

高斯光束经圆孔光阑衍射后在 近场区的轴向光场分布*

李正直 倪振宇

(杭州大学物理系, 310028)

摘要: 本文从衍射积分方程出发, 得到了高斯光束经圆孔光阑衍射后在近场区, 也就是在光阑平面和菲涅耳区之间的轴向光场分布。此外, 还得到了其菲涅耳衍射特性的一些新结果。作为比较, 文中也对平面波和球面波的入射进行了分析。

关键词: 高斯光束, 近场区衍射

Near field on-axis irradiance of truncated-Gaussian apertures

Li Zhengzhi, Ni Zhenyu

(Department of Physics, Hangzhou University, Hangzhou)

Abstract: Using the diffraction integral equation, the irradiance in near-field, i. e., in the region between the aperture and the Fresnel region, of plane-wave Gaussian beams are presented for the first time. Some new results for Fresnel diffraction characteristics of Gaussian beams are obtained. For comparison, the incidences of plane and spherical wave are also analyzed.

Key words: Gaussian beam, diffraction integral equation, near-field region

由于激光技术的广泛应用和不断发展, 近年来, 在文献中曾多次讨论过高斯光束经圆孔光阑衍射后在菲涅耳区和夫琅和费区的光场特性^[1~3]。然而, 对于近场区, 也就是在光阑平面和菲涅耳区之间, 高斯光束的衍射光场特性尚未见报道。由于在实际应用中有时需要在近距离进行探测, 因此, 研究近场区高斯光束的衍射特性具有重要的实用意义。

一、积分方程

图1中, 当电磁波从左侧照射到含光阑 A 的屏上时, 设在面积为 S 的光阑平面上某点 $Q(x', y')$ 处电场为 $E(Q)$, 则在屏右侧任一点 $P(x, y)$ 处的电场为^[4]

$$E(P) = 2\nabla \times \Pi_m \quad (1)$$

这里

收稿日期: 1989年10月10日。

*本文工作由浙江省自然科学基金资助。

$$\mathbf{H}_m = \frac{1}{4\pi} \iint_s \mathbf{n} \times \mathbf{E}(Q) \frac{\exp(ikr)}{r} ds \quad (2)$$

为磁矢量, $k=2\pi/\lambda$ 为波数, $r=[(x'-x)^2+(y'-y)^2+z^2]^{\frac{1}{2}}$, \mathbf{n} 是指向 $+z$ 方向的单位矢。

在通常情况下光阑尺寸要比光波长大得多, 因此, 式(1)可写为

$$\mathbf{E}(P) = \frac{1}{2\pi} \nabla \times \iint_s \mathbf{n} \times \mathbf{E}_{\lambda\text{射}}(Q) \frac{\exp(ikr)}{r} ds \quad (3)$$

为了计算方便, 常常把上式中的矢量写成其分量的形式, 即

$$E_x(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \iint_s E_{x\lambda\text{射}}(x', y', 0) \frac{\exp(ikr)}{r} \cdot \left(ik - \frac{1}{r} \right) \cdot \left(-\frac{z}{r} \right) dx' dy' \quad (4)$$

$$E_y(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \iint_s E_{y\lambda\text{射}}(x', y', 0) \frac{\exp(ikr)}{r} \cdot \left(ik - \frac{1}{r} \right) \cdot \left(-\frac{z}{r} \right) dx' dy' \quad (5)$$

$$E_z(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \iint_s \left[E_{x\lambda\text{射}}(x', y', 0) \left(\frac{x-x'}{r} \right) + E_{y\lambda\text{射}}(x', y', 0) \cdot \left(\frac{y-y'}{r} \right) \right] \cdot \frac{\exp(ikr)}{r} \cdot \left(ik - \frac{1}{r} \right) dx' dy' \quad (6)$$

从式(4)~(6)可以看出, 光阑右边任一点的电场完全由光阑平面上电场的切向分量决定, 而磁场 \mathbf{H}_m 则可以由式(2)计算得到。进一步地, 对于标量场 U 的衍射积分, 我们同样可以得到与 E_x 或 E_y 相类似的表达式。

