

调 Q 的激光器内腔二、三、四次 倍频平均功率的输出特性

孙厚谦 吴瑞昆 何剑荣
(中国科学院上海光机所, 201800)

摘要: 本文从速率方程组出发, 得到了调 Q 激光器内腔二、三、四次倍频平均功率的解析表达式。分析表明, 在给定泵浦下, 存在使转换效率最佳的腔形与调 Q 频率 f 。

关键词: 激光器, 速率方程, 谐波产生

Output properties of average power of intra-cavity second, triple and fourth harmonics in Q-switched laser

Sun Houqian, Wu Ruikun, He Jianrong

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics Academia Sinica, Shanghai)

Abstract: In this paper, the analytical solutions are found for intra-cavity second, triple, and fourth harmonics average output of Q-switched lasers based on the rate equations. Through analysis, we find that there exist an optimum resonator configuration and an Q-switched frequency at the given pumping power

Key words: laser, rate equation, harmonic generation

一、引言

调 Q 的激光器内腔倍频与和频是获得二次及高次谐波的高平均功率输出的重要方法。本文通过求解快 Q 开关的速率方程组, 得到了二次、三次(倍频波与基波耦合产生)、四次(两次倍频)谐波的单一脉冲能量从而平均功率与基波脉冲始止的反转粒子数及归一化的耦合参数 β 的关系式。由此作出不同泵浦水平下, 谐波平均功率随 β 、 f 的变化曲线, 得出在给定泵浦下, 存在使转换效率最佳的腔形与调 Q 频率 f 的结论, 并报道了有关实验结果。理论结论与实验结果基本一致。

二、速率方程组及其求解

内腔倍频速率方程组为

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= \sigma_p(N_{tot} - N) - \frac{\sigma c}{LA} UN - \frac{N}{t_{tot}} \\ \frac{dU}{dt} &= -\frac{U}{t_c} + \frac{\sigma c}{LA} N \left(U + \frac{\Omega}{4\pi} \right) + K\nu^2 \end{aligned} \quad (2-1)$$

式中,

N : 总的反转粒子数; N_{tot} : 工作物质总粒子数; σ_p : 泵浦速率; σ : 激光跃迁中心频率处的散射截面; L : 腔的光学长度; A : 激光物质中的光束截面; U : 有关腔模式的总光子数; t_{tot} : 激光上能级粒子的总寿命; c : 光速; t_c : 低损期间光子寿命; Ω : 沿光轴的小立体角, $\Omega \sim 10^{-6}$; K : 光子耦合系数, $K = h\nu \left(\frac{c}{L} \right)^2 \left(\frac{P_{2\omega}}{P_{\omega}^2} \right) = \frac{8\pi h}{w^2} (\eta\nu)^3 (d_2 l_2)^2 \left(\frac{c}{L} \right)^2$; P_{ω} : 腔内基波瞬时功率; $P_{2\omega}$: 倍频瞬时功率; h : 普朗克常数; w : 倍频晶体中光束截面半径; $\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{1}{n} \approx \frac{377}{n}$; n : 光在晶体中的折射率; ν : 基波光频率; l_2, d_2 : 倍频晶体长度及有效非线性系数。

对于快 Q 开关情况, 在脉冲建立过程中, 泵浦和自发辐射可以忽略, (2-1) 式可归一化为

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dT} &= -yx \\ \frac{dy}{dT} &= y(x-1) - \beta y^2 \end{aligned} \quad (2-2)$$

式中: $x = \frac{N}{N_{th}}$, $y = \frac{V}{N_{th}}$, $N_{th} = \frac{LA}{\sigma c t_c}$, $T = \frac{t}{t_c}$, $\beta = \frac{LA}{\sigma c} K$, β 定义为归一化耦合参数。 N_{th} 是低损期间腔内总的反转粒子数的阈值。

在(2-1)式中, 我们引进了 $-K\nu^2$, 从而(2-2)式中为 $-\beta y^2$ 作为倍频对基波的损耗, 即采用了非抽空近似。当基波功率较强, 倍频效率较高时存在着一定的计算误差。准确的求解应用 $-\left(\frac{ct_c}{L} y \right) t h^2 \left(\sqrt{\frac{\beta L}{t_c c}} y \right)$ 代替(2-2)中的 $-\beta y^2$ 项。如果双曲正切函数的总量小于 0.45, 则误差小于 0.12。所以(2-2)成立的范围可写成 $\beta \left(\frac{L}{t_c c} \right) y = \beta \alpha y < 0.2$ (α 为不包含倍频转换部分的单程损耗), 但即使在高效转换的情况下, 本文的结论还是适用的。

