

双频激光与原子相互作用 产生的光电子谱

屈卫星 徐至展

(中国科学院上海光机所, 201800)

提要: 本文提出一种双频激光与原子相互作用的简单模型, 并对由该模型产生的光电子谱进行了计算, 分析了光电子峰的结构。

关键词: 光电子, 光电子谱, 双谱激光场

Opto-electron spectrum from interaction of two-frequency laser with atoms

Qu Weixing, Xu Zhizhan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai)

Abstract: A simple model of interaction of two-frequency laser with atoms is presented in this paper. The opto-electron spectrum produced in this model is calculated and the structure of photo-electron peaks are analysed.

Key words: photoelectron, photoelectron spectrum, two-frequency laser field

一、引言

在激光场中的原子的行为近来一直是较为活跃的研究领域, 随着激光技术的不断发展, 可获得的激光强度也在不断提高, 因此在实验上观察和研究原子在强激光场的相互作用的一些性质已不是一件非常困难的事了。然而如何对原子与强激光场的相互作用进行理论描述却不是一件容易的事, 人们在原子理论的基础上, 提出了许多种原子与强激光场相互作用的模型^[1~6]用来研究原子在强激光场下的行为。譬如 Dulčić^[5]提出的阈值以上电离(ATI)的调制理论认为 ATI 现象是由原子的连续能级在强激光场上的调制引起的; Knight^[1, 2]等人采用缀饰态方法研究了原子的多光子现象; Deng^[3]提出了无中间分立态(激发态)的原子模型对单模激光场下的 ATI 现象进行了理论分析; Bialynicka-Birula^[6]对强激光场对多光子电离的影响做了一般性的描述。但是这些理论研究的都是单模激光场与原子的相互作用, 而研究双频激光场与原子的相互作用的文章还不多见。

本文提出一种双频激光场与具有一个中间分立态(激发态)的原子的相互作用模型, 并在

此模型的基础上对原子的高阶多光子电离现象进行了研究, 讨论了各阶光电子峰的强度之间的关系以及原子的失谐量对光电子峰的结构的影响。发现光电子峰的强度随着光电子峰阶数的增加等比衰减; 在共振情况下, 各阶光电子峰都是由等高的双峰构成。而在近共振情况下, 光电子峰是由不等高的双峰构成, 在远离共振的情况下, 光电子峰由双峰结构变为单峰结构。

二、理论模型

设原子具有基态 $|g\rangle$ 和高能激发态 $|a\rangle$ 两个束缚态, 并通过频率为 Ω 的激光发生耦合。频率为 ω 的激光将位于高激发态 $|a\rangle$ 的原子进一步电离, 并且使连续态 $|mE\rangle$ ($m=1, 2, 3, \dots$) 与其相邻的连续态发生耦合 (如图 1 所示)。原子的哈密顿量

$$H = H_0 + V \cos \Omega t + D \cos \omega t. \quad (1)$$

其中 H_0 为原子的本征哈密顿量, $V = \mathbf{P} \cdot \mathbf{A}_\Omega / C$ 和 $D = \mathbf{P} \cdot \mathbf{A}_\omega / C$ 分别为耦合场 (频率为 Ω) 和电离场 (频率为 ω) 与原子的偶极相互作用。原子的一般态 $|\psi\rangle$ 可按 H_0 的本征态进行展开

$$|\psi\rangle = C_g(t) |g\rangle + C_a(t) |a\rangle + \sum_m \int C_m(t) |mE\rangle dE. \quad (2)$$

其中 $|g\rangle$ 和 $|a\rangle$ 为原子的分立本征态, $|mE\rangle$ ($m=1, 2, \dots$) 为原子的连续本征态。将 (2) 式代入薛定谔方程

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle = H |\psi\rangle. \quad (3)$$

