第18卷 第8期
1991年8月

中国激光
CHINEES JOURNAL OF LASERS

Vol. 18, No. 8
August. 1991

带轴向场自由电子激光器的增益

荀三奎
(兰州大学物理系,730001)

提要: 给出了带轴向场自由电子激光器的增益,并讨论了轴向场的效应。
关键词: 自由电子激光器,增益,轴向场效应

Gain of FELs with an axial magnetic field

Gou Sankui
(Departmen of Physics, Lanzhou University, Lanzhou)

Abstract: The gain is given for FELs with an-axial magnetic field and the effects of the axial magnetic field are discussed.
Key words: free-electron laser, gain, the effects of axial field

一、引 言

能量理论[1]在数学上很简便地给出了带轴向磁场自由电子激光器的增益，但由于其表达式中含有电子初始回旋半径 r_0 而使轴向场的作用不易被看得清楚。文献[2]作者在仅知道稳定解的情况下给出轴向场的效应因子 $\lambda=\frac{K_w V_{z0}}{K_w V_{z0}-\omega_0}$（当文献[2]中的(1)式变为本文的(1)和(2)式时，λ 的形式也相应变化），认为对足够强的轴向场，器件具有负增益($\lambda<0$)。

实质上，文献[2]的(44)式中$\left\langle\frac{\cos\Psi}{\gamma}\right\rangle$项仍可能与轴向场有关，因此，为全面了解轴向场效应，还必须求出微扰解。本文在求得稳定解和微扰解之后同样给出了带轴向场自由电子激光器的增益，没有发现会出现负增益的情况。

二、单电子运动轨道

考虑一束电子通过带轴向场的自由电子激光器件，泵场为

$$\boldsymbol{A}_w=A_w[\boldsymbol{e}_x\sin(K_w z)+\boldsymbol{e}_y\cos(K_w z)] \tag{1}$$

$$\boldsymbol{A}_0=\frac{B_0}{2}[y\boldsymbol{e}_x-x\boldsymbol{e}_y] \tag{2}$$

相应地激光场为

收稿日期：1989年5月29日。

$$\boldsymbol{A}_r=\widetilde{A}_{r(z)}[\boldsymbol{e}_x\cos(K_rz-\omega_rt)+\boldsymbol{e}_y\sin(K_rz-\omega_rt)] \tag{3}$$

其中 $\widetilde{A}_{r(z)}$ 为 z 的慢变函数。对一般 FEL 器件，满足

$$|K_r\widetilde{A}_r|\ll|K_wA_w|\ll|B_0| \tag{4}$$

这样，任意物理量 G 都可分解为

$$G=\overline{G}+\widetilde{G} \tag{5}$$

其中 $\overline{G}$ 是忽略激光场的平衡态解，$\widetilde{G}$ 是激光场的一阶效应。

单电子运动由 Lorentz 方程决定

$$\frac{d(m\nu\boldsymbol{V})}{dt}=-e[\boldsymbol{E}+\boldsymbol{V}\times\boldsymbol{B}] \tag{6}$$

$$\frac{d(m\nu c^2)}{dt}=-e\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{E} \tag{7}$$

其中 $e(>0)$ 为电子电荷，$\boldsymbol{E}=-\dfrac{\partial\boldsymbol{A}}{\partial t}$ 为电场，$\boldsymbol{B}=\nabla\times\boldsymbol{A}$ 为磁场，$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}_0+\boldsymbol{A}_w+\boldsymbol{A}_r$ 为矢势。$\boldsymbol{V}$ 为电子速度，$\nu=\dfrac{1}{\sqrt{1-\boldsymbol{V}^2/c^2}}$ 为相对论因子。

由(6)式得

$$m\nu\boldsymbol{V}_\perp=2e\boldsymbol{A}_0+e\boldsymbol{A}_w+e\boldsymbol{A}_r \tag{8}$$

将(1)和(2)代入(6)、(7)和(8)得一组平衡态特解为

$$\bar{\nu}=\text{常数 }\nu_0 \tag{9}$$

$$\overline{V}_z=\text{常数 }V_{z0} \tag{10}$$

$$\bar{z}=V_{z0}(t-t_0) \tag{11}$$

$$\overline{V}_x=V_{\perp0}\sin(K_w\bar{z}) \tag{12}$$

$$\overline{V}_y=V_{\perp0}\cos(K_w\bar{z}) \tag{13}$$

其中 t_0 为相对论电子进入泵场($\bar{z}=0$ 平面)的初始时刻，而

$$V_{\perp0}=\frac{\left(\dfrac{eA_w}{m\nu_0}\right)}{\left[1-\dfrac{eB_0}{m\nu_0V_{z0}K_w}\right]} \tag{14}$$

