

# 稳频激光陀螺中闭锁阈值的变化

孔祥贵 冯铁荪 金国藩  
(清华大学精仪系, 北京 100084)

**提要:** 本文由腔反射镜反向散射标量理论与模耦合理论讨论激光陀螺在稳频时闭锁阈值、反向散射系数幅值及其位相与腔结构的关系, 给出了相应的实验结果。

**关键词:** 激光陀螺, 散射

## Lock-in variation in the frequency-stabilized ring laser gyroscope

*Kong Xianggui, Feng Tiesun, Jin Guofan*

(Department of Precision Instruments, Tsinghua University, Beijing)

**Abstract:** Based on the theories of scalar scattering and mode coupling, the variations of lock-in, retroscattering amplitude and its phase in the frequency-stabilized cavity are calculated, and the corresponding experimental results are reported.

**Key words:** ring laser gyroscope, scattering

### 一、引言

理想的环形激光陀螺, 其逆、顺时针两方向传播之光频差正比于惯性系统角速度<sup>[2]</sup>。实际上两方向传播光互相耦合, 导致拍频差与惯性角速度成非线性关系  $\Delta\nu = K\sqrt{\omega^2 - \omega_L^2}$ <sup>[2]</sup>。惯性角速度  $|\omega| \leq |\omega_L|$  时,  $\Delta\nu = 0$ , 激光陀螺无拍频信号, 两方向传播光相互锁定,  $\omega_L$  为闭锁阈值。为抑制  $\omega_L$ , 应尽可能地降低腔镜片产生的总反向散射。对于每一反射镜片需利用昂贵的设备加工成超光滑表面<sup>[3]</sup>。即使如此, 腔反射镜片反向散射源之间的相干叠加使总散射系数随腔结构变化而改变。许多实验表明闭锁阈值可变化数十倍。因此可以控制腔几何结构以使闭锁阈值处于极小。

耦合理论<sup>[4]</sup>解释了总反向散射系数与腔几何结构的关系, 但不能解释稳频时闭锁阈值的变化趋势。本文从理论和实验上详细讨论激光陀螺在稳频时闭锁阈值的变化, 得出闭锁阈值、反向散射系数幅值、位相与腔结构变化的关系。

### 二、基本理论

根据耦合理论<sup>[4]</sup>, 激光陀螺闭锁阈值为

$$\omega_L = 2 \frac{c}{L} \left| S_{tot} \cos \frac{\beta_{12} + \beta_{21}}{2} \right| \tag{1}$$

其中  $L$  为腔长,  $c$  为光速,  $S_{tot}$  代表总反向散射系数幅值,  $\beta_{12}$ ,  $\beta_{21}$  分别表示两方向总反向散射系数之位相。对于有多个反射镜片组成的激光陀螺, 其总散射系数为

$$S_{12,tot} = \sum_n \exp(-2ikz_n) S_{12,n} = S_{tot} \exp(i\beta_{12}) \tag{2}$$

$$S_{21,tot} = \sum_n \exp(2ikz_n) S_{21,n} = S_{tot} \exp(i\beta_{21}) \tag{3}$$

式中  $z_n$  为第  $n$  反射镜片在光线传播方向的位置  $K = 2\pi/\lambda$ 。由腔反射镜反向散射标量理论<sup>[5,6]</sup>有

$$S_{12} = A + iB \tag{4}$$

$$S_{21} = A^* + iB^* \tag{5}$$

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \exp\left(-i \frac{4\pi}{\lambda} \sin \theta x\right) dx \tag{6}$$

$$B = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) \exp\left(-i \frac{4\pi}{\lambda} \sin \theta x\right) dx \tag{7}$$

