

一种用于分析条纹图案的自动 相位测量法

唐寿鸿

金观昌

(美国奥克兰大学)

(清华大学工程力学系, 100084)

提要: 本文提出一种以离散余弦变换(DCT)为基础的自动相位测量方法并以实验和模拟运算进行验证。

关键词: 条纹图分析, 相位测量, 离散余弦变换

An automated phase measurement method for fringe pattern analysis

Tang Shouhong

(Dept. of Mechanical Engineering, Oakland University, USA)

Jin Guanchang

(Dept. of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing)

Abstract: A novel discrete cosine transform (DCT) based automated phase measurement method is proposed and verified by a simulation and experiments.

Key words: fringe pattern analysis, phase measurement, discrete cosine transform (DCT)

本文提出一种新方法, 它可从有噪声的条纹图中提出精确的相位值而无需考虑条纹图是否单调变化。这种方法采用离散余弦变换来获得相位分布或相位图。离散余弦变换(DCT)算法已成功地应用于数字信号处理^[1]。它具有优于离散傅里叶变换(DFT)和其它正交变换的能量压缩特性。已研究出用于DCT的快速计算机算法, 它仅需对 N 点组合的实数运算, 因而大大快于快速傅里叶变换。同样地在包裹(wrapping)相位分布得到后, 还要进行一次去包裹(unwrapping)处理。由于在许多实际应用中(如云纹)使用一个条纹图时没有附加的相位信息难以唯一地确定相位图。至少需用两个条纹图就可以消除条纹图相位增减引起的模糊而完成相位测量。

一、离散余弦变换法测量相位原理

在各种光学测量中, 用电视摄像机记录的条纹图具有如下形式:

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[\phi(x, y)] + c(x, y) \quad (1)$$

这里 $g(x, y)$ 是点 (x, y) 的光强, $a(x, y)$ 是背景光强或 DC 分量, $b(x, y)$ 是条纹图的幅度调制函数, $\phi(x, y)$ 就是所要测量的条纹相位, $c(x, y)$ 是高频噪声。

一维离散余弦变换的关系式为

$$F(u) = \frac{2}{N} c(u) \sum_{m=0}^{N-1} f(m) \cos \frac{(2m+1)u\pi}{2N}, \quad u=0, 1, \dots, N-1$$

而逆 DOT 为

$$f(m) = \sum_{u=0}^{N-1} c(u) F(u) \cos \frac{(2m+1)u\pi}{2N}, \quad m=0, 1, \dots, N-1 \quad (2)$$

此处

$$c(u) = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \text{当 } u=0 \text{ 时};$$

$$c(u) = 1, \quad \text{当 } u=1, 2, \dots, N-1 \text{ 时}.$$

式(1)对 x 做离散余弦变换后得到

$$G(u, y) = L + M + H \quad (3)$$

其中 L 是 $a(x, y)$ 的频谱, M 是 $b(x, y) \cos[\phi(x, y)]$ 的频谱, H 是 $c(x, y)$ 的频谱。由于频率不同, 所以在频谱上极易分开从而达到滤波的目的(见图 1)。对 M 的逆离散余弦变换得到

$$I_1(x, y) = b(x, y) \cos[\phi(x, y)]$$

如与相移法类似, 记录的第二幅条纹图则是稍稍改变第一幅条纹图的相位, 即

$$q(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[\phi(x, y) + \alpha] + c(x, y) \quad (4)$$

相类似地进行变换、滤波、逆变换得到

$$I_2(x, y) = b(x, y) \cos[\phi(x, y) + \alpha]$$

对这两个 $I_1(x, y)$ $I_2(x, y)$ 做除法运算:

$$I(x, y) = \frac{I_2(x, y)}{I_1(x, y)} = \frac{b(x, y) \cos[\phi(x, y) + \alpha]}{b(x, y) \cos[\phi(x, y)]} = \cos \alpha - \tan[\phi(x, y)] \sin \alpha$$

$$\phi(x, y) = \tan^{-1}\{[\cos \alpha - I(x, y)] / \sin \alpha\}. \quad (5)$$

如选 $\alpha = 90^\circ$, 等式(5)为

$$\phi(x, y) = \tan^{-1}[-I(x, y)] \quad (6)$$

由式(5)或(6)可见, 条纹图的包裹相位(即 $\phi(x, y)$ 的域值为 $-\pi$ 到 π 。是一断续函数)。一个去包裹处理(即把断续函数经相当于赋条纹级数值值的处理)后可以自动地得到连续的相位分布。常用的算法有

$$\phi'(x_{j,y}) = \text{AMOD}[\phi(x_{j,y}) - \phi'(x_{j-1,y}) + 201\pi, 2\pi] + \phi'(x_{j-1,y}) - \pi$$

