

固体激光器板状介质的三维温度分布

廖 严 何慧娟 李永春 吕百达

(中国科学院上海光机所, 201800) (四川大学物理系, 610064)

提要: 本文讨论有限长度三维板状介质的热分布, 给出了在不同的泵浦及冷却条件下的温度分布表达式, 数值计算求解, 得到定量说明。

关键词: 板状激光器, 三维温度分布, 冷却条件

Three-dimensional temperature distribution in a finite solid-state laser slab

Liao Yan, He Huijuan, Li Yongchun

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai)

Lü Baida

(Department of Physics, Sichuan University, Chengdu)

Abstract: This paper discusses thermal profile in a finite laser slab. Expressions of the temperature distribution are given under different pumping and cooling conditions. Computerized calculations are carried out to give detailed explanation.

Key words: slab laser, three-dimensional temperature, cooling condition

板状几何结构固体激光器具有消一阶热聚焦及应力聚焦和退偏效应的显著优点, 可克服传统的棒状结构无法克服的困难, 获得高平均输出功率和高光束质量, 已引起国内外的重视。但在高功率泵浦下, 板状激光器仍有热效应^[1~4]。边缘效应、端面效应和之字形光路上非对称温度分布是热畸变的重要原因^[4]。一维、二维模型^[5,6]对端面效应显然无法给出注释, 而必须使用三维温度分布模型。板状介质的冷却条件对介质中热分布的影响是不言而喻的, 本文给出在不同的冷却条件下, 三维板状介质的温度分布的解析解, 特别讨论了端面温度与冷却的关系, 并作了数值计算, 对有关的理论结果作了定量说明, 这对分析板状激光器的热畸变效应, 设计高功率的激光器有参考意义。

一、温度分布理论

对图1所示长为 L 宽为 a , 厚为 b 的板状几何结构介质, 取坐标原点于对称中心, 假设板

状介质为长方体, 将 x, y, z 坐标分别用 $a/2, b/2, L/2$ 作归一化处理。热传导方程为

$$\nabla^2 T + \frac{h(x, y, z)}{\kappa} = \frac{1}{m} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

式中 T 为板中任一点的温度, m 为热扩散率, $m = \kappa / \rho c$ 。 κ 为热导率, ρ 为介质密度, c 为比热, 而热注入函数 h 为

$$h = \frac{\eta p(t)}{V} f(x, y, z) \quad (2)$$

η 为泵浦能量转换成热的效率, $p(t)$ 为泵浦功率函数, V 为介质体积, $f(x, y, z)$ 为与泵浦光空间分布有关的配分函数。泵浦产生的热量通过泵浦面及端面散发, 理论和实验均表明为了更好地补偿热畸变, 在非泵浦的两个侧面上应绝热, 因此, 侧面边界条件为

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=\pm 1} = 0 \quad (3)$$

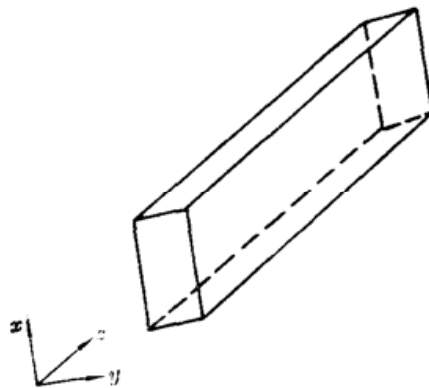


Fig. 1 Slab geometric configuration

一般地, 在泵浦面及端面的冷却遵从牛顿定律, 即

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=\pm 1} = \mp \frac{b\lambda_y}{2\kappa} (T - T_c) \Big|_{y=\pm 1} \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=\pm 1} = \mp \frac{L\lambda_z}{2\kappa} (T - T_c) \Big|_{z=\pm 1} \quad (5)$$

