

# 弱散射产生的远场高斯散斑场的动态特性

陆同兴 陈 鼎 汪千凯

(安徽师范大学, 241000)

**提要:** 本文计算了三种不同表面相关下弱散射体平动时, 散斑强度涨落的时-空交叉相关系数; 用“非圆型度”和“束比”参数与交叉相关系数的关系, 讨论了远场高斯散斑场的动态特性; 提出了一种测量弱散射体运动速度的方法。

**关键词:** 散斑, 散斑场动态特性, 速度

## Dynamic characteristics of weak scattering produced far Gaussian speckle field

*Lu Tongxing, Chen Ding, Wang Qiankai*

(Physics Department, Anhui Normal University, Wuhu)

**Abstract:** The time-spatial cross-correlation coefficient of the intensity fluctuation of the speckle is calculated for three surface correlation in case of moving weak scatterer. The dynamic characteristics of far Gaussian speckle field are considered by using the parameters “non-circularity” and “bunch ratio” and their dependence with the cross-correlation coefficient. A method capable of measuring the moving speed of the weak scatterer is put forward.

**Key words:** speckle, dynamic characteristics of speckle, speed

关于强散射散斑场的二级统计特性的研究已有不少报道<sup>[1~4]</sup>, 而对于弱散射体产生的散斑场的二级统计特性研究的报道尚不多。近来, 有人<sup>[5]</sup>在文献[6]的基础上, 研究了弱散射体产生的远场、部分显现散斑场的二级统计特性, 而文中取表面服从高斯相关且只讨论了散斑场轴对称两点的相关特性。本文在假设表面粗糙高度起伏为高斯随机过程, 散射面服从高斯相关、指数相关和圆型相关三种情况下, 导出了弱散射体平动时散斑强度涨落的时-空交叉相关系数的三种具体表达式; 对部分显现散斑场, 用导出的交叉相关系数与“非圆型度”和“束比”参数的关系式, 讨论了三种不同相关散射面下的远场高斯散斑场的动态特性。

### 一、散斑强度涨落的时-空交叉相关系数

图1中,  $D$  为透明弱散射体, 束腰位于散射体表面的高斯光束照明  $D$ ,  $\xi\eta$  平面为弱散射体

表平面,  $xy$  平面为观察平面,  $o'o$  为对称轴, 物平面和观察平面之间的距离为  $R$ ,  $D$  以速度  $v$  沿  $\xi$  轴方向平动。设高斯光束为线偏振光, 散射物  $D$  不退偏振。

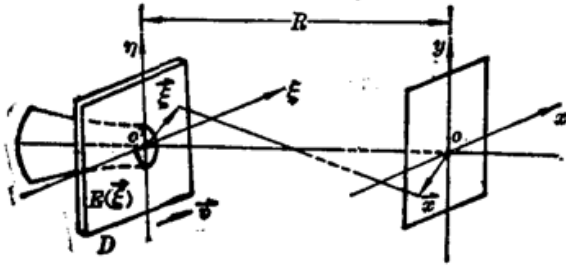


Fig. 1 Physical representation forming a speckle field for the weak scattering produced

设散斑场是部分显现的, 就是说, 散斑场不仅包含散射成份, 而且还存在镜面反射成份。如图 1,  $\boldsymbol{x}$  点随时间变化的振幅可表示为

$$A(\boldsymbol{x}, t) = [a_r(\boldsymbol{x}, t) + c_r(\boldsymbol{x}, t)] + i[a_i(\boldsymbol{x}, t) + c_i(\boldsymbol{x}, t)] \quad (1)$$

式中,  $a_r(\boldsymbol{x}, t)$ 、 $a_i(\boldsymbol{x}, t)$  分别为散射分量的实部和虚部, 对于高斯散斑场来说,  $a_r(\boldsymbol{x}, t)$  和  $a_i(\boldsymbol{x}, t)$  都是系综均值为零的高斯变量;  $c_r(\boldsymbol{x}, t)$ 、 $c_i(\boldsymbol{x}, t)$  分别为镜面反射分量的实部和虚部, 对于远场来说, 可以证明, 镜分量的虚部为零,  $\boldsymbol{x}$  点的强度为

$$I(\boldsymbol{x}, t) = |A(\boldsymbol{x}, t)|^2 = a_r^2(\boldsymbol{x}, t) + c_r^2(\boldsymbol{x}, t) + 2a_r(\boldsymbol{x}, t)c_r(\boldsymbol{x}, t) + a_i^2(\boldsymbol{x}, t) \quad (2)$$

