

参考束型散斑干涉计量中信息 分布的统计模型

方强 谭玉山

(西安交通大学机械系, 710049)

提要: 采用统计学方法建立了参考束型散斑干涉计量中信息分布的统计模型, 由此导出了信息的可测条件。

关键词: 散斑干涉计量术, 散斑统计

Statistical distribution models for the information in reference-beam speckle interferometry

Fang Qiang, Tan Yushan

(Department of Mech. Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an)

Abstract: Statistical information distribution models in reference-beam speckle interferometry are established using statistical approach from which the measurable condition of deformation is derived.

Key words: speckle interferometry, speckle statistics

本文运用统计学方法对参考束型散斑干涉计量问题进行了研究, 为计量系统参数研究奠定了基础。

一、参考束型散斑干涉计量术

散斑干涉计量可由信息的记录、表征及识别三个过程来进行完整的描述。信息的记录就是将由被测表面在不同状态下散射出的光场以散斑干涉图的形式记录下来。信息的表征是将隐含在散斑干涉图中的状态变化信息以条纹的形式表现出来。信息的识别就是对计量条纹的判读。在参考束型散斑干涉计量中, 信息的记录分散斑参考束及平滑参考束二种方式, 图1和图2分别为它们的信息记录原理图。如以 $B_{ij}(\mathbf{r})$ 表示诸光场在像面上形成的复振幅分布, 其中下标 i 取1和2分别对应物光和参考光, j 取1和2分别对应变形前后, $B_j(\mathbf{r})$ 表示合成光场, 则像面上产生的干涉光强分布为

$$I_j(\mathbf{r}) = |B_{1j}(\mathbf{r}) + B_{2j}(\mathbf{r})|^2 = |B_j(\mathbf{r})|^2, \quad i=1, 2 \quad (1)$$

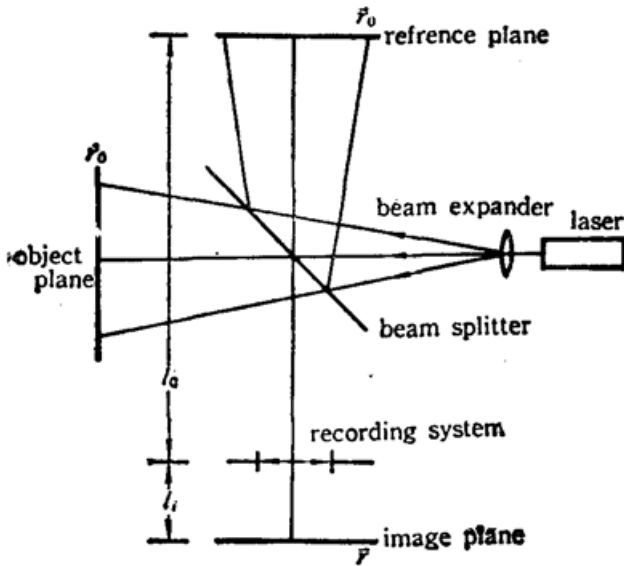


Fig. 1 Optical arrangement for the recording of specklegram with speckle reference beam

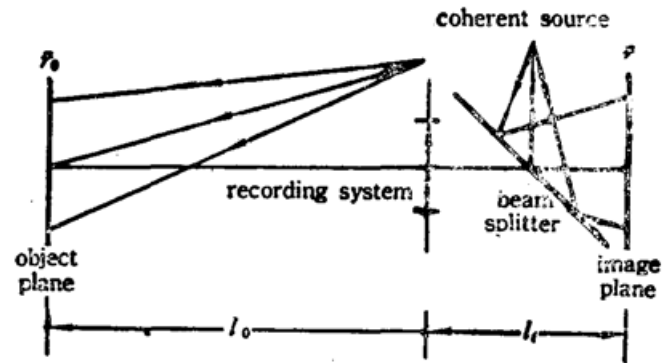


Fig. 2 Optical arrangement for the recording of specklegram with smooth reference beam

