

粒子在单束激光势阱中的束缚力

韩正甫 郭光灿

(中国科技大学物理系, 合肥 230026)

提要: 本文在几何光学近似下, 考虑到强聚焦高斯光束的结构, 导出了 TEM₀₀ 高斯光束对透明球状粒子作用力的计算公式, 数值计算给出了单束激光阱存在的条件, 并讨论了光吸收的影响。

关键词: 激光势阱, 光漂浮, 高斯光束

The forces exerted by a single laser trapping on particles

Han Zhenfu, Guo Guangcan

(Department of Physics, University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230026)

Abstract: The formulas of the forces applied by a TEM₀₀ Gaussian laser beam on the transparent spheres are derived under the approximation of geometric optics with regard for the contraction of a strongly focussed Gaussian optical beam. The numerical results show the condition of the laser trapping of a single laser beam. The effects of the absorption of light on the trapping are also discussed.

Key words: laser trapping, optics levitation, Gaussian optical beam

一、引 言

光学势阱(optics trapping)^[1]可俘获粒子, 克服热动能影响, 是光谱精细结构研究和低能粒子等的研究的理想工具, 又可用于来俘获无损伤地搬移单个生物粒子, 例如病毒、细菌、细胞等, 常称之为光学镊子, 正是这种潜在的应用能力, 使光学势阱的研究引人入胜。

光学势阱的概念早在 1968 年就提出来了^[2], 1971 年, Ashkin 建议用双光束形成的驻波阱来俘获较大的粒子, 并在实验上得到证实^[3], 随后, 他又提出单束漂浮势阱(levitation)的设想并得到实验证实^[4, 5], 这两种方法都存在结构复杂, 应用不便的缺点。1978 年 Ashkin 再次提出另一种单束势阱的设想^[6], 其结构简单且对于原子可同步实现光学冷却的优点, 引起了广泛的注意, 1986 年 Ashkin 等在实验上证实了粒径在 25 nm ~ 10 μm 之间的粒子可用单束阱稳定俘获^[7], 该文同时从理论上分析了瑞利粒子($d \ll \lambda$) 在单束阱中的束缚力, 而对较大的 Mie 粒子($d \gg \lambda$) 用几何光学给出了定性的说明, 未给出定量的理论分析, 因而也就未指出在实验中选择各种参数的理论依据。Roosen 等曾分析过 Mie 粒子在高斯光束中的受力情形^[8], 由于所用光束束腰太大, 未能说明 Mie 粒子单束阱的存在。本文在几何光学近似下详细地分析

较大的粒子 ($d \sim 20 \mu\text{m}$) 在 TEM_{00} 高斯光束中的受力情况, 从理论上给出单束阱存在的条件并提供实验中选择最佳参数的依据。

二、基模高斯光束中的球状粒子

对于 $d \gg \lambda$ 的粒子, 几何光学近似是成立的, 由于单束势阱中粒子的平衡点紧靠焦点, 这里不是简单地用点光源近似, 而是具体地考虑高斯光束的结构, 并对不同的点考查各自的入射角, 如图 1 所示。图中 w_0 为聚焦光束腰的半宽度, z_0 为球心到束腰的距离, $R(z)$ 是入射点的光波振面半径, R, T 分别是光束折、反处的反射率和透射率。为了拟合大多数实验条件, 设入射光为单色、自然偏振的 TEM_{00} 高斯光束, 因此在球表面的折射率和反射率满足。

$$R = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin^2(\hat{i} - \gamma)}{\sin^2(\hat{i} + \gamma)} + \frac{\text{tg}^2(\hat{i} - \gamma)}{\text{tg}^2(\hat{i} + \gamma)} \right] \quad (1)$$