式中  $f(x)$ ,  $\delta(x)$  分别代表振幅非均匀性与位相非均匀性,  $\theta$  代表入射角。由(1)~(7)式能计算闭锁阈值  $\omega_L$ 。为计算方便, 讨论等边三角形腔(其周长  $L = 3l$ ), 如图 1 所示。  $M_1, M_2$  为两平面镜片,  $M_3$  为球面镜片, 其曲率半径为  $R$ 。  $\Delta M_1 M_2 M_3$  表示初始腔位置的诸振光路, 若镜片  $M_1, M_2$  各自在法线方向位移  $h$  则变化后的诸振光路为  $\Delta M'_1 M'_2 M'_3$ 。由几何推导计算可得

$$M'_1 M'_3 - M_1 M_3 = \frac{4hl}{3(R - \sqrt{3}l)} \tag{8}$$

$$M'_2 M'_3 - M_2 M_3 = -\frac{4hl}{3(R - \sqrt{3}l)} \tag{9}$$

$$M'_1 M'_2 - M_1 M_2 = 0 \tag{10}$$

$$M_1 M'_1 = \frac{h(\sqrt{3}R - l)}{3(R - \sqrt{3}l)} = b_1 \tag{11}$$

$$M_2 M'_2 = -\frac{h(\sqrt{3}R - l)}{3(R - \sqrt{3}l)} = b_2 \tag{12}$$

$$M_3 M'_3 = \frac{2hR}{\sqrt{3}(R - \sqrt{3}l)} = b_3 \tag{13}$$

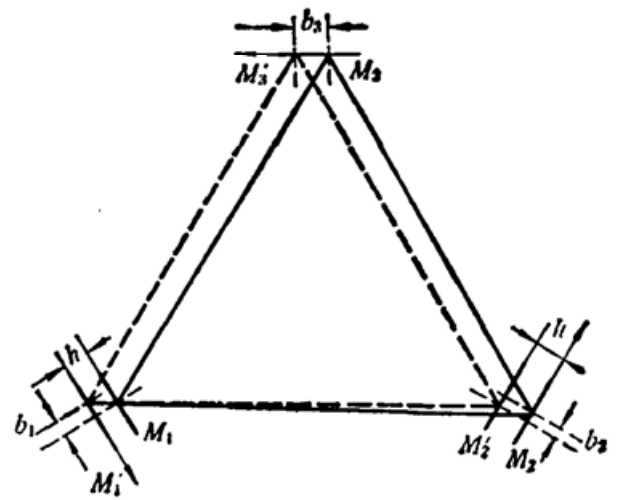


Fig. 1 Cavity variation of frequency-stabilized ring laser gyroscope

其中(8)~(10)代表各镜片之间距离的变化量。由于  $R$  比  $l$  大十倍左右, 距离变化量均比  $h$  小一个数量级; (8)~(10)式表明腔变化前后总腔长保持不变, 因而腔按图 1 所示变化时能保证腔频率的稳定性。(11)~(13)代表诸振光线在各镜片上的横向位移、即镜片反射点的位置变化量, 显然它们比镜片之间距离变化量大一个数量级。在考虑腔变化时, 除了分析镜片之间距离改变量对闭锁阈值影响, 还必须讨论镜片各散射点变化对闭锁阈值的影响。由(6), (7)两式有

$$\begin{aligned}
 A' &= \int_{-a}^a f(x+b) \exp\left(-i \frac{4\pi}{\lambda} \sin \theta_i x\right) dx \\
 &= A \exp\left(i \frac{4\pi}{\lambda} \sin \theta_i b\right) + bf(a) \exp\left(-i \frac{4\pi}{\lambda} \sin \theta_i a\right) \\
 &\quad + bf(-a) \exp\left(i \frac{4\pi}{\lambda} \sin \theta_i a\right) \\
 &\approx A \exp\left(i \frac{4\pi}{\lambda} \sin \theta_i b\right)
 \end{aligned} \tag{6'}$$

$$\begin{aligned}
 B' &= \int_{-a}^a \delta(x+b) \exp\left(-i \frac{4\pi}{\lambda} \sin \theta_i x\right) dx \\
 &= B \exp\left(i \frac{4\pi}{\lambda} \sin \theta_i b\right) + b\delta(a) \exp\left(-i \frac{4\pi}{\lambda} \sin \theta_i a\right) \\
 &\quad + b\delta(-a) \exp\left(i \frac{4\pi}{\lambda} \sin \theta_i a\right) \\
 &= B \exp\left(i \frac{4\pi}{\lambda} \sin \theta_i b\right)
 \end{aligned} \tag{7'}$$