当观察点离光阑平面足够远时, 对式(4)或式(5)采用相应的近似条件, 可以得到

$$E_x(x, y, z) = \frac{ik}{2\pi z} \iint_s E_{x\lambda\text{射}}(x', y', 0) \cdot \exp\left\{ \frac{ik}{2z} [(x'-x)^2 + (y'-y)^2] \right\} dx' dy' \quad (7)$$

上式即为我们熟悉的菲涅耳衍射积分公式。

式(4)或式(5)还可以写成下面相等效的式(8), 它在应用上更为方便:

$$E_x(x, y, z) = -\frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial z} \iint_s E_{x\lambda\text{射}}(x', y', 0) \frac{\exp(ikr)}{r} dx' dy' \quad (8)$$

对于在光阑上具有常数位相因子的高斯光束, 其表达式可以写为

$$U(\rho) = \exp(-\rho^2/W^2) \quad (9)$$

把式(9)代入式(8), 就得到高斯光束经圆孔光阑衍射后的轴向复振幅分布:

$$V_0(z) = E_x(0, 0, z) = -\frac{\partial}{\partial z} \int_0^a \exp(-\rho^2/W^2) \cdot \frac{\exp(ik\sqrt{\rho^2+z^2})}{\sqrt{\rho^2+z^2}} \rho d\rho \quad (10)$$

这里, a 为圆孔光阑的半径。

相应地, 轴向光强分布

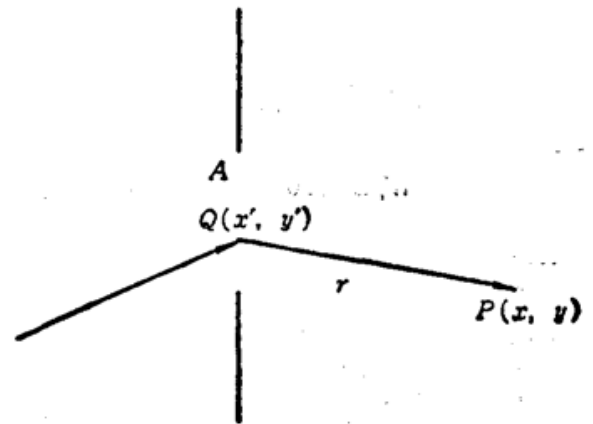


Fig. 1 Diffraction geometry of a normally incident electromagnetic field through a circular aperture A

$$I_0(z) = |V_0(z)|^2 = \left| \frac{\partial}{\partial z} \int_0^a \exp(-\rho^2/W^2) \cdot \frac{\exp(ik\sqrt{\rho^2+z^2})}{\sqrt{\rho^2+z^2}} \rho d\rho \right|^2 \quad (11)$$

二、衍射特性

我们对式(11)进行计算,得到的结果表明,对于给定的圆孔光阑,当不同半宽度的高斯光束入射时,其轴向衍射光场 $I_0(z)$ 的分布明显不同。

当入射高斯光束的半宽度较大时(如 $W/a \geq 1.0$),如图2所示, $I_0(z)$ 沿轴向呈现极大和极小的交替变化,且光强极小在数值上不为零。当观察点朝光阑方向靠近时,光强的动态范围则急剧减少。因此,除了在离光阑平面较远处有限个光强振荡曲线以外,图中只给出了光强极值变化的包络。随着高斯光束半宽度的增加,光强极小在数值上不断减小,而光强极大在数值上则不断增加。当高斯光束的半宽度很大,即 $W \rightarrow \infty$ 时,就相当于平面波的入射,由式(11)容易得到

$$I_0(z) = 1 + \frac{z^2}{z^2 + a^2} - \frac{2z}{\sqrt{z^2 + a^2}} \cos[k \cdot (z - \sqrt{z^2 + a^2})] \quad (12)$$