式中 x, y, z 坐标分别用 $a/2, b/2, L/2$ 作了归一化处理, T_c 是冷却剂的温度, λ_y, λ_z 是泵浦面及端面的表面热传导系数。当表面热传导系数有限时, 边界条件为(3)~(5)式, 当 $\lambda_y, \lambda_z \rightarrow \infty$ 时, 即是理想的散热, 边界条件(4), (5)变为

$$(T - T_c) \Big|_{y=\pm 1} = 0 \quad (4')$$

$$(T - T_c) \Big|_{z=\pm 1} = 0 \quad (5')$$

在泵浦之前, 板条与冷却剂达热平衡:

$$(T - T_c) \Big|_{t=0} = 0 \quad (6)$$

由以上初始条件和边界条件, 热传导方程(1)在三维情况下的普遍解为^[7]

$$T - T_c = \sum_{i,j,l=1}^2 \sum_{k,n,r}^{\infty} B_{i,j,k,r}^{i,j,l} X_{in}(x) Y_{jk}(y) Z_{lr}(z) \exp(-t/\tau_{i,j,k,r}^{i,j,l}) \quad (7)$$

由边界条件(3)可得

$$X_{in}(x) = \begin{cases} \cos \mu_{1n} x, & i=1, \mu_{1n} = n\pi \\ \sin \mu_{2n} x, & i=2, \mu_{2n} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi \end{cases} \quad \pi n = 0, 1, 2, \dots \quad (8)$$

$$\text{由 (4)} \quad Y_{jk}(y) = \begin{cases} \cos \xi_{1k} y, j=1, \operatorname{tg} \xi_{1k} = \lambda_y b / 2 \kappa \xi_{1k} \\ \sin \xi_{2k} y, j=2, \operatorname{ctg} \xi_{2k} = -\lambda_y b / 2 \kappa \xi_{2k} \end{cases} \quad k=1, 2, \dots \quad (9)$$

$$\text{由 (4')} \quad \xi_{1k} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\pi, \xi_{2k} = k\pi, k=0, 1, 2, \dots \quad (9')$$

$$\text{由 (5)} \quad Z_{lr}(z) = \begin{cases} \cos \delta_{1r} Z, l=1, \operatorname{tg} \delta_{1r} = L\lambda_z / 2 \kappa \delta_{1r} \\ \sin \delta_{2r} Z, l=2, \operatorname{ctg} \delta_{2r} = -L\lambda_z / 2 \kappa \delta_{2r} \end{cases} \quad r=1, 2, \dots \quad (10)$$

$$\text{由 (5')} \quad \delta_{1r} = \left(r + \frac{1}{2}\right)\pi, \delta_{2r} = r\pi, r=0, 1, 2, \dots \quad (10')$$

$$\frac{1}{\tau_{n,k,r}^{i,j,l}} = m \left[\left(\frac{2\mu_{in}}{a}\right)^2 + \left(\frac{2\xi_{jk}}{b}\right)^2 + \left(\frac{2\delta_{lr}}{L}\right)^2 \right] \quad (11)$$

系数

$$B_{n,k,r}^{i,j,l} = \frac{\eta}{V\rho c} O_{n,k,r}^{i,j,l} \int_0^t p(t') \exp(t'/\tau_{n,k,r}^{i,j,l}) dt' \quad (12)$$

$$O_{n,k,r}^{i,j,l} = \frac{\int_{-1}^1 dx \int_{-1}^1 dy \int_{-1}^1 X_{in}(x) Y_{jk}(y) Z_{lr}(z) f(x, y, z) dz}{\int_{-1}^1 X_{in}^2(x) dx \int_{-1}^1 Y_{jk}^2(y) dy \int_{-1}^1 Z_{lr}^2(z) dz} \quad (13)$$

由(7)式可知,板状介质温度分布 T 是 x, y, z, t 的函数,其空间对称性与热注入函数 h 的空间对称性有关,且随时间变化,由(7)~(13)原则上可求任意形状的脉冲泵浦及不同泵浦光强分布 $f(x, y, z)$ 的解。各种不同形状脉冲、重复周期之类的影响都由(12)式中的时间积分确定^[4]。

