度具有直接的影响。

虽然 Wollaston 棱镜用于会聚光束中的几何像差已被许多人研究过^[3], 但对它的偏振像差(相位延迟差和强度分布特征)的研究却未见报道。本文利用光线追迹法, 给出了任一光线入射时, 出射光的相位延迟公式, 分析了常见情况下出射光的相位延迟分布。

二、相位延迟公式推导

光线经过 Wollaston 棱镜的光路如图 1 示(以石英棱镜为例)。

以棱镜中心轴与第一界面、第二界面的交点分别作为坐标系 xyz 和 $x'y'z'$ 的原点 $o, o', x,$

x' 轴分别平行于其表面法线, z, z' 轴分别平行于第一块棱镜和第二块棱镜的光轴(见图 1), 称第一块棱镜中的 e 光线、 o 光线分别为 Wollaston 棱镜的 e 光线、 o 光线。

2.1 e 光线的相位延迟

设入射角为 θ_1 的光线入射到第一表面上(o, y_1, z_1)处, 其光线矢在 yz 平面上的投影与 z 轴夹角为 φ 。

那么折射 e 光线的方向矢 $S_e(S_{ex}, S_{ey}, S_{ez})$ 为^[4]

$$S_{ex} = \cos \alpha \cos \theta_{e1} + \frac{\sin \theta_{e1} \sin \alpha \cos \varphi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta_{e1} \sin^2 \varphi}} \quad (1)$$

$$S_{ey} = \cos \alpha \sin \theta_{e1} \sin \varphi + \frac{\sin \varphi \cos \varphi \operatorname{tg} \theta_{e1} \sin \theta_{e1} \sin \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta_{e1} \sin^2 \varphi}} \quad (2)$$

$$S_{ez} = \cos \alpha \cos \varphi \sin \theta_{e1} - \cos \theta_{e1} \sin \alpha \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta_{e1} \sin^2 \varphi} \quad (3)$$

其法线矢为

$$K_e = K_e(\cos \theta_{e1}, \sin \theta_{e1} \sin \varphi, \sin \theta_{e1} \cos \varphi) \quad (4)$$

式中 $\theta_{e1}, \alpha, \theta$ 由下列各式给出^[4]

$$\sin \theta_{e1} = \frac{\sin \theta_1}{n_e \sqrt{1 + \lambda^2 (n_0^2 - n_e^2) \cos^2 \varphi \sin^2 \theta_1}} \quad \left(\lambda = \frac{1}{n_0 n_e} \right) \quad (5)$$

$$\cos \theta = \sin \theta_{e1} \cos \varphi \quad (6)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{(n_e^2 - n_0^2) \operatorname{tg} \theta}{n_e^2 + n_0^2 \operatorname{tg}^2 \theta} \quad (7)$$

n_0, n_e 分别为单轴晶体的两个主折射率。

e 光线与第二界面交于(x_2, y_2, z_2)点, 按照矢量关系得到

$$x_{2e} = l_{1e} \cdot S_{ex} \quad (8)$$

$$y_{2e} = y_1 + l_{1e} \cdot S_{ey} \quad (9)$$

$$z_{2e} = z_1 + l_{1e} \cdot S_{ez} \quad (10)$$

l_{1e} 为 e 光线经过的几何路程

$$l_{1e} = \frac{-(z_1 - B) \cos \beta}{S_{ex} \sin \beta + S_{ez} \cos \beta} \quad (11)$$

按坐标系之间的转换关系, (x_2, y_2, z_2) 在坐标系 $x'y'z'$ 中的坐标为

$$\begin{bmatrix} x'_{2e} \\ y'_{2e} \\ z'_{2e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \beta & 0 & \cos \beta \\ -\cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{2e} - O \\ y_{2e} \\ z_{2e} \end{bmatrix} \quad (12)$$

光线矢 S_e 在 $x'y'z'$ 中的各分量为

$$\begin{bmatrix} S_{ex'} \\ S_{ey'} \\ S_{ez'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \beta & 0 & \cos \beta \\ -\cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{ex} \\ S_{ey} \\ S_{ez} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$K_{ex'}, K_{ey'}, K_{ez'}$ 由类似的公式给出。

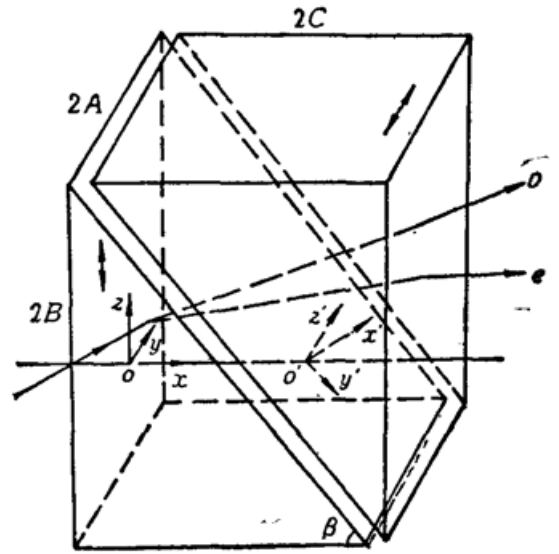


Fig. 1 Path of light ray passing through a Wollaston prism

e 光线在第二界面上的折射角 θ_{e2} 为

$$n'_e \sin \theta'_{e1} = n \sin \theta_{e2} \quad (14)$$

$$\cos \theta'_{e1} = \cos(\mathbf{K}'_e, \mathbf{X}') = K_{ex}' \quad (15)$$

n'_e 为 e 光波的折射率^[4]