得到下列有关系数的方程组:

$$i \dot{C}_g(t) = E_g C_g(t) + 2V_{ga} \cos \Omega t C_a(t); \quad (4a)$$

$$i \dot{C}_a(t) = E_a C_a(t) + 2V_{ag} \cos \Omega t C_g(t) + 2D_{a,1} \cos \omega t C_1(t) dE; \quad (4b)$$

$$i \dot{C}_1(t) = E C_1(t) + 2D_{1,0} \cos \omega t + 2 \int D_{1,2} \cos \omega t C_2(t) dE; \quad (4c)$$

$$i \dot{C}_m(t) = E C_m(t) + 2 \int D_{m,m-1} \cos \omega t C_{m-1}(t) dE + 2 \int D_{m,m+1} \cos \omega t C_{m+1}(t) dE. \quad (4d)$$

其中矩阵元 $V_{ga} = \frac{1}{2} \langle g | V | a \rangle$, $D_{a,1} = \frac{1}{2} \langle a | D | 1E \rangle$, $D_{m,m+1} = \frac{1}{2} \langle mE | D | m+1E \rangle$ 。做下列代换

$$C_g(t) = C_g \exp\{-i E_g t\}; \quad (5a)$$

$$C_a(t) = C_a \exp\{-i (E_g + \Omega) t\}; \quad (5b)$$

$$C_m(t) = C_m \exp\{-i (E_g + \Omega + m\omega) t\}, \quad (m=1, 2, \dots) \quad (5c)$$

并设连续态为平缓的连续态, 即矩阵元 $D_{m,m+1}$ 随连续态能量的变化可以忽略, 将 (5) 式代入 (4) 式, 在旋转波近似下可得到

$$\dot{C}_g = -i V_{ga} C_a. \quad (6a)$$

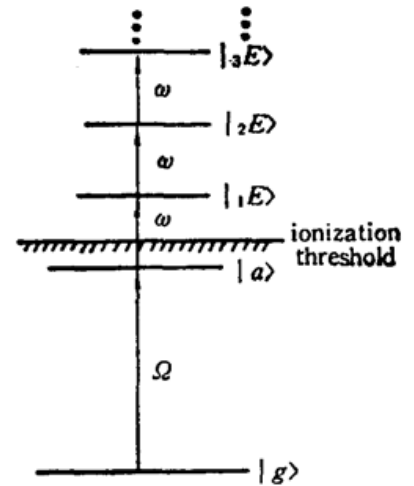


Fig. 1 Energy level scheme of the atom

$$\dot{C}_a = -i\Delta_a C_a - iV_{ag} C_g - iD_{a,1} K_1; \quad (6b)$$

$$\dot{C}_1 = -i\Delta_1 C_1 - iD_{1,a} C_a - iD_{1,2} K_2; \quad (6c)$$

$$\dot{C}_m = -i\Delta_m C_m - iD_{m,m-1} C_{m-1} - iD_{m,m+1} C_{m+1}; \quad (6d)$$

其中 $\Delta_a = E_a - E_g - \Omega$; $\Delta_m = E - E_g - \Omega - m\omega$ ($m=1, 2, \dots$)

$$K_m = \int C_m dE \quad (m=1, 2, \dots) \quad (7)$$

对(7)式进行 Laplace 变换, 并将变换式两边同除以 $(P+i\Delta_m)$, 再对 E 积分, 得到关于 \tilde{C}_g, \tilde{C}_a 和 \tilde{K}_m ($m=1, 2, \dots$) 的下列方程组

$$P\tilde{C}_g + iV_{ag}\tilde{C}_a = C_g(0); \quad (8a)$$

$$(P+i\Delta_a)\tilde{C}_a + iV_{ag}\tilde{C}_g = -iD_{a,1}\tilde{K}_1 + C_a(0); \quad (8b)$$

$$\tilde{K}_1 = -i\sigma D_{1,a}\tilde{C}_a - i\sigma D_{1,2}\tilde{K}_2; \quad (8c)$$

$$\tilde{K}_m = -i\sigma D_{m,m-1}\tilde{K}_{m-1} - i\sigma D_{m,m+1}\tilde{K}_{m+1}, \quad (m=2, 3, \dots) \quad (8d)$$