把(12)和(13)代入(7)得

$$\tilde{\nu}=-\frac{e\omega_rV_{\perp0}\widetilde{A}_r}{mV_{z0}\Delta Kc^2}[\sin(\Delta K\bar{z}+\phi_0)-\sin\phi_0] \tag{15}$$

其中 $\phi_0=-\omega_rt_0$，$\Delta K=(K_r+K_w)-\dfrac{\omega_r}{V_{z0}}$。

由文献[1]知

$$\widetilde{V}_z\simeq\frac{\tilde{\nu}}{\gamma\nu_0^3} \tag{16}$$

其中 $\tilde{\gamma}=c/[c^2+\nu_0^2V_{\perp0}^2]$。把(15)代入(16)得

$$\tilde{z}=\frac{e\omega_rV_{\perp0}\widetilde{A}_r}{m\nu V_{z0}^2\Delta K^2\nu_0^3}[\cos(\Delta K\bar{z}+\phi_0)+\Delta K\bar{z}\sin\phi_0-\cos\phi_0] \tag{17}$$

把(12)、(13)、(15)及(17)代入(8)即可求得

$$
\begin{aligned}
\tilde{V}_x+i\tilde{V}_y=&\frac{e\tilde{A}_r}{m\nu_0}\frac{\{(\Delta K-K_w)e^{i[(\Delta K-K_w)\bar{z}+\phi_0]}+K_0e^{i[-K_0\bar{z}+\phi_0]}\}}{[\Delta K-(K_w-K_0)]}\\
&+\frac{e\omega_r\tilde{A}_rV_{\perp 0}^2(c^2+\nu V_{z0}\nu_0^2)}{2m\nu\Delta Kc^2V_{z0}^2\nu_0^3}\left\{\frac{(\Delta K-K_w)e^{i[(\Delta K-K_w)\bar{z}+\phi_0]}+K_0e^{i[-K_0\bar{z}+\phi_0]}}{[\Delta K-(K_w-K_0)]}\right.\\
&\left.-\frac{(\Delta K+K_w)e^{-i[(\Delta K+K_w)\bar{z}+\phi_0]}-K_0e^{-i[K_0\bar{z}+\phi_0]}}{[\Delta K+(K_w-K_0)]}\right\}\\
&-\frac{e\omega_r\tilde{A}_rV_{\perp 0}^2}{m\nu\Delta K^2V_{z0}^2\nu_0^3}\left\{\frac{(\Delta K-K_w)}{2}e^{i[(\Delta K-K_w)\bar{z}+\phi_0]}\right.\\
&\left.-\frac{(\Delta K+K_w)}{2}e^{-i[(\Delta K+K_w)\bar{z}+\phi_0]}-K_w\Delta K\bar{z}\sin\phi_0e^{-iK_w\bar{z}}+K_w\cos\phi_0e^{-iK_w\bar{z}}\right\}\\
&-\frac{ie\omega_r\tilde{A}_r(c^2+\nu V_{z0}\nu_0^2)V_{\perp 0}^2\sin\phi_0}{m\nu\Delta Kc^2V_{z0}^2\nu_0^2(K_w-K_0)}[K_we^{-iK_w\bar{z}}-K_0e^{-iK_0\bar{z}}]
\end{aligned}
\tag{18}
$$

其中 $K_0=\dfrac{eB_0}{m\nu_0V_{z0}}$。式(9)～(13)、(15)、(17)和(18)决定了单电子轨道。

三、器 件 增 益

激光场满足 Colson-Maxwell 方程:

$$
2K_r\frac{d\tilde{A}_{r(\bar{z})}}{d\bar{z}}=-e\mu_0n_0\langle\tilde{V}_\perp\cdot\boldsymbol{e}\rangle_{\phi_0}
\tag{19}
$$