系综平均强度为

$$\langle I(\boldsymbol{x}, t) \rangle = \langle a_r^2(\boldsymbol{x}, t) \rangle + \langle a_i^2(\boldsymbol{x}, t) \rangle + \langle c_r^2(\boldsymbol{x}, t) \rangle = I_N + I_s \quad (3)$$

式中,  $I_N = \langle a_r^2(\boldsymbol{x}, t) \rangle + \langle a_i^2(\boldsymbol{x}, t) \rangle$  为平均强度的散射分量,  $I_s = \langle c_r^2(\boldsymbol{x}, t) \rangle$  为平均强度的镜面反射分量。

大家知道, 强度涨落归一化时-空交叉相关系数的定义, 可写成如下形式(经过演算):

$$\begin{aligned} \gamma_{12}(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, t_1, t_2) &= \frac{\langle [I_1(\boldsymbol{x}_1, t_1) - \langle I_1(\boldsymbol{x}_1, t_1) \rangle] [I_2(\boldsymbol{x}_2, t_2) - \langle I_2(\boldsymbol{x}_2, t_2) \rangle] \rangle}{\sqrt{\langle [I_1(\boldsymbol{x}_1, t_1) - \langle I_1(\boldsymbol{x}_1, t_1) \rangle]^2 \rangle \langle [I_2(\boldsymbol{x}_2, t_2) - \langle I_2(\boldsymbol{x}_2, t_2) \rangle]^2 \rangle}} \\ &= \frac{c_{12}}{\sqrt{c_{11}c_{22}}} \end{aligned} \quad (4)$$

其中,

$$c_{12} = \langle I_1(\boldsymbol{x}_1, t_1) I_2(\boldsymbol{x}_2, t_2) \rangle - \langle I_1(\boldsymbol{x}_1, t_1) \rangle \langle I_2(\boldsymbol{x}_2, t_2) \rangle \quad (5)$$

$$c_{11} = \langle I_1^2(\boldsymbol{x}_1, t_1) \rangle - \langle I_1(\boldsymbol{x}_1, t_1) \rangle^2 \quad (6)$$

$$c_{22} = \langle I_2^2(\boldsymbol{x}_2, t_2) \rangle - \langle I_2(\boldsymbol{x}_2, t_2) \rangle^2 \quad (7)$$

$\langle \cdot \rangle$  表示对强度涨落求相关矩。经过演算, (5)~(7) 式可写成如下形式:

$$\begin{aligned} c_{12} &= 2\langle a_r(\boldsymbol{x}_1, t_1) a_r(\boldsymbol{x}_2, t_2) \rangle^2 + 2\langle a_i(\boldsymbol{x}_1, t_1) a_i(\boldsymbol{x}_2, t_2) \rangle^2 \\ &\quad + 2\langle a_r(\boldsymbol{x}_2, t_2) a_i(\boldsymbol{x}_1, t_1) \rangle^2 + 2\langle a_r(\boldsymbol{x}_1, t_1) a_i(\boldsymbol{x}_2, t_2) \rangle^2 \\ &\quad + 4\langle a_r(\boldsymbol{x}_1, t_1) a_r(\boldsymbol{x}_2, t_2) \rangle c_r(\boldsymbol{x}_1, t_1) c_r(\boldsymbol{x}_2, t_2) \end{aligned} \quad (8)$$

$$c_{11} = 2\langle a_r^2(\boldsymbol{x}_1, t_1) \rangle + 2\langle a_i^2(\boldsymbol{x}_1, t_1) \rangle + 4\langle a_r^2(\boldsymbol{x}_1, t_1) \rangle c_r^2(\boldsymbol{x}_1, t_1) \quad (9)$$

$$c_{22} = 2\langle a_r^2(\boldsymbol{x}_2, t_2) \rangle + 2\langle a_i^2(\boldsymbol{x}_2, t_2) \rangle + 4\langle a_r^2(\boldsymbol{x}_2, t_2) \rangle c_r^2(\boldsymbol{x}_2, t_2) \quad (10)$$