其中 $\sigma = \int \frac{dE}{P+i\Delta_m}$ 。由(8d)式可以得到下列关系^[7]

$$\frac{\tilde{K}_m}{\tilde{K}_{m-1}} = \frac{-i\sigma D_{m,m-1}}{1 + \frac{\sigma |D_{m,m+1}|^2}{1 + \frac{\sigma^2 |D_{m+1,m+2}|^2}{1 + \dots}}} \quad (m=2, 3, \dots) \quad (9)$$

若假设所有的连续态之间的耦合均相等, 即 $D_{m,m\pm 1} = D$, 则(9)式可化简为

$$\tilde{K}_m / \tilde{K}_{m-1} = F / (i\sigma D) \quad (10)$$

其中^[7]

$$F = \frac{\sigma^2 D^2}{1 + \frac{\sigma^2 D^2}{1 + \frac{\sigma^2 D^2}{1 + \dots}}} = (\sqrt{1+4\sigma^2 D^2} - 1) / 2\sigma \quad (11)$$

由(8a)和(8b)式可解出 \tilde{C}_a , 再代入(8c)式, 并利用关系式(10), 可以最后解出

$$\tilde{K}_1 = \frac{-i\sigma D_{1,a}(PC_a(0) - iV_{ag}C_g(0))}{(1+F)[P + i\Delta_a] + |V_{ag}|^2 + \sigma P |D_{1,a}|^2} \quad (12)$$

由(6c)和(6d)式的 Laplace 变换, 并利用(10)和(11)关系式, 可解出

$$\tilde{C}_m = \left(\frac{F}{i\sigma D} \right)^{m-1} \frac{\tilde{K}_1 / \sigma}{P + i\Delta_m} \quad (m=1, 2, 3, \dots) \quad (13)$$

在长时间极限情况下, 各连续态的几率幅为^[1]

$$C_m(t \rightarrow \infty) = \lim_{P \rightarrow -i\Delta_m} (P + i\Delta_m) \tilde{C}_m \quad (14)$$

将(13)式代入, 最后求得

$$C_m(\infty) = (F/i\sigma D)^{m-1} \tilde{K}_1(-i\Delta_m) / \sigma \quad (m=1, 2, \dots) \quad (15)$$

三、计算结果的讨论

3.1 各阶光电子峰的强度关系

由(15)式可看出, 各阶峰出现在 $\tilde{K}_1(-i\Delta_m)$ 的极大值点处, 并且 $\tilde{K}_1(-i\Delta_m)$ 的极大值与

m 无关(见后面的讨论), 所以各阶光电子峰的中心强度之比为

$$|C_m(\infty)|^2 / |C_{m-1}(\infty)|^2 = F^2 / \sigma^2 D^2. \quad (16)$$

由于 F 为 σD 的单增函数, 并且

$$\lim_{\sigma D \rightarrow 0} F = \sigma^2 D^2; \quad \lim_{\sigma D \rightarrow \infty} F = \sigma D. \quad (17)$$

所以 $F^2 / \sigma^2 D^2 < 1$, 即峰的中心强度是按峰的阶数的增高而等比地衰减(如图 1~3)。

3.2 各阶光电子峰的结构

为便于讨论, 可将(15)式表示成下列形式

$$C_m(\infty) = \frac{(F/i\sigma D)^{m-1}}{(1+F)} \frac{D_{1a}(\Delta_m C_a(0) + V_{ga} C_g(0))}{(\Delta_m - \Delta_+ - i\gamma_+)(\Delta_m - \Delta_- - i\gamma_-)}. \quad (18)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{\pm} &= \frac{1}{2} \Delta_a \pm \rho \cos \theta; \quad \gamma_{\pm} = \frac{1}{2} (-\gamma_a/2 \pm \rho \sin \theta); \\ \rho &= [\Delta_a^2 + 4|V_{ag}| - \gamma_a^2/4] + 4\gamma_a^2]^{1/4}; \\ \gamma_a &= 2\sigma |D_{1a}|^2 / (1+F); \\ \tan 2\theta &= (-\Delta_a \gamma_a) / (\Delta_a^2 + 4|V_{ag}| - \gamma_a^2/4) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