其中
$$\boldsymbol{e}=\boldsymbol{e}_x\sin(K_rz-\omega_rt)-\boldsymbol{e}_y\cos(K_rz-\omega_rt),$$
$$\langle\cdots\rangle_{\phi_0}=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}d\phi_0(\cdots),$$

n_0 为束流数密度。将(18)代入(19)后,即得器件增益为

$$
\begin{aligned}
G_{(B_0)}=&-\frac{e^2\omega_p^2A_w^2K_w^3L^3}{16m^2c^2V_{z0}^2\nu_0^4(K_0+K_w)^2}\frac{df_{(\Delta\theta)}}{d\Delta\theta}\\
&+\frac{e^2\omega_p^2A_w^2K_w^2L^2}{8\Delta\theta m^2\nu_0^2c^2V_{z0}^2(K_0+K_w)^3}[\Delta\theta K_wf_{(\Delta\theta)}+K_0(\Delta\theta-\theta_0-\theta_w)f_{(\Delta\theta-\theta_0-\theta_w)}]\\
&+\left[\frac{K_0\omega_p^2L^2}{4c^2K_r}+\frac{e^2\omega_p^2A_w^2K_0K_w^2L^2}{8\Delta Km^2\nu_0^2c^2V_{z0}^2(K_0+K_w)^2}\right]f_{(\Delta\theta-\theta_0-\theta_w)}
\end{aligned}
\tag{20}
$$

其中 $\omega_p^2=\dfrac{e^2n_0}{m\nu_0\epsilon_0}$ 为电子束的相对论等离子体频率, $\Delta\theta=\dfrac{\Delta KL}{2}$, $\theta_0=\dfrac{K_0L}{2}$, $\theta_w=\dfrac{K_wL}{2}$, $f(x)=\left[\dfrac{\sin x}{x}\right]^2$, L 为泵场长度。在表达式(20)中轴向场行为较复杂,但对一般器件参数: $L\sim1\text{m}$, $\lambda_w\sim10^{-2}\text{m}$, $B_w\sim10^2$—10^3G, $|B_0|\sim0$—10^4G, $\nu_0\sim2$—10, 器件增益主要项为

$$
G_{(B_0)}\simeq\eta G_{(0)}
\tag{21}
$$

其中 $G_{(0)}$ 为无轴向场器件的增益,与文献[2]比较,发现轴向场效应不是 λ 而是

$$
\eta=\lambda^2=\frac{1}{\left[1-\dfrac{K_0}{K_w}\right]^2}
\tag{22}
$$

不可能由引入轴向场导致负增益,这一差别的主要原因是文献[2]没有考虑到其(44)式中 $\left\langle\dfrac{\cos\Psi}{\nu}\right\rangle$ 项仍与轴向场有关。

还应注意到，电子满足稳定条件[3]：

$$\frac{K_0}{K_w}\cdot\frac{a_w^2}{\left[1-\frac{K_0}{K_w}\right]^3}<1 \tag{23}$$

其中 $a_w=\frac{eA_w}{m\nu_0 V_{z0}}$，利用 $a_w^2\lambda^2=\left[\frac{V_{\perp 0}}{V_{z0}}\right]^2$，(23)式给出

$$\lambda<1+\left[\frac{V_{z0}}{V_{\perp 0}}\right]^2 \tag{24}$$

一般 $V_{z0}^2\gg V_{\perp 0}^2$，因而轴向场效应因子应满足

$$\eta<\left[\frac{V_{z0}}{V_{\perp 0}}\right]^4 \tag{25}$$

在谐振区域，$K_0\simeq K_w$，由(14)知，$|V_{\perp 0}|$ 很大，这时轴向场效应因子 η 很小，几乎为零，这与实验结果[4,5]是相符的。

参 考 文 献

1. 张大可，陈建文，中国科学，**A7**，749(1986)
2. 陈继红，中国激光，**15**(2)，70(1988)
3. H. P. Freund, A. T. Drobot, *Phys. Fluids*, **25**, 736(1982)
4. J. Fajans *et al.*, *Phys. Fluids*, **28**, 1995(1985)
5. R. H. Jackson *et al.*, *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-19**, 346(1983)

高功率准连续可调谐染料激光系统通过技术鉴定

北京市激光技术实验室研制成功高功率准连续波可调谐染料激光器。该器件采用声光调 QYAG 腔内倍频激光泵浦，对于 R6G 染料，输出激光平均功率大于 5.5W，转换效率高于 60%；对于 DCM 染料，平均功率大于 3.0W，转换功率高于 50%。波长可调范围为560～670nm，功率不稳定度小于 1%。

1991 年 5 月 6 日北京市科委组织了 13 个单位的 14 名专家进行了技术鉴定。专家们认为该激光系统设计思想先进，整体结构合理，其平均功率转换效率和整机稳定性等主要技术指标均达到较高水平，经中国科学技术情报所检索，认为处于国内外领先水平。

该激光系统预计在激光医学研究和应用、激光化学、激光光谱学及分子生物学等许多重要学科研究和应用领域均有着广泛的应用价值。

(北京市激光技术实验室 王伟祥 1991年 5 月16日收稿)