二、模拟验证

为了评价本方法对于相位测量的精度, 我们进行了模拟验证。假设在一条纹图上某一行的光强函数为

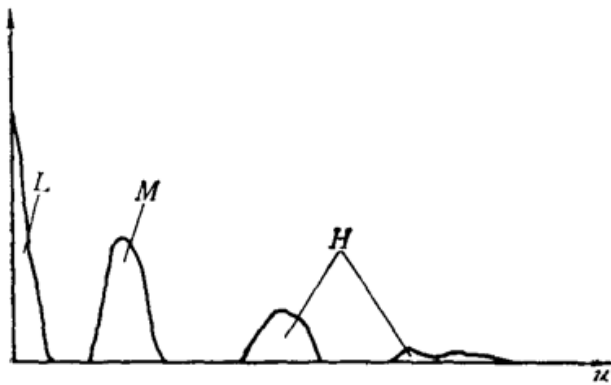


Fig. 1 Spectrum of discrete cosine transform

$$g(x) = a(x) + b(x)\cos\phi(x) + c(x) \quad (7)$$

另一幅相移后的条纹图上同一行的光强函数为

$$q(x) = a(x) + b(x)\cos[\phi(x) + 90^\circ] + c(x) \quad (8)$$

其中

$$a(x) = 200 - 10(x - 2.56)^2;$$

$$b(x) = 150 - 2(x - 1.5)(x - 2.5)(x - 4.5);$$

$$\phi(x) = 0.5(x - 0.5)x(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4.1)(x - 5.3)(x - 5.5);$$

$$c(x) = b(x)\cos[2\phi(x)]/5 + b(x)\cos[3\phi(x)]/10 + 100\cos x$$

其中采样 512 点: $x = 0.00, 0.01, 0.02, \dots, 5.11$, 应用离散余弦变换处理求得 $\phi(x)$ 。结果最大相对误差为 1%。得到的图形和结果示于图 2。图中 (a) 为原来的相位 $\phi(x)$, (b) 为计算相位。