前面是考虑整个泵浦及冷却过程的模型,在实际问题中,因泵浦时间(ms量级)相对于冷却时间很短,在重复频率不太高时,脉冲泵浦过程中的冷却因素可以忽略不计,这种情况即是 将一次泵浦当着 一个瞬时叠加的热分布,可用这种近似的另一个原因是,对于各种不同形状的泵浦脉冲,泵浦后的冷却情况基本一样,从后面的数值计算将会看到,不同形状的脉冲只对泵浦过程有影响,而对泵浦后的过程的影响可以忽略。所以,考虑泵浦后的情况可设 $\phi(x, y, z)$ 为泵浦后板状介质的初始温度分布:

$$(T - T_c) |_{t=0} = \phi(x, y, z) \quad (14)$$

热传导方程变为

$$\Delta_3 T = \frac{1}{m} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (15)$$

求解:

$$T - T_c = \sum_{i,j,l}^2 \sum_{n,k,r}^{\infty} A_{n,k,r}^{i,j,l} X_{in}(x) Y_{jk}(y) Z_{lr}(z) \exp(-t/\tau_{n,k,r}^{i,j,l}) \quad (16)$$

$$\text{其中} \quad A_{n,k,r}^{i,j,l} = \frac{\int_{-1}^1 dx \int_{-1}^1 dy \int_{-1}^1 X_{in}(x) Y_{jk}(y) Z_{lr}(z) \phi(x, y, z) dz}{\int_{-1}^1 X_{in}^2(x) dx \int_{-1}^1 Y_{jk}^2(y) dy \int_{-1}^1 Z_{lr}^2(z) dz} \quad (17)$$

在重复脉冲作用下,脉冲周期为 t_p , 则

$$T - T_c = \sum_{i,j,l}^2 \sum_{n,k,r}^{\infty} \frac{1 - \exp(-Mt_p/\tau_{n,k,r}^{i,j,l})}{1 - \exp(-t_p/\tau_{n,k,r}^{i,j,l})} A_{n,k,r}^{i,j,l} X_{in}(x) Y_{jk}(y) Z_{lr}(z) \exp(-t/\tau_{n,k,r}^{i,j,l}) \quad (0 \leq t < t_p) \quad (18)$$

其中 M 为连续泵浦的第 M 个脉冲。

二、数值计算与讨论

以 YAG 为例, 实验板条尺寸为 $5 \times 20 \times 150 \text{ mm}^3$, $\kappa = 0.13 \text{ W/cm} \cdot \text{K}$, $\rho = 4.55 \text{ g/cm}^3$, $c = 0.59 \text{ J/g} \cdot \text{K}$, $m = 0.048 \text{ cm}^2/\text{s}$, 有限表面热传导系数 $\lambda_y = \lambda_z = 1 \text{ W/cm}^2 \cdot \text{K}$, 而 $\tau = b^2/4m$ 温度分布取相对值。

图 2 是在单脉冲均匀泵浦下板块沿长度方向的温度分布, $f(x, y, z) = 1$, 从图 2 中可看出, 长板块端面的冷却, 无论表面热传导系数 λ_z 大或小, 在我们涉及的冷却时间内对中心温度分布无影响, 只要是对板块均匀泵浦, 那么除在靠近两端面的区域外, 温度分布只与 y 有关(绝热条件再加上 x 方向均匀泵浦使得在 x 方向上无温度梯度^[4]), 而真正影响温度沿 y 分布值的是在两个泵浦面上的冷却, 这决定了在一定重复频率下, 板块中心与冷却面的温度差异, 而冷却剂所带走的大部分热量是从这两个面上吸收的, 冷却能力的大小与表面热传导的大小密切相关。因此, 在除了靠近端面的区域外, 中央大部分长度方向上, 光线的之字形传播确能补偿一阶热聚焦效应。