$$n'_e = n_0 n_e / \sqrt{n_e^2 \cos^2 \theta + n_0^2 \sin^2 \theta} \quad (16)$$

n 为胶合剂的折射率。

设该折射光线的方向矢为 $(\cos \theta_{e2}, \sin \theta_{e2} \sin \varphi', \sin \theta_{e2} \cos \varphi')$, 那么 φ' 由下式确定 (\mathbf{K}'_e , \mathbf{X}' 与 \mathbf{S}'_e 共面)

$$K_{ey}' \cos \varphi' - K_{ez}' \sin \varphi' = 0 \quad (17)$$

e 光线在胶合剂中的几何路程为

$$l_{2e} = d / \cos \theta_{e2} \quad (18)$$

d 为胶合层的厚度

e 光线与第三界面的交点坐标 $(x'_{3e}, y'_{3e}, z'_{3e})$ 为

$$x'_{3e} = x'_{2e} + l_{2e} \cos \theta_{e2} \quad (19)$$

$$y'_{3e} = y'_{2e} + l_{2e} \sin \theta_{e2} \sin \varphi' \quad (20)$$

$$z'_{3e} = z'_{2e} + l_{2e} \sin \theta_{e2} \cos \varphi' \quad (21)$$

e 光线进入第二块棱镜后, 成为第二块棱镜的 o 光线, 设其光线矢为 $(\cos \theta_{e3}, \sin \theta_{e3} \sin \varphi', \sin \theta_{e3} \cos \varphi')$, 那么

$$n \sin \theta_{e2} = n_0 \sin \theta_{e3} \quad (22)$$

它在第二块棱镜中的几何路程为

$$l_{3e} = \frac{C}{\cos \theta_{e3} \sin \beta - \sin \theta_{e3} \cos \varphi' \cos \beta} \quad (23)$$

因此, e 光线经过 Wollaston 棱镜的相位延迟为

$$\delta_e = \frac{2\pi}{\lambda} (n'_e \cos \alpha l_{1e} + n l_{2e} + n_0 l_{3e}) \quad (24)$$

其相应出射点坐标类似 (19) ~ (21) 式给出。

2.2 o 光线的相位延迟

在第一界面上 o 光线的折射角 θ_{o1} 为

$$\sin \theta_1 = n_0 \sin \theta_{o1} \quad (25)$$

该光线第二界面的交点 (x_{2o}, y_{2o}, z_{2o}) 及相应的几何路程 l_{1o} 为

$$x_{2o} = l_{1o} \cos \theta_{o1} \quad (26)$$

$$y_{2o} = y_1 + l_{1o} \sin \theta_{o1} \sin \varphi \quad (27)$$

$$z_{2o} = z_1 + l_{1o} \sin \theta_{o1} \cos \varphi \quad (28)$$

$$l_{1o} = \frac{-(z_1 - B) \cos \beta}{\cos \theta_{o1} \sin \beta + \sin \theta_{o1} \cos \varphi \cos \beta} \quad (29)$$

该交点在 $x'y'z'$ 系中的坐标 $(x'_{2o}, y'_{2o}, z'_{2o})$ 为

$$\begin{bmatrix} x'_{2o} \\ y'_{2o} \\ z'_{2o} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \beta & 0 & \cos \beta \\ -\cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1o} - C \\ y_{1o} \\ z_{1o} \end{bmatrix} \quad (30)$$

光线矢 S_o 在 $x'y'z'$ 系中的分量也可由类似的变换得到(记为 $S_{ox'}$, $S_{oy'}$, $S_{oz'}$)。该光线在第三界面上的入射角 θ'_{o1} 为

$$\cos \theta'_{o1} = \cos(\mathbf{K}'_o, \mathbf{X}') = S_{ox'} \quad (31)$$

其折射角为 θ_{o2} , 折射光线方向矢为 $(\cos \theta_{o2}, \sin \theta_{o2} \sin \varphi'_o, \sin \theta_{o2} \cos \varphi'_o)$, θ_{o2} , φ'_o 由下式确定

$$n_0 \sin \theta'_{o1} = n \sin \theta_{o2} \quad (32)$$

$$\begin{vmatrix} S_{ox'} & S_{oy'} & S_{oz'} \\ \cos \theta_{o2} & \sin \theta_{o2} \sin \varphi'_o & \sin \theta_{o2} \cos \varphi'_o \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (33)$$