在散斑干涉计量中, 所测量量均为小变形, 并且其空间变化要比表面散射结构的变化慢得多。如以 $u(\mathbf{r}_0)$, $v(\mathbf{r}_0)$ 及 $w(\mathbf{r}_0)$ 分别表示三个正交的分量场, $A_{ij}(\mathbf{r}_0)$ 为与 $B_{ij}(\mathbf{r})$ 对应的物方光场, 则变形前后二物光场复振幅之间有如下联系:

$$A_{12}(\mathbf{r}_0) = A_{11}[\mathbf{r}_0 - \mathbf{d}(\mathbf{r}_0)] \exp\{-j\Delta(\mathbf{r}_0 - \mathbf{d}(\mathbf{r}_0))\} \quad (2)$$

其中 $\mathbf{d}(\mathbf{r}_0)$ 为 $u(\mathbf{r}_0)$ 与 $v(\mathbf{r}_0)$ 构成的面内变形矢量场, 而

$$\Delta(\mathbf{r}_0) = au(\mathbf{r}_0) + bv(\mathbf{r}_0) + cw(\mathbf{r}_0) \quad (3)$$

为变形场引起的位相变化。 a , b , c 为与灵敏度矢量有关的参数, 通常可视为常数。对于图 1 所示的系统几何, a 和 b 为零而 c 为 $4\pi/\lambda$, 这时只给出离面变形信息。由傅里叶光学理论, $B_{1j}(\mathbf{r})$ 可由 $A_{1j}(\mathbf{r}_0)$ 表示为

$$B_{1j}(\mathbf{r}) = \int A_{1j}(\mathbf{r}_0) h(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) d\mathbf{r}_0, \quad j=1, 2 \quad (4)$$

其中 $h(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$ 为记录系统的点扩散函数, 在等晕成像和光瞳为直径为 D 的圆孔时, 可表示为

$$h(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \frac{DJ_1(\pi D|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}/M|/\lambda l_0)}{2|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}/M|/\lambda l_0} \quad (5)$$

式中 $J_1[\cdot]$ 表示第一类一阶贝塞尔函数, $M = -l_i/l_0$, 为系统的横向放大率。

在散斑干涉计量中, 信息的表征通常采用减法处理及高通滤波处理。这两种处理方法在技术上容易实现, 它们既可采用光学方法实现, 也可采用数字方法实现。如果以 $I_1(\mathbf{r})$ 及 $I_2(\mathbf{r})$ 分别表示变形前后像面上光强分布, 在散斑图线性记录的条件下, 减法处理所给出的光强分布为

$$I(\mathbf{r}_i) = |I_1(\mathbf{r}_i) - I_2(\mathbf{r}_i)|^2 \quad (6)$$

高通滤波处理所给出的光强分布为

$$I(\mathbf{r}_i) = |[I_1(\mathbf{r}_i) + I_2(\mathbf{r}_i)] * h_f(\mathbf{r}_i)|^2 \quad (7)$$

上式中运算符 $*$ 表示卷积算子, h_f 为滤波系统的脉冲响应函数。

在散斑干涉计量中, 信息的识别就是对 (6), (7) 二式所给光强分布中所含变形信息的判读, 我们称 (6), (7) 式为计量场。显然, 只有获知变形信息在计量场中的分布情况, 识别才有

可能。众所周知,对于散斑场,不可能精确获知它的分布情况,换言之,不可能确定变形信息与计量场之间的确切关系。因此,信息的分布应采用统计学的方法进行研究。

按照统计学观点,将与特定物表面对应的具有确定分布的散斑场视为定义在物表面系综上的随机场。由这样的随机场形成的计量场中既含有代表特定物面的随机信息,又含有待测的变形信息。由于物面以及由其产生的随机场服从某种统计规律,且通常为平稳场,如果对计量场求系综平均,随机信息将被压缩掉而只剩下变形信息。这表明,在计量场中,它的统计平均值代表了变形信息的分布。在实际测量中,人们只能获得单一的计量场,信息的识别是依据信息分布模型所进行的统计识别。这一点对信息的自动识别工作非常重要。