实际物理量与归一化量 x, y 的关系如下: 瞬时功率:

$$\begin{aligned} P_{\omega} &= \frac{h\nu A}{\sigma t_c} y \\ P_{2\omega} &= \frac{h\nu LA}{\sigma c t_c^2} \beta y^2 \\ P_{3\omega} &= 18\pi^2 \left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0} \right)^{3/2} \frac{(d_3 l_3)^2}{n^3} \frac{h^2 \nu^4 A^2 L}{\sigma^2 c t_c^3 S} \beta y^3 \\ P_{4\omega} &= 32\pi^2 \left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0} \right)^{3/2} \frac{(d_4 l_4)^2}{n^3 S} \left(\frac{h\nu^2 LA}{\sigma c t_c^2} \right)^2 \beta^2 y^4 \end{aligned} \quad (2-3)$$

单脉冲能量:

$$\begin{aligned} E_{2\omega} &= \frac{h\nu LA}{\sigma c t_c} \epsilon_{2\omega}, \quad \epsilon_{2\omega} = \int_{T_0}^{T_f} \beta y^2 dT \\ E_{3\omega} &= 18\pi^2 \left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0} \right)^{3/2} \frac{(d_3 l_3)^2}{n^3} \frac{h^2 \nu^4 A^2 L}{\sigma^2 c t_c^3 S} \epsilon_{3\omega}, \quad \epsilon_{3\omega} = \int_{T_0}^{T_f} \beta y^3 dT \\ E_{4\omega} &= 32\pi^2 \left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0} \right)^{3/2} \frac{(d_4 l_4)^2}{n^3} \frac{t_c}{S'} \left(\frac{h\nu^2 LA}{\sigma c t_c^2} \right)^2 \epsilon_{4\omega}, \quad \epsilon_{4\omega} = \int_{T_0}^{T_f} \beta^2 y^4 dT \end{aligned} \quad (2-4)$$

各次谐波的平均功率分别为相应的单脉冲能量乘以调 Q 频率 f 。

式中: $n \approx n_w$; S : 三倍频或四倍频晶体中光束截面积; l_3, d_3 与 l_4, d_4 : 三倍频与四倍频晶体长度与有效非线性系数; T_0, T_F : 基波脉冲始止的归一化时间。

从(2-2)式得到

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{\beta y}{x} + \frac{1-x}{x} \\ dT &= -\frac{dx}{xy} \\ \beta y^2 &= y(x-1) - \frac{dy}{dT} \end{aligned} \quad (2-5)$$

由此, 得到当 $\beta \neq 1$ 时,

$$y = Cx^\beta - \frac{1}{\beta} + \frac{x}{\beta-1} \quad (2-6a)$$

$$\varepsilon_{2\omega} = \ln \frac{x_F}{x(0)} + x(0) - x_F + y(0) - y_F \quad (2-6b)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{3\omega} &= C \frac{x_F^\beta - x^\beta(0)}{\beta} + C \frac{x^{\beta+1}(0) - x_F^{\beta+1}}{\beta+1} - \frac{1}{\beta} \left(\ln \frac{x_F}{x(0)} + x(0) - x_F \right) \\ &\quad + \frac{1}{\beta-1} \left[x_F - x(0) - \frac{1}{2} (x_F^2 - x^2(0)) \right] + \frac{1}{2} [y^2(0) - y_F^2] \end{aligned} \quad (2-6c)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{4\omega} &= \beta \left\{ C^2 \frac{x_F^{2\beta} - x^{2\beta}(0)}{2\beta} + C^2 \frac{x^{2\beta+1}(0) - x_F^{2\beta+1}}{2\beta+1} + \frac{1}{\beta^2} \left[\ln \frac{x_F}{x(0)} + x(0) - x_F \right] \right. \\ &\quad + \frac{1}{(\beta-1)^2} \left[\frac{1}{2} (x_F^2 - x^2(0)) + \frac{1}{3} (x^3(0) - x_F^3) \right] - \frac{2C}{\beta} \left(\frac{x_F^\beta - x^\beta(0)}{\beta} - \frac{x_F^{\beta+1} - x^{\beta+1}(0)}{\beta+1} \right) \\ &\quad \left. + \frac{2C}{\beta-1} \left(\frac{x_F^{\beta+1} - x^{\beta+1}(0)}{\beta+1} - \frac{x_F^{\beta+2} - x^{\beta+2}(0)}{\beta+2} \right) - \frac{2}{\beta(\beta-1)} \left(x_F - x(0) + \frac{1}{2} (x_F^2 - x^2(0)) \right) \right\} \\ &\quad + \frac{1}{3} \beta [y^3(0) - y_F^3] \end{aligned} \quad (2-6d)$$