式中  $a$  为散射孔径,  $b$  代表散射点位移 ( $b \ll a$ ),  $A'$ ,  $B'$  表示散射点位移  $b$  后  $A$ ,  $B$  系数的改变。(6')、(7') 两式中第二、三项为高阶小量, 可忽略。由(1)~(13), (6'), (7') 方程用计算机模拟计算出  $\cos\left(\frac{\beta_{12} + \beta_{21}}{2}\right)$ ,  $S_{tot}$ ,  $\omega_L$  与  $h$  的关系曲线如图 2 所示。计算中取  $L = 300 \text{ mm}$ ,  $\theta_i = 30^\circ$ ,  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ , 且设各镜片在初始位置时有相同的  $A_n$ ,  $B_n$ 。由文献[5]分析,  $B_n \gg A_n$ , 设  $B_n = 50A_n$ , 从图 2 计算结果看出当  $S_{tot}$  与  $\cos\left(\frac{\beta_{12} + \beta_{21}}{2}\right)$  处于极小时,  $\omega_L$  均趋近极小点, 因而通过控制  $S_{tot}$  或  $(\beta_{12} + \beta_{21})/2$  可使闭锁阈值达到极小值。有关控制方案和实验结果将另文发表。在  $P_1, P_5$  处闭锁阈值  $\omega_L$  与  $S_{tot}$ ,  $\cos\left(\frac{\beta_{12} + \beta_{21}}{2}\right)$  变化趋势相同,  $S_{tot}$ ,  $\cos\left(\frac{\beta_{12} + \beta_{21}}{2}\right)$  均为极小, 这是激光陀螺谐振腔闭锁阈值的最小位置; 在  $P_2, P_4$  处  $\omega_L$  与  $S_{tot}$  变化趋势相同, 但  $\cos\left(\frac{\beta_{12} + \beta_{21}}{2}\right)$  不是极小; 在  $P_3$  处,  $\omega_L$  与  $\cos\left(\frac{\beta_{12} + \beta_{21}}{2}\right)$  变化趋势相同, 但  $S_{tot}$  较大。理论计算结果表明  $\omega_L$  变化数十倍甚至达百倍。要注意的是理论计算结果中闭锁阈值的变化范围与初始条件设定有关。