$$T = 1 - R \quad (2)$$

式中 \hat{i} 为光线在球面上的入射角, γ 为折射角。

1. 粒子在 z 方向的受力

设入射光沿 z 轴正方向, 考虑到球和高斯束的对称性, 设球心在光轴上, 并追踪任一条光线在球面上折反时对球的作用力, 根据对称性, 对球的受光面积分。

任意一条入射到球上的光线, 对球的作用力可分为三部分: (1) 入射线; (2) 反射线; (3) 折射线。由图 1 给出的几何关系可得到

$$dF_I = \frac{E^2}{2\mu_0 c^2} ds \cos \hat{i} e^{i\alpha} \quad (3)$$

$$dF_R = \frac{RE^2}{2\mu_0 c^2} ds \cos \hat{i} e^{-j(i+\theta)} \quad (4)$$

$$dF_T = -\frac{T^2 E^2}{2\mu_0 c^2} \cos \hat{i} ds \left[\frac{e^{-j(i+\theta-2\gamma)} + R e^{-j(i+\theta)}}{1 + R^2 + 2R \cos(2\gamma)} \right] \quad (5)$$

$$dF = dF_I + dF_R + dF_T \quad (6)$$

$$F(z) = \frac{\rho^2}{2\mu_0 c^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\theta_0} d\theta E^2 \sin \theta \cos \hat{i} \left[\cos \alpha + R \cos(\hat{i} + \theta) - T^2 \frac{\cos(\hat{i} + \theta - 2\gamma) + R \cos(\hat{i} + \theta)}{1 + R^2 + 2R \cos(2\gamma)} \right] \quad (7)$$

式中 θ, φ, ρ 为球极坐标和球半径, \hat{i}, γ 分别为光线在球面上的入射角和折射角, 且满足

$$\sin \hat{i} = n \sin \gamma$$

$$E^2 = \frac{A^2}{w^2(z)} e^{-\frac{2\rho^2 \sin^2 \theta}{w^2(z)}}$$

$$w(z) = w_0 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$z = z_0 - \rho \cos \theta$$

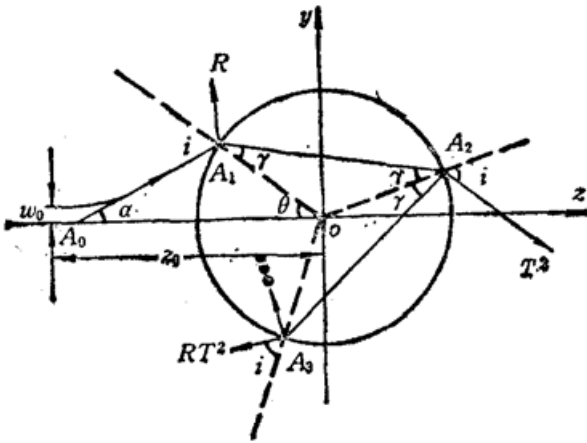


Fig. 1 The rays on the surface of particle, A_0A_1 —a ray of incidence; R —a ray of reflection; T^2, RT^2 —rays of refraction

系数 A 满足

$$A = \frac{4\mu_0 c}{\pi} \phi \quad (\phi \text{ 为入射激光功率}) \quad (8)$$

积分限应满足 $\varphi\{0 \sim 2\pi\}$, $\psi\{0 \sim \pi/2\}$, 所以 θ_0 满足方程组:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \theta_0 &= \frac{R(z)}{\rho} \\ z &= z_0 - \rho \cos \theta_0 \\ R(z) &= z \left(1 + \frac{\pi^2 w_0^4}{\lambda^2 z^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

图 2, 图 3 是在给定参数下的数值计算结果, 结果表明, 在几何光学近似下, 即 $d \gg \lambda$ 时, 球状透明粒子在 z 轴(光束)方向的受力与入射光波长和粒径无关, 而受粒子折射率和光束束腰 w_0 的影响较大。

图 2 是在球径 $2\rho = 20 \mu\text{m}$, $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, 光功率 $\phi = 10 \text{ mW}$, $w_0 = 0.2 \mu\text{m}$ 时 $F(z)$ 随 z_0/ρ 的变化曲线。由图不难得到如下结论:

a. 图中曲线与水平轴的交点(图中 A 、 B 点)是粒子在 z 轴的平衡点, 在 A 点, 不论 z_0 增大或减小均受到与移动方向相反的力, A 点是粒子的稳定平衡点, 类似分析可知 B 点是不稳定平衡点。所以在恰当条件下, 单束光学势阱是存在的;

b. 平衡点在 z_0/ρ 略大于 1 处, 即光束腰到球心的距离略大于粒子半径处。平衡点位置随球的折射率增加有远离焦点的趋势, 但变化不明显, 图中未能有效地分开不同的平衡点;