这时,当观察点远离光阑平面时,光强极小迅速减小到零,而光强极大则为光阑中心处光强的4倍。当 $z \rightarrow \infty$ 时,由式(12)得 $I_0(z) \propto \sin^2\left(\frac{ka^2}{4z}\right)$, 或 $I_0(z) \propto \left(\frac{1}{z}\right)^2$, 此即平面波在光轴上的夫琅和费衍射。

当高斯光束的半宽度减小时,由于光强的极大和极小在数值上相互靠近,因而轴向光场 $I_0(z)$ 的动态范围不断减少,如图3、图4所示。此外,从图4还可以看出,对于半宽度为 $W/a =$

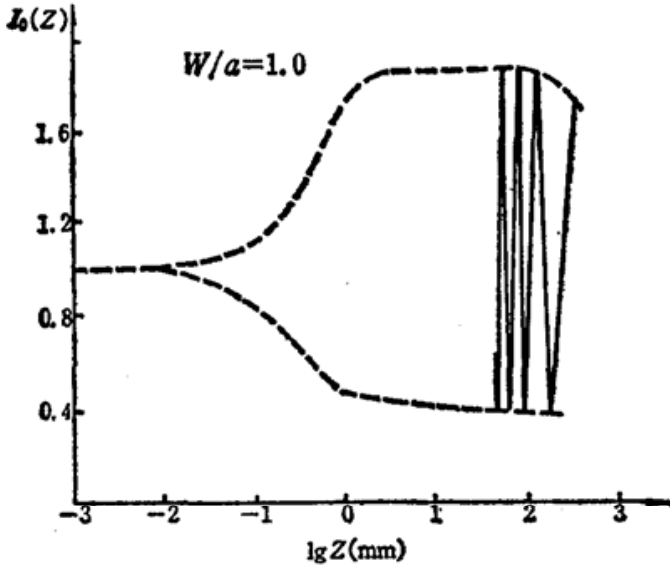


Fig. 2 Axial irradiance vs distance for the Gaussian beams with a large waist radius $W/a=1.0$

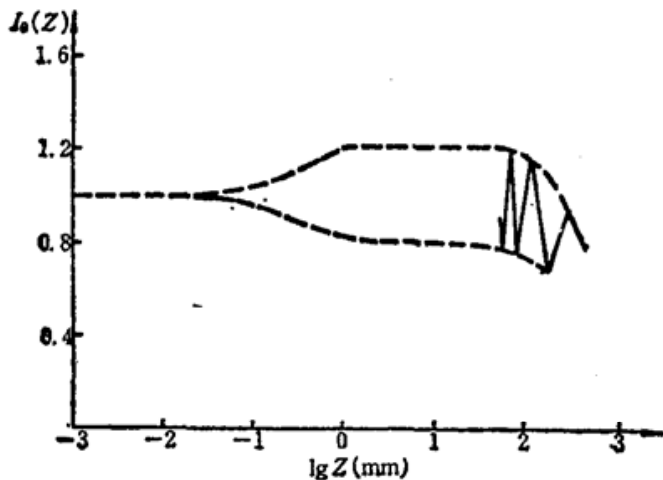


Fig. 3 Axial irradiance vs distance for the Gaussian beams with a waist radius $W/a=0.67$

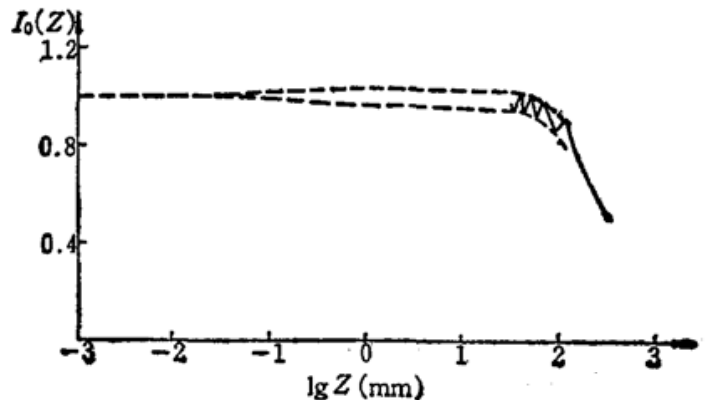


Fig. 4 Axial irradiance vs distance for the Gaussian beams with a waist radius $W/a=0.50$