o 光线在胶合层中的几何路程为

$$l_{2o} = d / \cos \theta_{o2} \quad (34)$$

它交于第三界面的交点坐标为

$$x'_{3o} = x'_{2o} + l_{2o} \cos \theta_{o2} \quad (35)$$

$$y'_{3o} = y'_{2o} + l_{2o} \sin \theta_{o2} \sin \varphi'_o \quad (36)$$

$$z'_{3o} = z'_{2o} + l_{2o} \sin \theta_{o2} \cos \varphi'_o \quad (37)$$

该光线入射到第二块棱镜后, 变成第二块棱镜的 e 光线, 其光线方向矢由(1)~(7)式给出, 记其方向矢为 $(S_{o3x'}$, $S_{o3y'}$, $S_{o3z'})$, 则其几何路程为

$$l_{3o} = \frac{C}{S_{o3x'} \sin \beta - S_{o3y'} \cos \beta} \quad (38)$$

其相应出射点坐标类似于(35)~(37)式给出。

因此, o 光线的相位延迟为

$$\delta_o = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o l_{1o} + n l_{2o} + n'_e \cos \alpha' l_{3o}) \quad (39)$$

n'_e , α' 分别为该光波在第二块棱镜中的折射率和离散角, 分别由类似于式(16), (7)的公式给出。

三、数值处理与结论

对 $\phi 25 \text{ mm}$, 长 17 mm 的 Wollaston 棱镜 ($\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$, $n_o = 1.5426$, $n_e = 1.5517$; 胶合层 $n = 1.5240$, $d = 28 \mu\text{m}$)^[5], 考虑会聚点在棱镜中心处的一光束, 利用 2 中的公式得到 o 光。 e 光的相位延迟及相应的位相差分布如图 2、3 示。

对某些成像系统(如显微镜), 其空间分辨率为

$$\xi \sim \frac{\lambda_o}{n \sin \theta}$$

$n \sin \theta$ 为其数值孔径, 因此增加入射角可以获得高的分辨率, 但入射角的增加, 将引起光线相移变化(见图 2、3), 致使仪器对比度下降, 因此在包含 Wollaston 棱镜的成像系统中, 进行高精度设计时要全面考虑这些因素。此外, 相位延迟(或相位延迟之差)在整个出射光束中的这种不均匀分布, 对成像质量的影响也是值得重视的。

本文推导了 Wollaston 棱镜用于会聚光束中相位延迟的一般公式, 同时给出了任一空间光线经过棱镜后其出射光线的空间方位, 因此对于严格分析 Wollaston 棱镜的几何像差也具

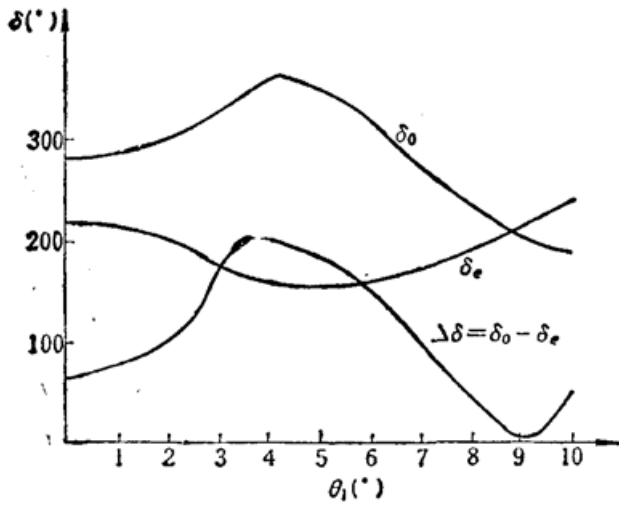


Fig. 2 Phase retardation vs the incident angle on the incident plane parallel to optical axis 1

有一定的参考价值。

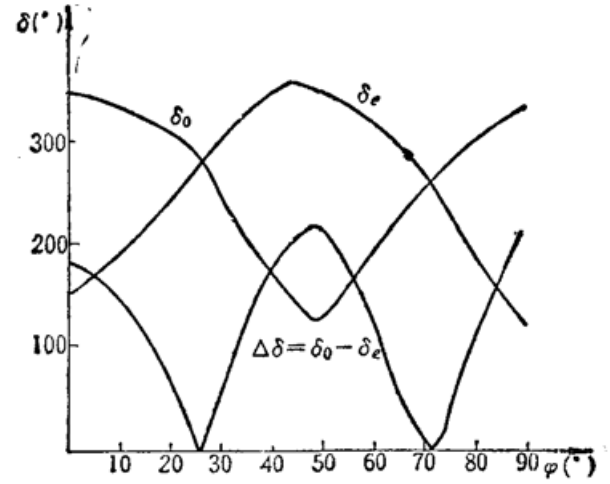


Fig. 3 Phase retardation vs the azimuth of the incident plane for a convergent light ray at the incident angle $\theta = 5^\circ$

参 考 文 献

- 1 K. G. Harding *et al.*, *Appl. Opt.*, **22**(6), 856~861(1983)
- 2 W. Lang, Normarsk, *Differential Interference*, ZEISS
- 3 Maria C. Simon, *Appl. Opt.*, **25**(3), 369~376(1986)
- 4 李国华 *et al.*, *光学学报*, **12**(4), 365~369(1992)
- 5 *光学仪器设计手册*, 国防工业出版社, 1971, 502~503