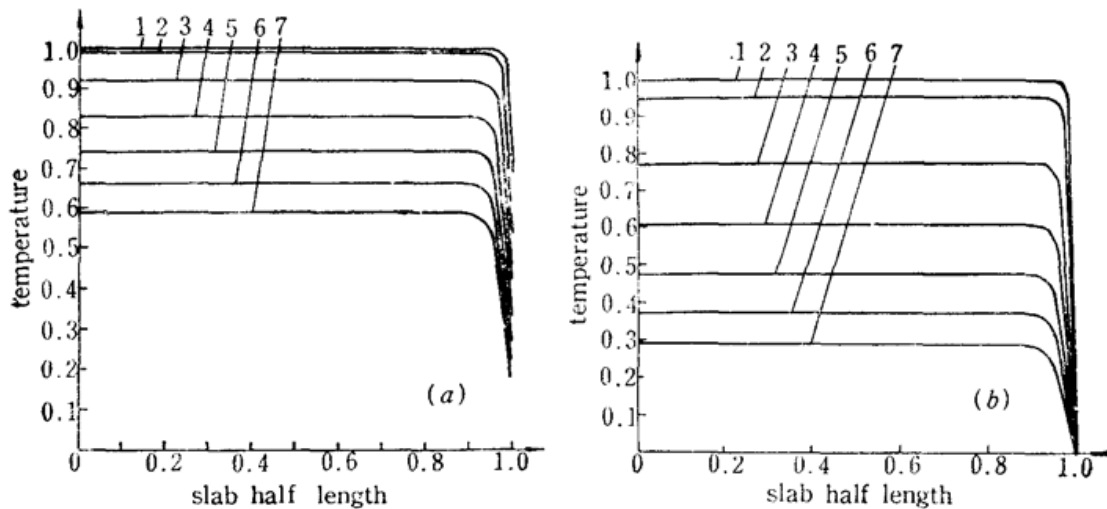


Fig. 2 Temperature profile in z -direction in single-shot pump, $f(x, y, z) = 1$, $y = 0$.

Pulse duration is $\Delta t = 10^{-3}\tau$

1— $t = \Delta t$; 2— $t = 0.1\tau$; 3— $t = 0.2\tau$; 4— $t = 0.3\tau$; 5— $t = 0.4\tau$; 6— $t = 0.5\tau$; 7— $t = 0.6\tau$.

(a) $\lambda_y = \lambda_z = 1 \text{ W/cm}^2 \cdot \text{K}$, (b) $\lambda_y \rightarrow \infty$, $\lambda_z \rightarrow \infty$

在实际中由于种种限制, 不可能做到沿长度方向的均匀泵浦, 图 3 即是沿长度方向非均匀泵浦的情况, 此时沿长度泵浦光强分布为 $f(x, y, z) = 1 - 0.4z^2$, 这是我们实验用聚光腔腔内光强在介质位置沿长度分布的实测值拟合曲线。从图 3 可看出, 端面以外的区域内温度分布也不仅仅只与 y 有关, 而与 z 也有关, 此时之字形光路能补偿热效应的区域要缩小, 而在较多的区域内则不能补偿, 因而热效应将会变大, 特别是在高重复频率下, 在长度方向的温度梯度增大时更是如此。

前面谈到, 板状介质宽度方向的温度分布, 在完全绝热边界与均匀泵浦的情况下, 与 x 无关, 但是实际实验时也难作到理想的情况, 我们实验中测到的聚光腔内光强沿 x 分布可用函数

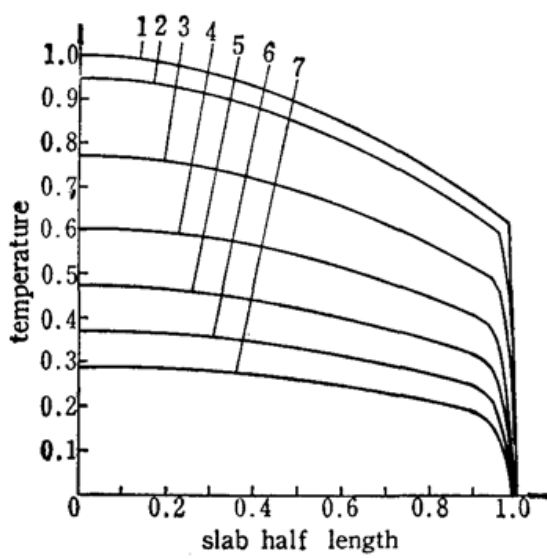


Fig. 3 Temperature profile in z -direction in single-shot pump, $f(x, y, z) = 1 - 0.4z^2$, $y = 0$. The pulse duration and the line parameters are the same with those in Fig. 2, $\lambda_y \rightarrow \infty$, $\lambda_z \rightarrow \infty$