c. 从图中不难看到, 靠近焦点一侧是近似无限高势垒, 而远离焦点的势阱深度是有限的, 且随折射率的不同有显著变化, 势垒的高度正比于 A 、 B 两点间曲线与水平轴所围的面积。当 n 大于 1.3 左右时, n 增大势阱变浅, n 小于 1.3 时势阱也变浅, $n > 1.6$ 和 $n \rightarrow 1$ 时势阱消失, 所以单束势阱是存在的且不对称, n 对势阱影响很大, 最佳势阱的折射率应在 $n = 1.1 \sim 1.6$ 之

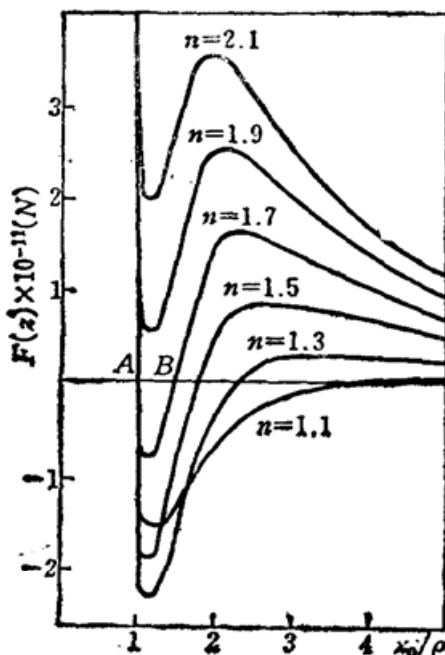


Fig. 2 The force of rays exerted on particle in Z direction with z_0/ρ and different values of n

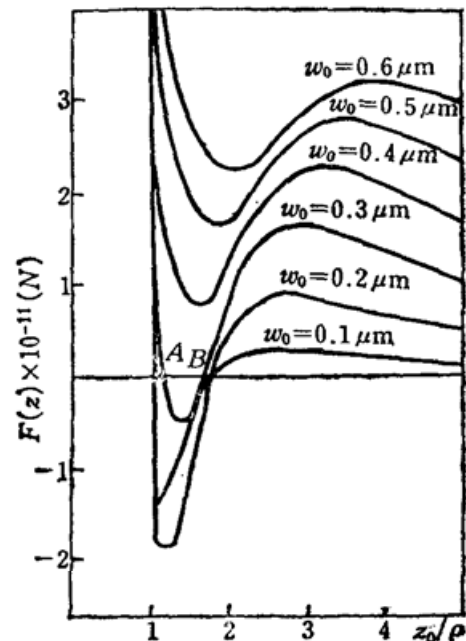


Fig. 3 The force of rays exerted on particle in Y direction with z_0/ρ and different values of w_0

间;

d. n 大于 1.6 时, 势阱消失, 但焦点附近受力下降区还存在, 若沿原光束反方向辅以一平行光束, 则粒子所受合力等于将图 2 中的水平轴上移, 势阱将重新出现。

图 3 是在折射率 $n=1.5$, 其它参数与图 2 相同, 对不同 w_0 时 $F(z) - z_0/\rho$ 的数值计算结果。从图可见:

a. w_0 的大小是势阱存在的主要条件之一, 就图中条件而言, $w_0 > 0.35 \mu\text{m}$ 时势阱消失, 而 $w_0 < 0.1 \mu\text{m}$ 时, 势阱也变浅, $n=1.5$ 时最佳束腰大小应在 $w_0 = 0.1 \sim 0.35 \mu\text{m}$ 之间, 当然 n 和 w_0 同时对势阱有影响;

b. w_0 增大, A 点向远离焦点方向移动, B 点则正相反, 所以 w_0 增大, 势阱很快变浅, 可见 w_0 对势阱影响甚大, 选择参数时应是第一要素。

由于 n, w_0 两因素同时影响势阱, 选择参数时必须综合考虑, 俘获对象确定之后, 一般载粒子的溶液也随之确定, n 就确定了, 要做的就是根据条件选择恰当的束腰, 过大和过小的均不可取。