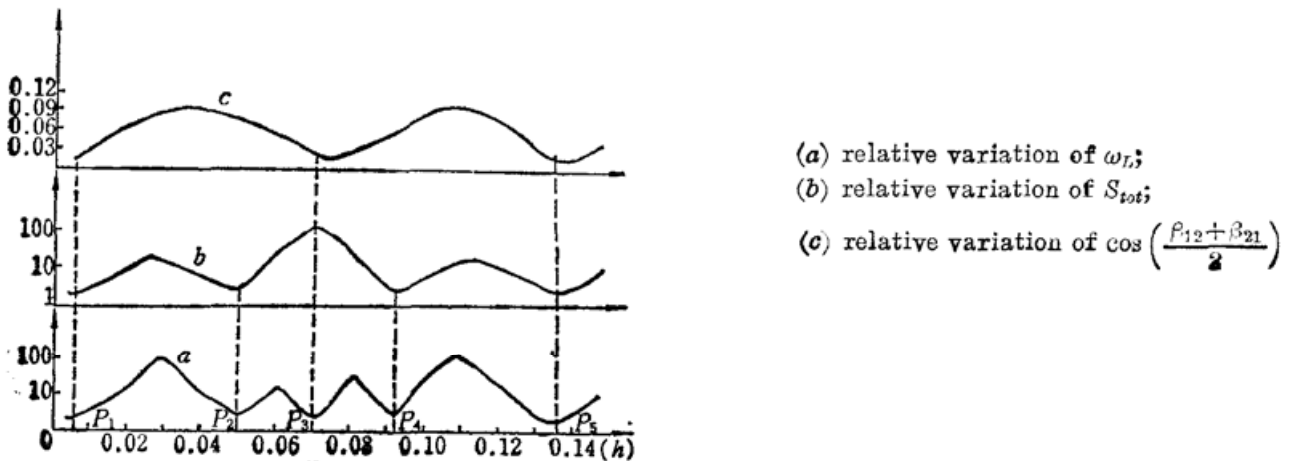


Fig. 2 Calculation results

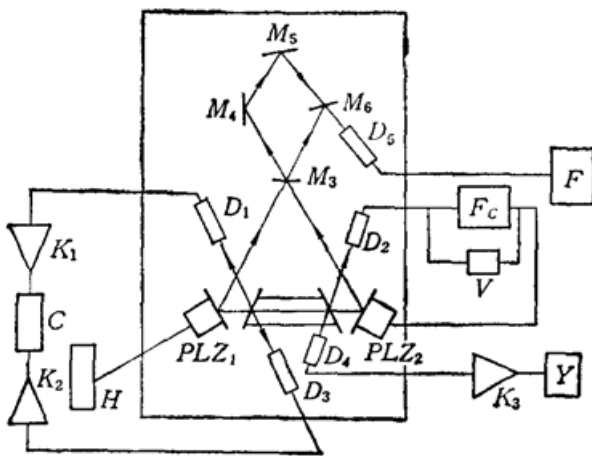
### 三、实验原理与结果

根据耦合理论<sup>[2]</sup>, 激光陀螺两方向传播光强分别为

$$I_1 = I_0 + \frac{I_0 S_{tot}}{\beta_0} \cos\left(\sqrt{\omega^2 - \omega_L^2} t - \frac{\beta_{12} + \beta_{21}}{2}\right) \quad (14)$$

$$I_2 = I_0 + \frac{I_0 S_{tot}}{\beta_0} \cos\left(\sqrt{\omega^2 - \omega_L^2} t + \frac{\beta_{12} + \beta_{21}}{2}\right) \quad (15)$$

其中  $\beta_0$  为饱和系数。两光强信号的交流分量含有  $S_{tot}$ ,  $(\beta_{12} + \beta_{21})/2$  的信息。根据(14), (15) 式采用图 3 所示实验装置。两平面镜  $M_1, M_2$  上装有压电陶瓷, 其中  $PLZ_2$  用于稳频, 毫伏表



$K_1, K_2, K_3$ —amplifier;  $D_{1-5}$ —detector;  $PLZ_1, PLZ_2$ —piezoelectric ceramics;  $V$ —millivoltmeter;  $F_c$ —frequency-controlling circuit;  $C$ —circuit for measuring cosine value;  $RT$ —rotation table;  $Y$ —circuit for measuring effective value;  $H$ —adjustable high voltage device;  $M_{1-6}$ —mirrors;  $F$ —frequency-measuring device

Fig. 3 Experimental setup

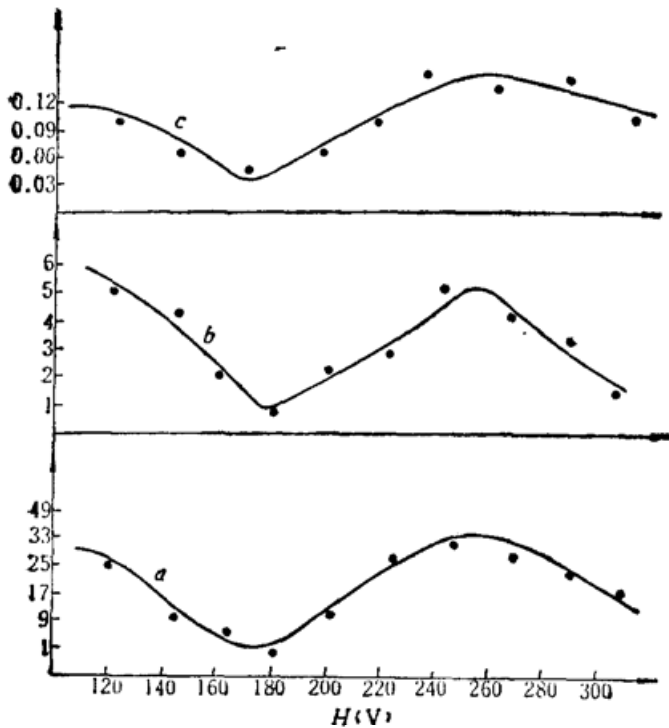


Fig. 4 Experimental results  
 (a) relative variation of  $\omega_L$ ;  
 (b) relative variation of  $S_{tot}$ ;  
 (c) variation of  $\cos\left(\frac{\beta_{12} + \beta_{21}}{2}\right)$