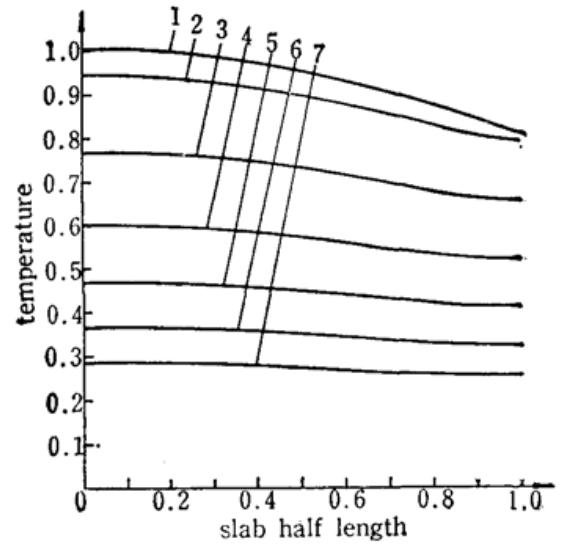


Fig. 4 Temperature profile in x -direction in single-shot pump, $f(x, y, z) = 1 - 0.2x^2$, $z = y = 0$. The pulse duration and the line parameters are the same with those in Fig. 2, $\lambda_y \rightarrow \infty$

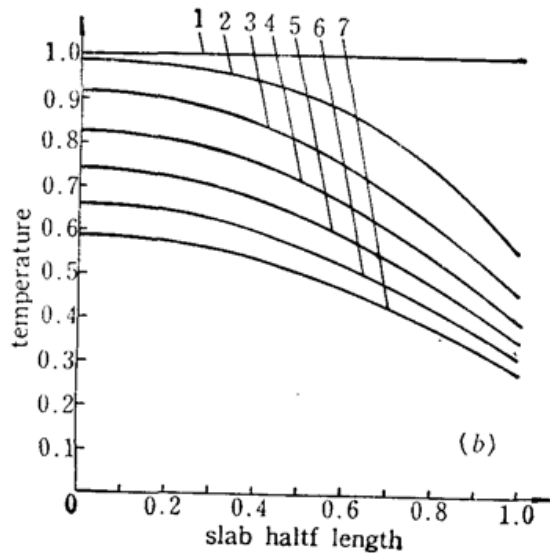
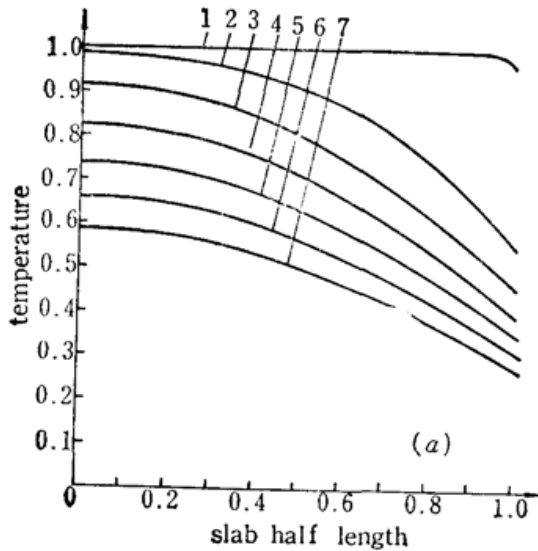


Fig. 5 (a) Temperature profile in y -direction when cooling during pumping is taken into account, $f(x, y, z) = 1$, $z = 0$. The pulse duration and the line parameters are the same with those in Fig. 2, $\lambda_y = 1 \text{ W/cm}^2 \cdot \text{K}$; (b) Temperature profile in y -direction when cooling during pumping is ignored, $f(x, y, z) = 1$, $z = 0$. The pulse duration and the line parameters are the same with those in Fig. 2, $\lambda_y = 1 \text{ W/cm}^2 \cdot \text{K}$