事实上, 实验中要得到 $w_0 < 0.2 \mu\text{m}$ 的可见高斯光束腰是困难的, 衍射使我们无法将束腰聚得更小, 因而较为实际的光束腰选择范围应在 $w_0 = 0.25 \sim 0.35 \mu\text{m}$ 之间。

2. 粒子在垂直于光束方向受力

粒子在 y 轴方向的受力, 可从(6)中得到:

$$dF(y) = I_m(dF) \quad (10)$$

此式仅当球心在光束轴上时成立, 为考查粒子在偏离 z 轴时的稳定性, 设球心偏 z 轴向 y 轴正方向有一位移 ρ_0 , 如图 4。

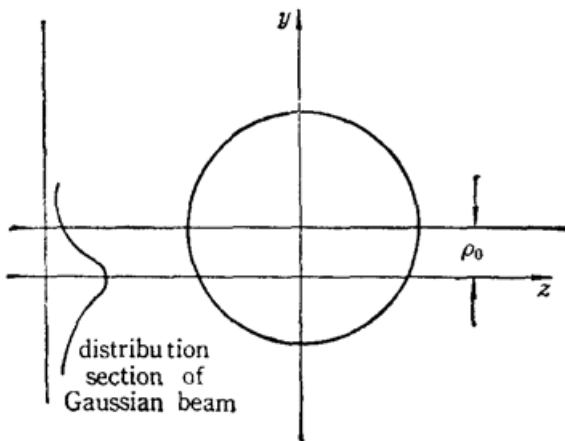


Fig. 4 The particle moving a distance ρ_0 from the center of laser beam

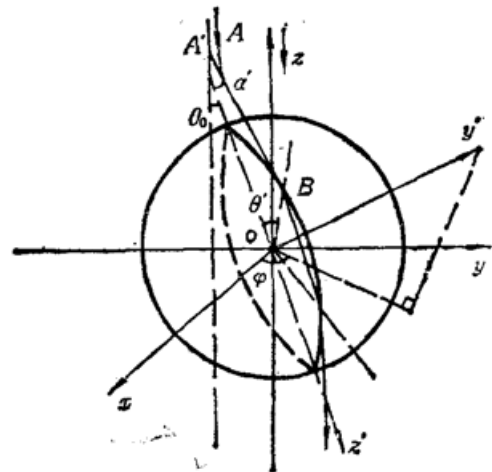


Fig. 5 The rays on the surface of particle which has moved a distance from the center of laser beam

仍采用与前面相同的单光线追踪法, 图 5 是为选取具有代表意义的光线而作的立体示意图。取任一入射光线 A, B , 该光线在 B 点的切线与光轴交于 A' 点, 且 $A'B = R(z)$, 即光线在 B 点的波振面半径。光线的入射面为 $A'BO$ 面, 取 $A'O$ 为入射截面圆的 z' 轴, 并取垂直于 z' 的 y' 轴, z', z 轴的夹角 θ_0 , 所以粒子在 y 轴方向受力是 z' 轴和 y' 轴上受力的投影叠加。 y' 轴的方位角是 θ, φ , 则有

$$dF(y) = dF(y') \cos \theta_0 \sin \varphi + dF(z') \sin \theta_0 \quad (11)$$

图 6 是入射平面的投影图。

将式 (7), (10) 代入 (11) 式得

$$\begin{aligned}
 F(y) = & \frac{A^2 \rho^2}{2\mu_0 c^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\theta(\varphi)} d\theta \sin \theta \cos \dot{i} \left\{ \left[\sin \alpha' - R \sin(\dot{i} + \theta') \right. \right. \\
 & \left. \left. + T^2 \frac{\sin(\dot{i} + \theta' - 2\gamma) + R \sin(\dot{i} + \theta')}{1 + R^2 + 2R \cos 2\gamma} \right] \cdot \cos \theta_0 \sin \varphi + \left[\cos \alpha' + R \cos(\dot{i} + \theta') \right. \right. \\
 & \left. \left. - T^2 \frac{\cos(\dot{i} + \theta' - 2\gamma) + R \cos(\dot{i} + \theta')}{1 + R^2 + 2R \cos 2\gamma} \right] \sin \theta_0 \right\} \quad (12)
 \end{aligned}$$