二、散斑像强度相关函数的推导

根据统计学观点,对(6),(7)二式求系综平均就可得到相应的信息分布模型。稍加整理就会发现,决定变形信息分布的主要因素是散斑干涉像强度的系综相关函数,本节对像强度的相关函数进行推导。

在散斑统计光学中,依据实际经验,人们普遍认为^[1]:在成像记录条件下,当散射表面微观结构的相关长度远小于记录系统点扩散函数的有效宽度时,由物表面散射出的光场在像面上形成的光场复振幅为零均值圆型复高斯随机过程,物表面光场复振幅的相关函数近似为狄拉克函数。在散斑干涉计量中,上述条件总是满足的,即有

$$\langle A_{1j}(\mathbf{r}_0) A_{1j}^*(\mathbf{r}_0 + \Delta\mathbf{r}_0) \rangle = K_1 \delta(\Delta\mathbf{r}_0) \quad (8)$$

其中 K_1 为平均强度系数,符号 $\langle \cdot \rangle$ 表示系综平均运算。

1. 散斑参考面情况下的推导

由光学粗糙参考表面散射出的光场与物表面散射出的光场具有相同的统计特性,参考面可看成是物面系综中的某一表面。设 K_2 表示参考光场的平均强度系数,它的系综相关函数也具有(8)式所给出的特性。参考物方光场与像方光场仍由(4)式所示关系联系在一起。由散斑统计光学得知,这时像面上合成光场 $B_j(\mathbf{r})$ 仍为零均值圆型复高斯随机过程。由复高斯矩定理^[1],变形前后像面上光强的互相关函数可由相应的复振幅相关函数表示为

$$\langle I_1(\mathbf{r}_1) I_2(\mathbf{r}_2) \rangle = \langle I_1(\mathbf{r}) \rangle \langle I_2(\mathbf{r}) \rangle + |\langle B_1(\mathbf{r}_1) B_2^*(\mathbf{r}_2) \rangle|^2 \quad (9)$$

由于构成 $B_j(\mathbf{r})$ 的物光场与参考光场彼此统计独立,(9)式中第二项可进一步简化为

$$\langle B_1(\mathbf{r}_1) B_2^*(\mathbf{r}_2) \rangle = \langle B_{11}(\mathbf{r}_1) B_{12}^*(\mathbf{r}_2) \rangle + \langle B_{21}(\mathbf{r}_1) B_{22}^*(\mathbf{r}_2) \rangle \quad (10)$$

根据(4)式、(8)式及变形场的特性,不难推得

$$\langle B_1(\mathbf{r}_1) B_2^*(\mathbf{r}_2) \rangle = K_1 K(\Delta\mathbf{r} - \mathbf{d}) \exp(j\Delta) + K_2 K(\Delta\mathbf{r}) \quad (11)$$

其中 $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$, $K(\Delta\mathbf{r})$ 为记录系统点扩散函数的自相关函数,可表示成

$$K(\Delta\mathbf{r}) = \int h(\mathbf{r}_0) h(\mathbf{r}_0 - \Delta\mathbf{r}) d\mathbf{r}_0 \quad (12)$$

(9)式中第一项的二个因子可看成是(11)式中 $\Delta\mathbf{r}$, \mathbf{d} 及 Δ 均取零时的特例,最后得到

$$\begin{aligned} \langle I_1(\mathbf{r}_1) I_2(\mathbf{r}_2) \rangle &= (K_1 + K_2)^2 K^2(0) + K_2^2 K^2(\Delta\mathbf{r}) + K_1^2 K^2(\Delta\mathbf{r} - \mathbf{d}) \\ &\quad + 2K_1 K_2 K(\Delta\mathbf{r} - \mathbf{d}) K(\Delta\mathbf{r}) \cos \Delta \end{aligned} \quad (13)$$