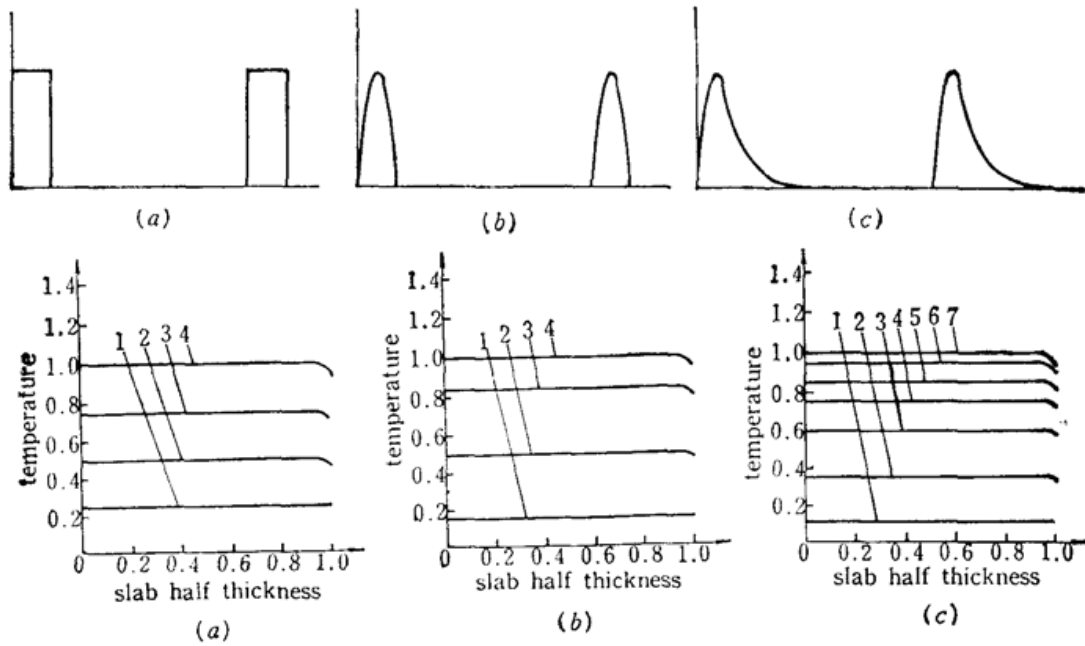


Fig. 6 Three different types of pulses(upper); Pumping process for three different types of pulses(lower). Parameter is 1— $t=0.25 \times 10^{-2}\tau$; 2— $t=0.5 \times 10^{-3}\tau$; 3— $t=0.75 \times 10^{-3}\tau$; 4— $t=10^{-3}\tau$; 5— $t=1.25 \times 10^{-3}\tau$; 6— $t=1.75 \times 10^{-3}\tau$; 7— $t=2.75 \times 10^{-3}\tau$; $f(x, y, z)=1, z=0$

$f(x, y, z)=1-0.2x^2$ 逼近, 此时温度沿 x 方向分布就不再是均匀的, 如图 4, 这使得在 x 方向发散角有所增加。

图 5(a) 是 $\lambda_y=1\text{W}/\text{cm}^2\cdot\text{K}$ 时泵浦后沿 y 的温度分布, 由于 YAG 热弛豫快, 在泵浦时间内, 近表面的冷却还是明显的, 与图 5(b) 比较, 这是将泵浦作热分布的情况, 可知在相同边界条件下, 泵浦后的近似还是较精确的。

图 6 (下) 为三种不同形状脉冲泵浦下沿 y 温度升高的过程, 脉冲示意图为图 6(上)。从 6 图可以看出脉冲形状只对泵浦过程有影响。

参 考 文 献

- 1 T. J. Kane *et al.*, *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-19**(9), 1351(1983)
- 2 刘亚刚 *et al.*, *光学学报*, **7**(7), 577(1987)
- 3 吕百达 *et al.*, *SPIE*, **1021**, 175(1988)
- 4 B. Lü *et al.*, *Theoretical study of Thermal Effects in a Finite Laser Slab*, LASER'89, München, 1989
- 5 J. M. Eggleston *et al.*, *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-20**(3), 289(1984)
- 6 T. J. Kane *et al.*, *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-21**(8), 1195(1985)