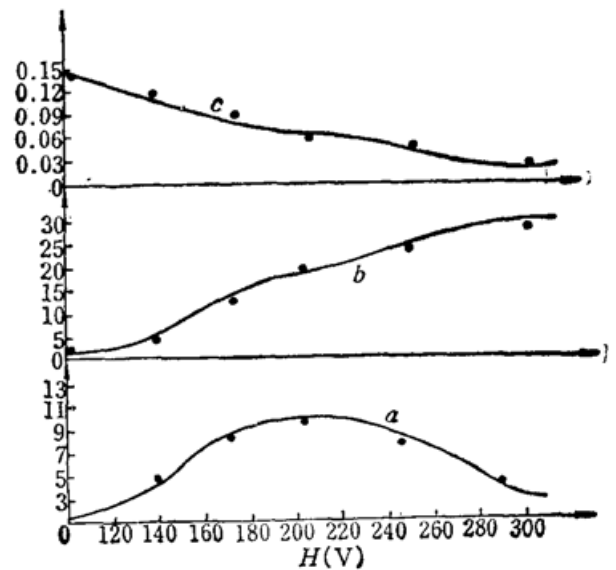


Fig. 5 Experimental results (position of  $M$  is changed)  
 (a) relative variation of  $\omega_L$ ;  
 (b) relative variation of  $S_{tot}$ ;  
 (c) variation of  $\cos\left(\frac{\beta_{12} + \beta_{21}}{2}\right)$

$V$  观察稳频时光强变化。 $PLZ_1$  控制  $M_1$  移动量  $h$ 。当  $M_1$  移动  $h$  时, 由于稳频电路作用, 迅速调节  $M_2$  移动  $h$ , 产生如图 1 所示的谐振腔变化。 $M_4$ 、 $M_5$ 、 $M_6$  三反射镜合光产生拍频信号, 由探测器  $D_5$  接收。频率计  $F$  测量拍频大小和闭锁阈值相对变化。激光陀螺放在一转台  $RT$  上。探测器  $D_1$ 、 $D_3$  用于观测位相变化,  $C$  为余弦值电路,  $D_4$  探测单束光信号幅值, 幅值电路  $Y$  给出  $I_0 S_{tot}$ 。  $D_2$  探测器用于稳频,  $H$  为直流可调电压源。实验结果如图 4、5 所示。在图 4 中,  $\omega_L$ 、 $\cos\left(\frac{\beta_{12} + \beta_{21}}{2}\right)$ 、 $S_{tot}$  的变化趋势相同; 图 5 中  $\omega_L$  随  $S_{tot}$  或  $\cos\left(\frac{\beta_{12} + \beta_{21}}{2}\right)$  变为极小而达到极小值。图 4、5 表明  $\omega_L$  相对变化范围达 30 倍。实验现象与理论结果基本一致。理论计算与初始条件有关, 且未考虑增益介质以及散射高次项的影响, 因而理论计算结果与实验数据还存在一定差异。

本工作由航空部六一八所资助。研究中得到六一八所范正翥研究员的支持和帮助, 在此致谢。

### 参 考 文 献

- 1 梁铨廷, 物理光学, 机械工业出版社, 1980, 304~310
- 2 姜亚南, 环形激光陀螺, 清华大学出版社, 1985, 108~128
- 3 K. H. Guenther, P. G. Wiever, *SPIE*, **401**, Thin Film Technology, 266~279
- 4 Hermann A. Haus, Hermann Stutz *et al.*, *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-21** (1), 78 (1985)
- 5 孔祥贵, 冯铁林 *et al.*, 应用激光, **9**(3), 97~99 (1989)