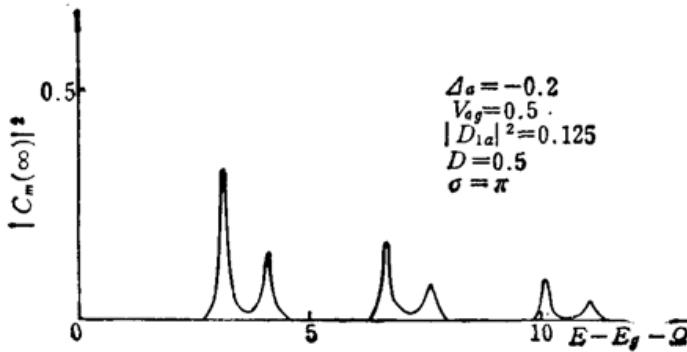


Fig. 2 Calculated result of photoelectron spectrum in nonresonant case ($\Delta_a > 0$)

Initial condition: $C_g(0) = 1, C_a(0) = 0$

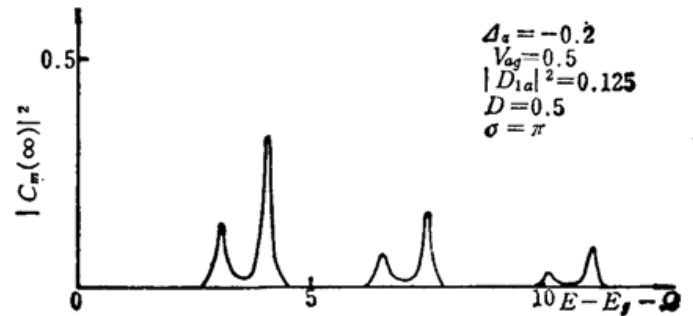


Fig. 3 Calculated result of photoelectron spectrum in nonresonant case ($\Delta_a > 0$)

Initial condition: $C_g(0) = 1, C_a(0) = 0$

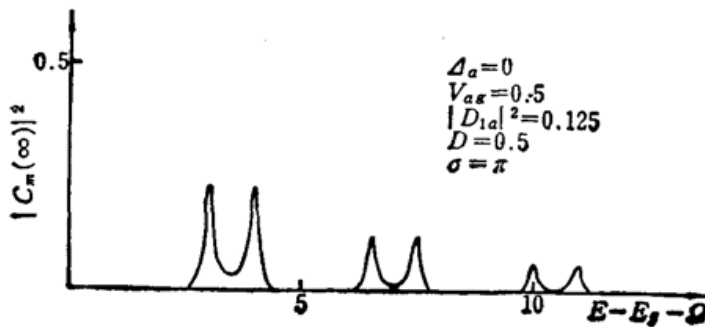


Fig. 4 Calculated result of photoelectron spectrum in resonant case ($\Delta_a = 0$)

Initial condition: $C_g(0) = 1, C_a(0) = 0$

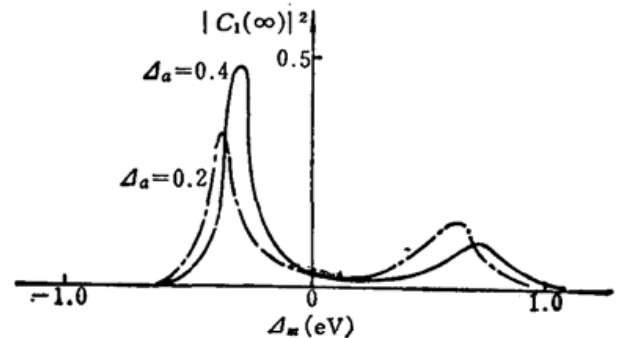


Fig. 5 Comparison between the first-order photoelectron spectra with different values of Δ_a . Initial condition: $C_g(0) = 1, C_a(0) = 0$. Other parameters are the same as those in Fig. 2