根据图中各量之间的几何关系可得

$$\dot{i} = \alpha' + \theta'$$

$$z = z_0 - \rho \cos \theta$$

$$R(z) = z + \frac{\pi^2 w_0^4}{\lambda^2 z}$$

$$\sin \alpha' = \frac{\rho \sin \theta'}{R(z)}$$

$$\sin \theta_0 = \frac{\rho_0}{R(z) \cos \alpha' + \rho \cos \theta'}$$

$$\cos \theta' = \cos \theta \cos \theta_0 - \sin \theta \sin \varphi \sin \theta_0$$

R, T 与 $F(z)$ 中相同。

同样可得积分限 $\theta(\varphi)$ 满足下列关系:

$$\left. \begin{aligned}
 \sin \theta_0 &= \frac{\rho_0}{\sqrt{R^2(z) + \rho^2}} \\
 \operatorname{tg} \theta' &= \frac{R(z)}{\rho} \\
 \cos \theta' &= \cos \theta \cos \theta_0 - \sin \theta \sin \varphi \sin \theta_0
 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

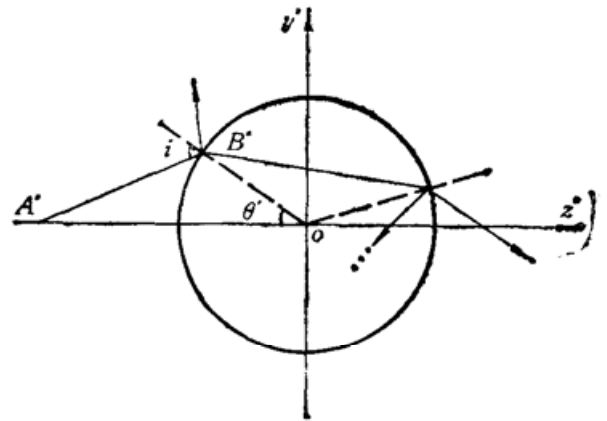


Fig. 6 The incidence plane of Fig. 5

图 7 取下列参数: $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, $\phi = 10 \text{ mW}$, $w_0 = 0.2 \mu\text{m}$, $2\rho = 20 \mu\text{m}$, $z_0 = 10.1 \mu\text{m}$, 粒子在 y 轴方向上的受力随 ρ_0 的变化曲线, 从图中可以看出: (a) 当粒子向 y 轴正方向偏离 z 轴 ρ_0 时, 粒子受到指向 y 轴负方向的力, 即指向平衡点, 因而粒子在 y 方向也是稳定平衡的。(b) 粒子受力 $F(y)$ 与 n 也有关, n 越大则 $F(y)$ 越大, y 方向越易于俘获; (c) y 轴方向受力比 z 轴方向大 10 倍以上, 至少在 $n > 1.2$ 时 y 轴方向的束缚是较稳固的, 当 $n \rightarrow 1$ 时就必须考虑 y 轴方向受力是否能稳固地束缚粒子, 事实上当 $n \rightarrow 1$ 时 $F(z)$ 同 $F(y)$ 一样快地接近于零。

三、光吸收时阱中粒子受力的影响

事实上不论是玻璃球, 还是生物粒子, 都存在一定的吸收, 特别是对某些特定波长的光吸收系数可能很大。设光通过粒子时光强度为 $I = I_0 e^{-\alpha l}$, 其中 I_0 为入射光强, α 为吸收系数, l 为入射到粒子的深度。

如图 1 所示的粒子, 在几何光学近似下, 计及光吸收, 可得

$$F(z) = \frac{\rho^2}{2\mu_0 c^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\theta_0} E^2 \sin \theta \cos \dot{i} d\theta \left\{ \cos \alpha + R \cos(\dot{i} + \theta) \right.$$

$$+ \frac{(T - T') [\cos(\theta - \gamma) + R' \cos(\theta + \gamma)] - TT' [\cos(\hat{i} + \theta - 2\gamma) + R' \cos(\hat{i} + \theta)]}{1 + R'^2 + 2R' \cos 2\gamma} \} \quad (14)$$