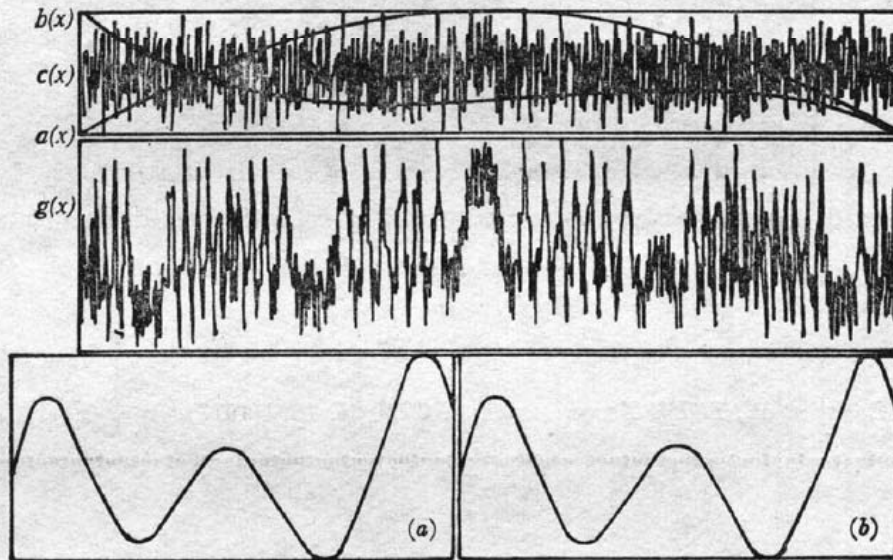


Fig. 2 Simulating verification

三、实验结果

两个我们十分熟悉的 90° 相位差云纹条纹示于图 3(a) 和 (b)。这些条纹图可以表示为等式 1 和等式 3 的形式, 而相位 $\phi(x, y)$ 包含了我们所要的高度 $z(x, y)$ 的信息。图 4 表示沿着某一行的去包裹相位 $\phi(x, y)$ 的分布, 其中直线表示所测量的行位置。曲线是该行的去包裹相位分布。一个三维的相位图的立体显示示于图 5。它事实上也是被测物体, 表面的三维再现。

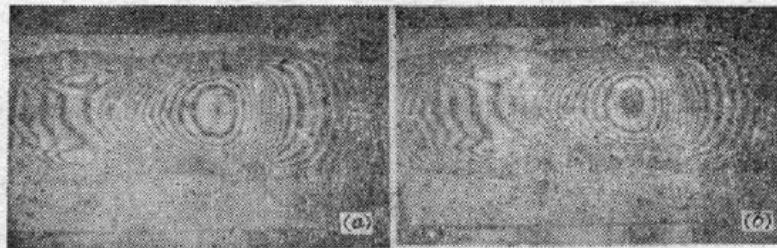


Fig. 3 First moire fringe pattern of car model $g(x)$

图 6 表示二个 90° 相位差的一种镜反射表面的反射云纹栅图。这些条纹图的相位 $\phi(x, y)$ 包含了被测表面离面梯度的信息。同样地沿着某一行的去包裹相位分布示在图 6(b)。

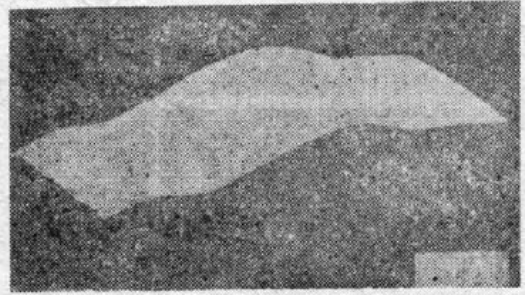
Fig. 4 Unwrapping phase distribution of $\phi(x, y)$ 

Fig. 5 3D reconstruction of phase map

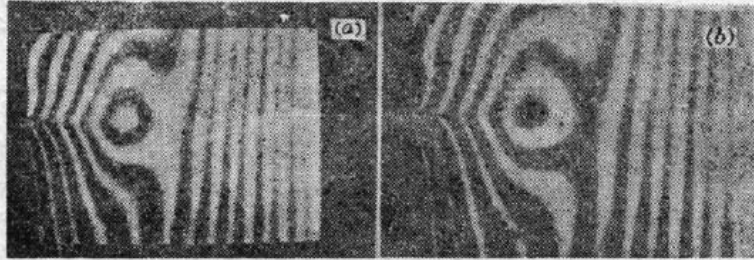


Fig. 6 (a) Reflective moire pattern; (b) reflective moire pattern and unwrapping phase distribution

参 考 文 献

- 1 W. Chen, C. H. Smith *et al.*, *IEEE Trans Commun.*, COM-25, 1004(1977)

'91 光电子器件与集成技术年会在北京召开

'91光电子器件与集成技术年会于1991年4月9日至11日在清华大学召开。这是一次有230多人参加的,总结“七五”、展望“八五”的盛会,又是光电子器件与集成技术领域的学术交流会。

国家科委、国家教委、中国科学院等部门的多位领导、老一辈科学家及光电子器件与集成技术主题学术委员会委员出席了开幕式。年会共收到来自40多个单位的300多篇论文,经筛选录取200篇作会议交流,质量比'89年会有较大提高。学术交流分别在5个分会场进行。其中分布反馈激光器、新型光通讯系列、 $1.5\mu\text{m}$ 行波放大器、高速探测器、三种量子阱激光器、大功率列阵半导体激光器II、VI族超晶格半导体激光器等均获可喜的进展。

大会还宣布国家重点实验室——集成光电子学联合实验室建成,并正式投入使用。

(赵梅村)