C 为常数。设 $T = T_0$ 时, $y = y(0)$, $x = x(0)$ 得

$$C = \frac{1}{x^\beta(0)} \left[y(0) + \frac{1}{\beta} - \frac{x(0)}{\beta-1} \right] \quad (2-6e)$$

$\beta = 1$ 时,

$$y = Cx - 1 - \ln x \quad (2-7a)$$

$$\varepsilon_{2\omega} = \ln \frac{x_F}{x(0)} + x(0) - x_F + y(0) - y_F \quad (2-7b)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{3\omega} &= C[x_F - x(0)] + \frac{C}{2} [x^2(0) - x_F^2] - \left[\ln \frac{x_F}{x(0)} - x_F + x(0) \right] - x_F \ln x_F \\ &\quad + x(0) \ln x(0) + x_F - x(0) + x_F^2 \left[\frac{\ln x_F}{2} - \frac{1}{4} \right] - x^2(0) \left[\frac{\ln x(0)}{2} - \frac{1}{4} \right] \\ &\quad + \frac{1}{2} [y^2(0) - y_F^2] \end{aligned} \quad (2-7c)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{4\omega} &= \frac{C^2}{2} (x_F^2 - x^2(0)) + \frac{C^2}{3} [x^3(0) - x_F^3] + \left[\ln \frac{x_F}{x(0)} + x(0) - x_F \right] \\ &\quad + \frac{1}{2} [x_F^2 \ln^2 x_F - x^2(0) \ln^2 x(0)] - x_F^2 \left[\frac{\ln x_F}{2} - \frac{1}{4} \right] + x^2(0) \left[\frac{\ln x(0)}{2} - \frac{1}{4} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left[\frac{x_F^3 \ln^2 x_F}{3} - \frac{2}{3} x_F^3 \left(\frac{\ln x_F}{3} - \frac{1}{9} \right) \right] + \left[\frac{x^3(0) \ln^2 x(0)}{3} - \frac{2}{3} x^3(0) \left(\frac{\ln x(0)}{3} - \frac{1}{9} \right) \right] \\
& - 2C \left[x_F - \frac{x_F^2}{2} \right] + 2C \left[x(0) - \frac{x^2(0)}{2} \right] - 2C \left[x_F^2 \left(\frac{\ln x_F}{2} - \frac{1}{4} \right) - x^2(0) \left(\frac{\ln x(0)}{2} - \frac{1}{4} \right) \right] \\
& + 2C \left[x^2(0) \left(\frac{\ln x(0)}{2} - \frac{1}{4} \right) - x^2(0) \left(\frac{\ln x(0)}{3} - \frac{1}{9} \right) \right] + 2(x_F \ln x_F - x_F) - 2(x(0) \ln x(0) \\
& - x(0)) - 2x_F^2 \left(\frac{\ln x_F}{2} - \frac{1}{4} \right) + 2x^2(0) \left(\frac{\ln x(0)}{2} - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{3} [y^3(0) - y_F^3] \quad (2-7d)
\end{aligned}$$

$$C = \frac{1}{x(0)} + \frac{y(0)}{x(0)} + \ln x(0) \quad (2-7e)$$

从求解过程可知, $x(0)$, $y(0)$, x_F , y_F 分别为基波脉冲起止的归一化反转粒子数、光子数。与泵浦本领 x_0 的关系可根据激光工作物质的性质求出: $x_0 = \frac{\Delta N_0}{N_{th}}$ 。 ΔN_0 , x_0 分别是高损时间如趋于无穷大, 泵浦电源所能提供的反转粒子数, 及与低损期间相比的归一化反转粒子数。