其中,

$$R' = R e^{-2\alpha\rho \cos \gamma},$$

$$T' = T e^{-2\alpha\rho \cos \gamma},$$

其余与前面相同。

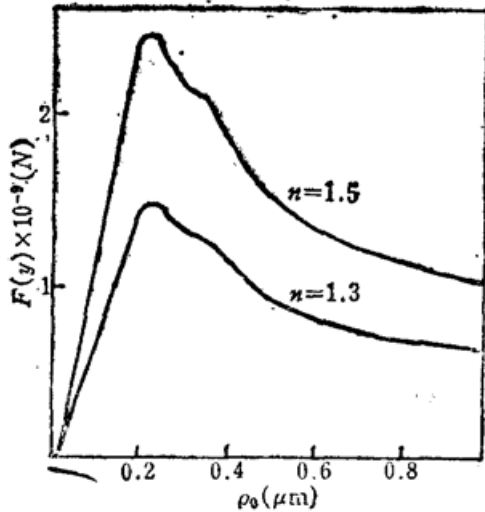


Fig. 7 The force exerted on particle in Y direction with ρ_0 , and $n=1.5$, $n=1.30$ respectively.

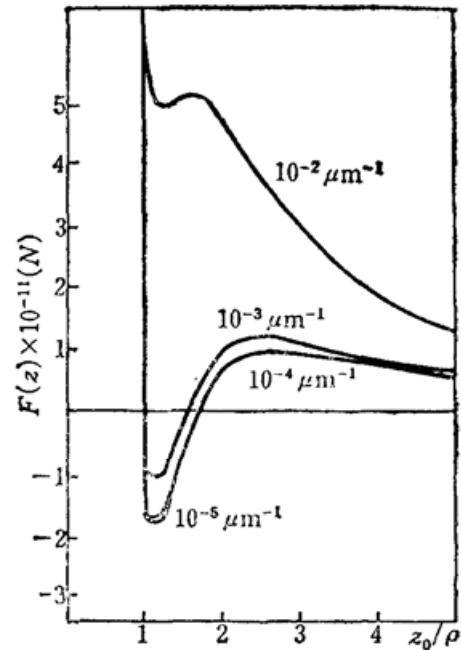


Fig. 8 The force exerted on particle in Z direction with z_0/ρ and different absorption rates

图 8 是在 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, $\phi = 10 \text{ mW}$, $\rho = 10 \mu\text{m}$, $w_0 = 0.2 \mu\text{m}$ 时的 $F(z) - z_0/\rho$ 的变化曲线, 由图中不难看出吸收对势阱有一定的影响, 当吸收率 $\alpha \leq 10^{-4} \mu\text{m}^{-1}$ 时, 吸收几乎没有影响, 但当 $\alpha \sim 10^{-3} \mu\text{m}^{-1}$ 时吸收对势阱的影响相当显著, 当 $\alpha \sim 10^{-2} \mu\text{m}^{-1}$ 时, 势阱消失了, 因此实验上应选择恰当的光波长减少吸收的影响, 获得较深的光学势阱。当然我们也可以恰当地选择某一种波长的入射光, 在几种粒子的混合物中使一部分被俘获而另一部分自由运动, 从而达到分离和选择不同种类粒子的目的。

参 考 文 献

- 1 S. Chu *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **57**, 314 (1986); A. Ashkin, J. M. Dziedzic, *Science*, **235**, 1517 (1987)
- 2 V. S. Letokhov, *Pis'mu Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **7**, 348 (1968) (*JETP Lett.*, **7**, 272 (1969))
- 3 A. Ashkin, *Phys. Rev. Lett.*, **24**, 156 (1970); A. Ashkin, *Phys. Rev. Lett.*, **25**, 1321 (1970)
- 4 A. Ashkin, *Appl. Phys. Lett.*, **19**, 283 (1971)
- 5 G. Roosen, C. Imbert, *Opt. Commun.*, **26**, 432 (1978)
- 6 A. Ashkin, *Phys. Rev. Lett.*, **40**, 729 (1978)
- 7 A. Ashkin, J. M. Dziedzic *et al.*, *Opt. Lett.*, **11**, 288 (1986)
- 8 G. Roosen, S. Slansky, *Opt. Commun.*, **29** (3), 341 (1979)