0.5 的高斯光束, 在满足 $\lg z \leq 1.5$ 的光轴上, 光场变化的幅值已经很小, 轴上光强与光阑中心处的光强已经几乎相同。

当高斯光束的半宽度很小时 (如 $W/a \leq 0.33$), 计算表明, 光场沿轴不再振荡地变化, 此时, 轴向光强在离光阑平面较远处即为光阑中心处的光强, 而在离光阑平面较远处, 它随轴向距离的增加而单调减小。当 $W/a \rightarrow 0$ 时, 高斯光束的传播特性便与位于圆孔中心的点光源发出的球面波相一致。

与文献 [2] 所不同的是, 对于较大半宽度的高斯光束, 虽然在离光阑平面较远处, 其轴向光场分布与平面波入射的情形相类似。然而, 它们在光轴上出现极大和极小的位置并不相同。事实上, 对应于高斯光束的入射, 此时对式 (7) 进行积分, 可以得到

$$I_0(z) = \frac{1}{1 + \frac{4z^2}{k^2 W^4}} \left[1 - 2 \exp\left(-\frac{a^2}{W^2}\right) \cos\left(\frac{ka^2}{2z}\right) + \exp\left(-\frac{2a^2}{W^2}\right) \right] \quad (13)$$

而运用相应的近似条件, 式 (13) 可以简化为

$$I_0(z) \approx 2 \left[1 - \cos\left(\frac{ka^2}{2z}\right) \right] \quad (14)$$

比较式 (13) 和式 (14), 就可以看出, 当圆孔光阑的大小给定时, 对于平面波和半宽度为 W 的高斯光束的入射, 只有当 W^2/z 相当大, 使得因子 $\frac{1}{1 + \frac{4z^2}{k^2 W^4}}$ 的变化足够缓慢时, 它们的振荡

周期才近似相同。表 1 给出了对应于平面波和几种不同半宽度 W 的高斯光束, 在轴上出现极大和极小的位置。显然, 在一般情况下, 对于高斯光束的入射, 由于因子 $\frac{1}{1 + \frac{4z^2}{k^2 W^4}}$ 调制的影

响, 轴上出现光强极大和光强极小的位置朝着相反方向发生偏移。当高斯光束的半宽度很小, 而且观察点离光阑平面较远处, 此时由于因子 $\frac{1}{1 + \frac{4z^2}{k^2 W^4}}$ 对 $I_0(z)$ 的调制成为主要, 因此, 光

强的极值消失, $I_0(z)$ 沿轴向单调地减小。

Table 1 Positions of maxima and minima of axial irradiance corresponding to Gaussian beams with several different waist radii when the distance z is large

R W/a	I	Maximum	Minimum	Maximum	Minimum	Maximum
		∞	68.6	85.8	114.3	171.5
2.00		68.6	85.8	114.3	171.5	342.1
1.00		68.6	85.8	114.3	171.6	329.2
0.67		68.6	85.8	113.7	175.9	276.8
0.50		67.5	88.3	106.6	—	—
0.33		—	—	—	—	—

作为比较,我们对在离光阑前处发出 z_0 的球面波的入射进行分析。把

$$U(\rho, z_0) = \frac{z_0 \exp ik\sqrt{\rho^2 + z_0^2}}{\sqrt{\rho^2 + z_0^2}}$$