三、结果分析与实验研究

图 1-3 是根据上述求解结果作出的曲线。从图可知, 在每一泵浦 x_0 下, 归一化的 $P_{2\omega}$ 都

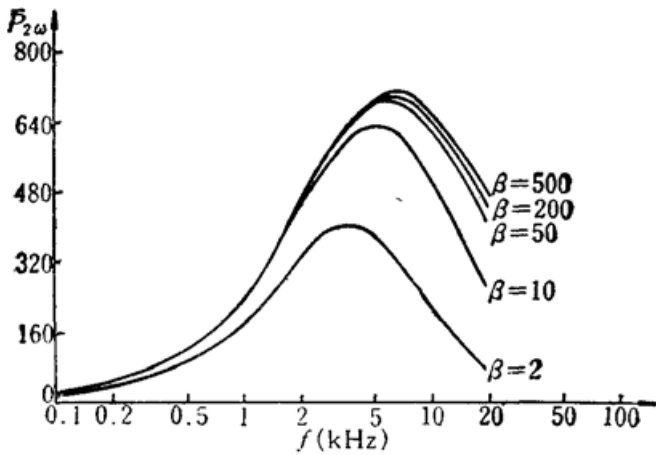


Fig. 1 $x_0=2$, normalized second harmonic average power $\bar{P}_{2\omega}$ versus β and f

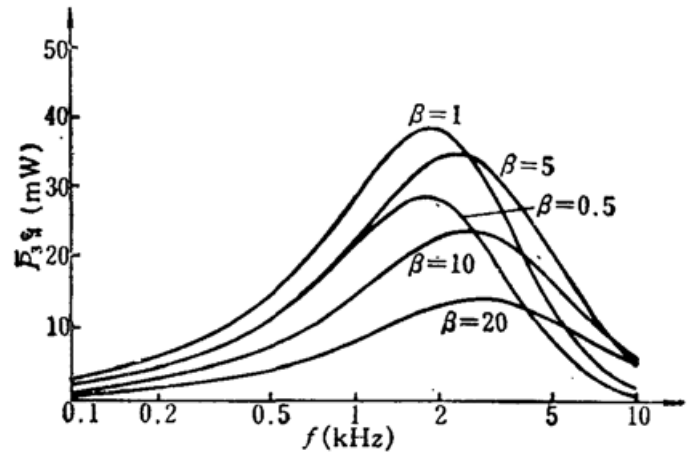


Fig. 2 $x_0=2$, normalized triple harmonic average power $\bar{P}_{3\omega}$ versus β and f

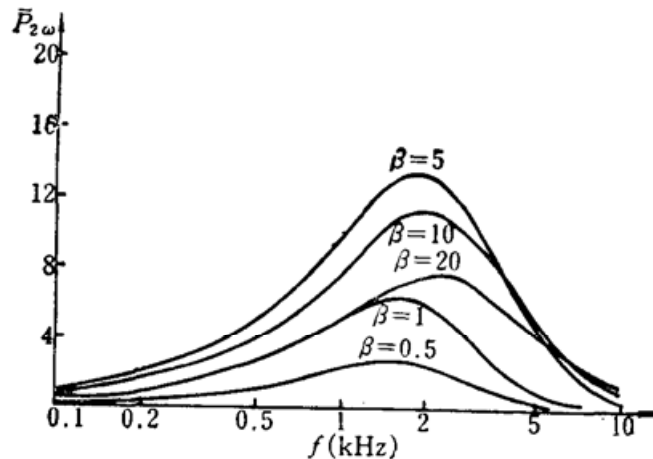


Fig. 3 $x_0=2$ normalized fourth harmonic average $\bar{P}_{4\omega}$ versus β and f