由(18)式不难看出,各阶光电子峰都具有双峰的结构,若以 Δ_m 为横坐标,则双峰分别位于 $\Delta_m = \Delta_{\pm}$ 处(与 m 无关),其间隔 $\Delta = \Delta_+ - \Delta_- = \rho \cos \theta$, 相应的半宽为 γ_{\pm} 。由于峰的高度随阶数的增高按比例衰减,所以总的说来高阶峰的双峰要比低阶峰的双峰宽。对于同阶的双峰来说,其高度和宽度一般是不相同的,这是因为从(19)式可看出,无论 $\Delta_a \geq 0$ 还是 $\Delta_a < 0$, Δ_+ 总是大于 Δ_- 的,但当 $\Delta_a > 0$ 时, $|\gamma_+| > |\gamma_-|$, 所以双峰中能量较高的峰比能量较低的峰宽(如图 2 所示);当 $\Delta_a < 0$ 时, $|\gamma_+| < |\gamma_-|$, 与 $\Delta_a > 0$ 的情形正好相反(见图 3),而当 $\Delta_a = 0$ 时(即共振时), $\gamma_+ = \gamma_-$, 所以双峰是等宽等高的(如图 4 所示)。从图 5 的计算结果可知:随着失谐量 Δ_a 的增加,双峰的不对称性就越明显。由此可推断出:当远离共振(即 Δ_a 较大)时,光电子峰的双峰结构便会消失,转变为单峰结构。

3.3 各阶光电子峰的物理解释

由(18)式不难看出:各阶光电子峰都具有相类似的结构,这是因为各阶光电子峰的表达式中分母都含有因式 $(\Delta_m - \Delta_+ - i\gamma_+)(\Delta_m - \Delta_- - i\gamma_-)$ 。我们知道, Δ_{\pm} 和 γ_{\pm} 分别是由频率为 Ω 的激光场与原子相互作用产生的缀饰态的能级和能级宽度,而各阶光电子峰是频率为 ω 的激光场诱导缀饰态向各连续态跃迁的结果。相临阶的光电子峰之间的间隔为 ω , Δ_{\pm} 可确定各阶峰的位置,而 γ_{\pm} 的大小反映了光电子峰的宽度。

参 考 文 献

- 1 P. E. Coleman, P. L. Knight, *J. Phys. B*, **14**, 2139(1981)
- 2 P. L. Knight, *J. Phys. B*, **12**, 3297(1979)
- 3 Z. Deng *et al.*, *J. Opt. Soc. Am. B*, **2**, 486(1985)
- 4 J. Grochmalick *et al.*, *J. Phys. B*, **19**, 3649(1986)
- 5 A. Dulcic, *Phys. Rev. A*, **35**, 1673(1987)
- 6 Z. Bialynicka-Birula, *J. Phys. B*, **17**, 3091(1984)
- 7 Z. Deng *et al.*, *Phys. Rev. A*, **34**, 2492(1986)

(上接第 70 页)

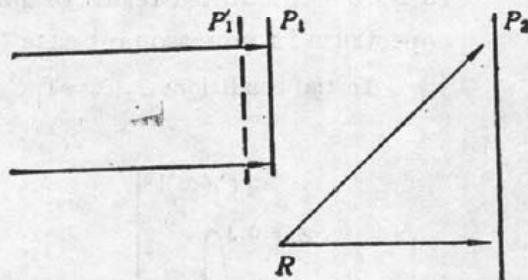


Fig.3 Recording geometry of the second method



Fig.4 Experimental results
(a) object; (b) optical differentiation

π ,因此,在两次曝光中分别取互补光栅之一做正一级衍射做参考光源,即可得到两次曝光位差 π 。图 4 表示微分结果。

参 考 文 献

- 1 S. K. Yao, S. H. Lee, *JOSA*, **61**, 474(1971)
- 2 黄婉云,傅里叶光学教程,北京师范大学出版社,北京,1985, 182~183