代入式(8), 利用变量替换可以得到

$$I_0(z) = \left(\frac{z_0}{z+z_0}\right)^2 + \left[\frac{z \cdot z_0}{d(d+\sqrt{z_0^2+a^2})}\right]^2 - 2 \cdot \left(\frac{z_0}{z+z_0}\right) \cdot \left[\frac{z \cdot z_0}{d(d+\sqrt{z_0^2+a^2})}\right] \cdot \cos [k \cdot (z+z_0 - \sqrt{a^2+z_0^2} - d)] \quad (15)$$

式中, $d = \sqrt{z^2+a^2}$ 。

当观察点离光阑平面较远时, $z/d \approx 1$, $(z-d) \approx -a^2/2z$, 式(15)又可写成

$$I_0(z) = \left(\frac{z_0}{z+z_0}\right)^2 + \left(\frac{z_0}{z+\sqrt{z_0^2+a^2}}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{z_0}{z+z_0}\right) \left(\frac{z_0}{z+\sqrt{z_0^2+a^2}}\right) \cdot \cos \left[k \cdot \left(z_0 - \sqrt{z_0^2+a^2} - \frac{a^2}{2z} \right) \right] \quad (16)$$

通常情况下点光源总是远离光阑, 因此,

$$\sqrt{z_0^2+a^2} \approx z_0 + a^2/2z_0,$$

此时得到

$$I_0(z) = \left(\frac{z_0}{z+z_0}\right)^2 + \left(\frac{z_0}{z+z_0+\frac{a^2}{2z_0}}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{z_0}{z+z_0}\right) \cdot \left(\frac{z_0}{z+z_0+\frac{a^2}{2z_0}}\right) \cdot \cos \left[\frac{ka^2}{2} \left(\frac{z+z_0}{z \cdot z_0} \right) \right] \quad (17)$$

因此, 当轴上点满足 $\frac{ka^2}{2} \cdot \left(\frac{z+z_0}{z \cdot z_0} \right) = K\pi$, 即 $\left(\frac{z+z_0}{z \cdot z_0} \right) \cdot \frac{a^2}{\lambda} = K$ (K 为整数) 时, 光强为极大或极小值。当 $z_0 \rightarrow \infty$, 而 z 保持有限时, 式(17)便与式(12)相一致, 此时对应于平面波的入射。在夫琅和费衍射区, 由于 $\frac{z}{d} \approx 1$, $e^{ikd} \approx e^{ikz} \cdot \left(1 + \frac{ka^2}{2z}\right)$, 所以 $V_0(z) \sim \frac{e^{ik(z+z_0)}}{z \cdot z_0}$, 从而 $I_0(z) \sim \frac{1}{z^2 \cdot z_0^2}$, 即轴上光强随 z 的增加而单调减小, 这些结果都是我们所熟知的。图 5 给出了 z_0 取 1000 mm 时的轴向光场分布。

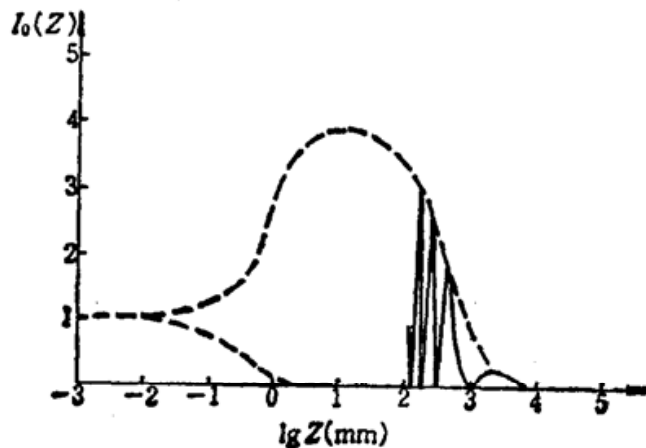


Fig. 5 Axial irradiance vs distance for spherical wave with $z_0=1000$ mm

能由于制造上的原因而具有较大的吸收系数,但是在考虑了端面反射不完全的损耗的影响后,两管中的光子寿命差别甚微,这是由于光子寿命随 α 增加而减小,随 l 增大而增加。