存在着饱和的耦合参数 β_{sat} , 最佳的调 Q 频率 f_{opt} 。随着 x_0 上升, β_{sat} 变小, f_{opt} 变大, 如 $x_0=2$, $\beta_{sat}=200$, $f_{opt}=6.5 \text{ kHz}$; $x_0=5$, $\beta_{sat}\approx 50$, $f_{opt}=9.5 \text{ kHz}$ 。而归一化的 $\bar{P}_{3\omega}$ 、 $\bar{P}_{4\omega}$ 存在着对倍频过程最佳的参数 β_{opt} , f_{opt} , 但其大大低于倍频的 β_{sat} 、 f_{opt} 。这些现象具有鲜明的物理意义。在调 Q 的情况下, 高损时间即反转粒子数积累时间 $\propto \frac{1}{f}$, f 越小, Q 开关打开后, 基波脉冲开始建立时的 $x(0)$ 越接近泵浦水平 x_0 。而 $x(0)$ 越大, 则基波脉冲能量越强, 从而各次谐波的单脉冲能量较大, 但单位时间输出的脉冲个数较少。 f 较大, 则情况相反。 β 较大能将腔内的基波光子数较快地耦合为谐波光子, 然而这又使基波脉冲能量难以提高。在这些因素互相制约下, 导致了倍频存在 β_{sat} 、 f_{opt} 。对于三次或四次谐波, 其效率高对于基波运转影响不大(四倍频, 实际情况就是如此, 三倍频一般 $\bar{P}_{2\omega} \ll \bar{P}_\omega$, 导致影响可以忽略), 转换效率主要取决于倍频脉冲功率峰值, 导致了 β_{opt} 、 f_{opt} 的存在。

上述结论对实验中获得最佳的各次谐波转换具有一定的意义。 $\beta = C_\beta \frac{V^2}{L} \left(\frac{r_A}{\omega} \right)^2$, $C_\beta = \frac{8\pi^2 h(\eta\nu)^2 d_{2c}^2}{\sigma}$ 。给定晶体与激光器工作物质, C_β 为一常数。(r_A : 激光物质中的光束截面半径)。

实验时, 通过调节腔长 L , 获得不同 β , 在不同 L 处, 改变 f , 则可得到较高的转换效率。

需注意的是: 因为实际物理量与归一化量, 关系式中的系数部分存在与腔参数有关的量, 故实际物理量与归一化量 f_{opt} , β_{opt} (β_{sat}) 不一定相同。

我们分别采用图 4 的装置进行声光调 Q 的 YAG 激光器 KTP 晶体内腔 II 类倍频, BBO 晶体 II 类 $[e(1.064 \mu\text{m}) + 0(0.532 \mu\text{m}) \rightarrow e(0.355 \mu\text{m})]$ 三倍频。图中 R_1 、 R_2 、 R_3 均选用平腔模板。 $\tau_{1,\omega}$, $\tau_{2,\omega}$, $\tau_{3,\omega}$ 分别为各腔板对 $1.064 \mu\text{m}$ 光的反射率, $\tau_{1,2\omega}$ 、 $\tau_{3,2\omega}$ 则为 R_1 、 R_3 对倍频光的反射率。

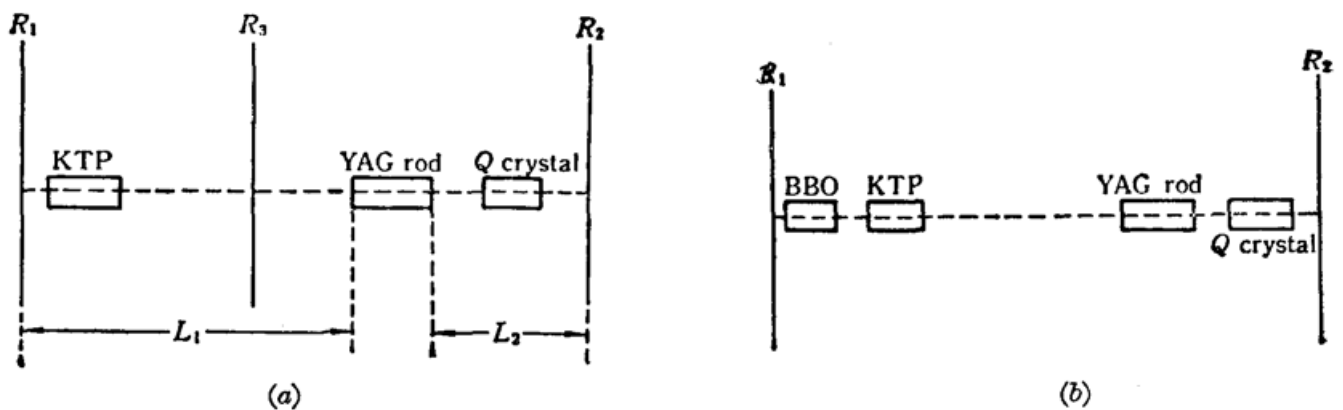


Fig. 4 (a) Second harmonic generation experimental setup; (b) triple harmonic generation experimental setup