变形前后像面光强的其它相关函数可通过适当变换由上式导出,在这里就不一一列出了。

2. 平滑参考面情况下的推导

在平滑参考波面情况下,合成光场不再为圆型复高斯随机过程,不能直接运用复高斯矩定理对合成象强度相关函数进行简化。为此,利用(1)式将互相关函数 $\langle I_1(\mathbf{r}_1)I_2(\mathbf{r}_2) \rangle$ 展成 16 项之和,每项为复振幅的四阶相关函数。由于各项中诸因子要么是确定函数,要么是零均值圆型高斯随机过程,可以利用复高斯矩定理进行简化,然后利用物、参光场的特性进一步推出

$$\begin{aligned} \langle I_1(\mathbf{r}_1)I_2(\mathbf{r}_2) \rangle = & (K_1K(0) + I_R)^2 + K_1^2K^2(\Delta\mathbf{r} - \mathbf{d}) \\ & + 2I_RK_1K(\Delta\mathbf{r} - \mathbf{d}) \cos \Delta \end{aligned} \quad (14)$$

上式中 I_R 为平滑参考束的强度,通常可视为常数。其它强度相关函数可由上式通过适当的变量代换得到。

三、计量场中信息分布模型

由以上结果很易求得在减法处理时产生的计量场中信息分布模型在散斑参考束情况下为

$$\begin{aligned} \langle I(\mathbf{r}_i) \rangle = & 2\{K_1^2[K^2(0) - K^2(\mathbf{d}(\mathbf{r}_i))] + 2K_1K_2K^2(0) \\ & - 2K_1K_2K(0)K[\mathbf{d}(\mathbf{r}_i)] \cos \Delta(\mathbf{r}_i)\} \end{aligned} \quad (15)$$

平滑参考束下为 $\langle I(\mathbf{r}_i) \rangle = 2\{K_1^2[K^2(0) - K^2[\mathbf{d}(\mathbf{r}_i)]] + 2I_RK_1K(0) - 2I_RK_1K[\mathbf{d}(\mathbf{r}_i)] \cos \Delta(\mathbf{r}_i)\}$ (16)

在高通滤波时情况稍微复杂些。高通滤波的目的就是为了消除非常强的、对应于相关函数中常数项的直流量以突出信息的表征。在数学上,高通滤波过程可以近似看成是对零频的响应为零,而对其他频率全通。因而信息分布模型在散斑参考束时为

$$\begin{aligned} \langle I(\mathbf{r}_i) \rangle = & 2\{K_1^2[K^2(0) + K^2(\mathbf{d})] + 2K_2^2K^2(0) + 2K_1K_2K^2(0) \\ & + 2K_1K_2K(0)K(\mathbf{d}(\mathbf{r}_i)) \cos \Delta(\mathbf{r}_i)\} \end{aligned} \quad (17)$$

平滑参考束时为 $\langle I(\mathbf{r}_i) \rangle = 2\{K_1^2[K^2(0) + K^2(\mathbf{d}(\mathbf{r}_i))] + 2I_RK_1K(0) + 2I_RK_1K[\mathbf{d}(\mathbf{r}_i)] \cos \Delta(\mathbf{r}_i)\}$ (18)

以上各信息分布模型表明:(1)参考束型散斑干涉计量所给出的变形信息在统计意义上以余弦等高线的形式表征;(2)条纹调制度由面内变形、系统参数及参物比决定。第一个结论与传统分析方法所给出的结论相同,而第二个结论是以前没有给出的。下面对调制度项进行进一步分析。可以看出,当面内变形约等于零时,在减法处理下,条纹调制度与参物比无关,等于单位值;在高通滤波处理下,最好的调制度在散斑参考束时可达 1/3,而在平滑参考束时可达 1/2。当面内变形逐渐增大时,条纹调制度逐渐下降,直至为零。很明显,如果信息可测,即条纹存在,面内变形必须小于系统参数确定的某一值,我们将这个条件称为信息的可测条件。由前述诸关系式,不难推得在数学上信息的可测条件为

$$|\mathbf{d}|_{\max} \leq 1.22 \lambda_0 / D \quad (19)$$

在物理意义上,上式意味着面内变形不得超过散斑点的直径。这显然与已被大量实验所证实了的结论——变形前后二散斑点的相对位移不能超过散斑点的直径——相吻合。这就从一个侧面间接证明了本文所建立信息分布模型的正确性。

参 考 文 献