在进行本文所报道的工作之前,我们曾采用另一种方法对来自同一厂家的一只 GaAs 二极管增益系数进行了测量。其方法是测量该管两端面镀减反射膜后不同偏置电流下的自发辐射谱的调制度^[4]。测量结果如图 3 所示,图中纵坐标表示 $\alpha \equiv \sqrt{R_1 R_2} \exp[(g-\alpha)l]$, I_t 是二极管镀膜前的阈值电流。由分析可知,图中直线部分的斜率正比于 dg/dI ,在测量了管长 l 后,由图可以求出 $dg/dI = 4.15 \text{ cm}^{-1}/\text{mA}$ 。可见,用测量镀膜后输出谱调制度的方法与外腔法测量的结果相差不大,这进一步验证了外腔法测量的可行性。

由于外腔调节的状况和二极管激光器本身的结构对 θ 大小有一定的影响,因而耦合系数不是一个固定值,例如文献[1]报道的两只二极管的 θ 值,一只为 0.30,另一只为 0.45。同时我们也对测量误差进行了分析,结果表明,测量精度约为 10%。

最后,作者谨向提供实验用的半导体激光器的机电部 44 所表示感谢。

参 考 文 献

- 1 Garmire E. *et al.*, *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-25** (8), 1800 (1989)
- 2 Olsson A., Tang C. L., *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-17** (8), 1320 (1981)
- 3 Garmire E, Private Communication
- 4 Kaminow I.P. *et al.*, *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-19** (6), 493 (1983)

(上接第 676 页)

三、结 论

综上所述,当高斯光束入射到圆孔光阑上时,其轴向衍射光场分布既不同于平面波的入射,也跟球面波的情形相区别。对于较大半宽度的高斯光束,在离光阑平面较远处,光场沿轴出现极大和极小的交替变化,随着观察点向光阑平面的靠近,光强的动态幅度逐渐下降,而振荡周期则剧烈减小,因而轴向光强在数值上与光阑中心处的光强不断接近直至相等。对于半宽度很小的高斯光束,轴向光强除了在离光阑平面较远处和光阑中心处的光强相同外,它随着轴向距离的增加而单调减小。

参 考 文 献

- 1 P. Belland J. P. Crenn, *Appl. Opt.*, **219**(3), 522 (1982)
- 2 J. P. Campbell, L. G. Deshazer, *J. Opt. Soc. Am.*, **59** (11), 1427 (1969)
- 3 Y. Li, *J. Opt. Soc. Am.*, **A4** (7), 1237 (1987)
- 4 B. Karczewski, E. Wolf, *J. Opt. Soc. Am.*, **56**(9), 1207 (1966)

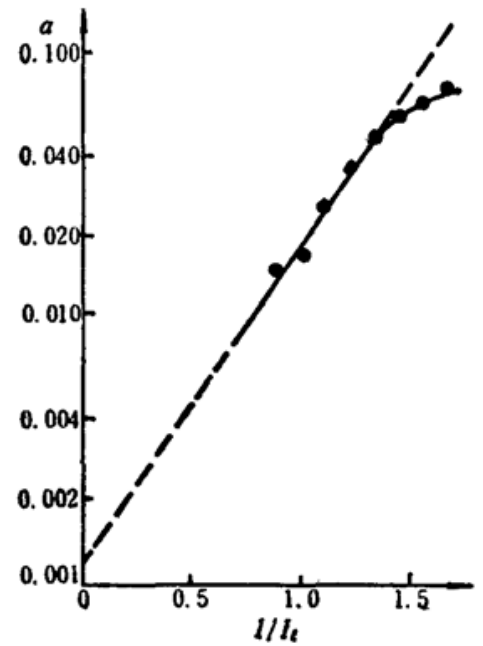


Fig. 3 Curve of parameter $\alpha (\equiv \sqrt{R_1 \cdot R_2} \exp [(g-\alpha)l])$ with bias current after both facets AR coated