1. 倍频实验

(1) 倍频平均输出功率 $\bar{P}_{2\omega}$ 与腔形关系

图 5 是在图 4 所示的实验装置中, 取 $\tau_{1\omega} \sim 1$, $\tau_{2,\omega} \sim 1$, $\tau_{3,\omega} \sim 0$, $\tau_{1,2\omega} \sim 0$, $\tau_{3,2\omega} \sim 1$, $L_2 = 25 \text{ cm}$, KTP 晶体与 R_1 间隔为 4.5 cm , 变化 L_1 , 在各个 L_1 处改变调 Q 频率使 $\bar{P}_{2\omega}$ 取最大值, $I = 14 \text{ A}$, 18 A 时所得到的 $\bar{P}_{2\omega}$ 随 L_1 变化情况。

(2) 实验值与理论值比较。

$$I = 15 \text{ A} \quad \bar{P}_{2\omega_{\text{理}}} = 5.3 \text{ W}, \quad \bar{P}_{2\omega_{\text{实}}} = 5.6 \text{ W}$$

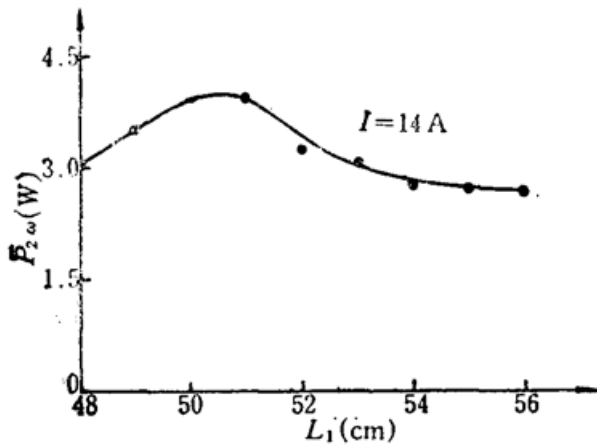


Fig. 5 $I=14\text{ A}$, $L_2=25\text{ cm}$, second harmonic average power versus L_1

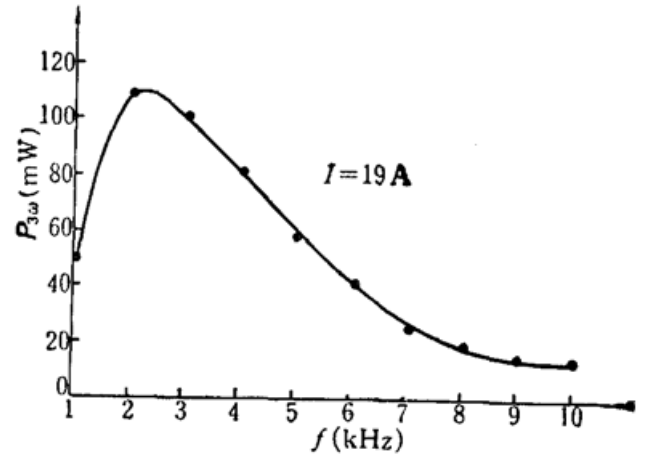


Fig. 6 $I=19\text{ A}$, triple harmonic average power versus f

$$I=18\text{ A} \quad \bar{P}_{2\omega_{理}}=11.5\text{ W} \quad \bar{P}_{2\omega_{实}}=13\text{ W}$$

两者吻合得较好。

2. 三倍频实验

图 6 是在图 5 所示的实验装置中, 取 $r_{1,\omega} \sim 1$, $r_{2,\omega} \sim 1$, $r_{1,2\omega} \sim 1$, 泵浦电流 $I=19\text{ A}$, 调腔使 $\bar{P}_{3\omega}$ 为最大值后, 改变 f 所得到的 $\bar{P}_{3\omega}$ 变化情况。可见当 $f_K=2\sim 3\text{ kHz}$ 时, $\bar{P}_{3\omega}$ 达最大值。这与理论结果完全一致。

由于我们根据理论结论进行了腔优化, 实验中所得到的倍频转换效率高于国内已见报道的水平。

参 考 文 献

- 1 J. E. Murray, S. E. Harris, *J. Appl. Phys.*, **41** (2), 609 (1970)
- 2 沈 柯编, 激光原理教程, 北京工业学院出版社, 1986 年 1 月第一版, 122~134.
- 3 [美] A. 亚里夫, 量子电子学, 刘颂豪等译, 上海科学技术出版社, 1983 年 10 月第 1 版, 210~212.