上面把交叉相关系数表示成振幅散射分量的各相关矩和镜分量的函数。问题在于, 如何求得散射分量的各相关矩和镜分量。利用标量衍射理论, 通过近似计算, 可具体求出散射分量的各相关矩和镜分量。振幅镜分量的实部和虚部为

$$c_r = \exp\left(-\frac{1}{2} \sigma_i^2\right) \iint_{-\infty}^{\infty} E(\boldsymbol{\xi}) \cos[H(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{x})] d^2 \boldsymbol{\xi}$$

$$= \pi \omega_0^2 \exp\left(-\frac{1}{2} \sigma_\phi^2\right) \exp\left[-\left(\frac{\pi \omega_0}{\lambda R}\right)^2 |\mathbf{x}|^2\right] \quad (11)$$

$$a_i = \exp\left(-\frac{1}{2} \sigma_\phi^2\right) \iint_{-\infty}^{\infty} E(\xi) \sin[H(\xi, \mathbf{x})] d^2 \xi = 0 \quad (12)$$

振幅散射分量的各相关矩为

$$\begin{aligned} \langle a_r(\mathbf{x}_1, t_1) a_r(\mathbf{x}_2, t_2) \rangle &= \frac{1}{2} \iiint_{-\infty}^{\infty} \iiint_{-\infty}^{\infty} E(\xi_1) E(\xi_2) \{W_+(0) \cos[H(\xi_1, \mathbf{x}_1) - H(\xi_2, \mathbf{x}_2)] \\ &\quad + W_-(0) \cos[H(\xi_1, \mathbf{x}_1) + H(\xi_2, \mathbf{x}_2)]\} \delta(\xi_1 - \xi_2 - \mathbf{v}\tau) d^2 \xi_1 d^2 \xi_2 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \langle a_i(\mathbf{x}_1, t_1) a_i(\mathbf{x}_2, t_2) \rangle &= \frac{1}{2} \iiint_{-\infty}^{\infty} \iiint_{-\infty}^{\infty} E(\xi_1) E(\xi_2) \{W_+(0) \cos[H(\xi_1, \mathbf{x}_1) - H(\xi_2, \mathbf{x}_2)] \\ &\quad - W_-(0) \cos[H(\xi_1, \mathbf{x}_1) + H(\xi_2, \mathbf{x}_2)]\} \delta(\xi_1 - \xi_2 - \mathbf{v}\tau) d^2 \xi_1 d^2 \xi_2 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \langle a_r(\mathbf{x}_1, t_1) a_i(\mathbf{x}_2, t_2) \rangle &= \frac{1}{2} \iiint_{-\infty}^{\infty} \iiint_{-\infty}^{\infty} E(\xi_1) E(\xi_2) \{W_+(0) \sin[H(\xi_2, \mathbf{x}_2) - H(\xi_1, \mathbf{x}_1)] \\ &\quad + W_-(0) \sin[H(\xi_2, \mathbf{x}_2) + H(\xi_1, \mathbf{x}_1)]\} \delta(\xi_1 - \xi_2 - \mathbf{v}\tau) d^2 \xi_1 d^2 \xi_2 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \langle a_r(\mathbf{x}_2, t_2) a_i(\mathbf{x}_1, t_1) \rangle &= \frac{1}{2} \iiint_{-\infty}^{\infty} \iiint_{-\infty}^{\infty} E(\xi_1) E(\xi_2) \{W_+(0) \sin[H(\xi_1, \mathbf{x}_1) - H(\xi_2, \mathbf{x}_2)] \\ &\quad + W_-(0) \sin[H(\xi_1, \mathbf{x}_1) + H(\xi_2, \mathbf{x}_2)]\} \delta(\xi_1 - \xi_2 - \mathbf{v}\tau) d^2 \xi_1 d^2 \xi_2 \end{aligned} \quad (16)$$

根据标量衍射理论,  $\mathbf{x}$  点的复振幅为

$$A(\xi, \mathbf{x}) = \iint_{-\infty}^{\infty} A(\xi, t) K(\xi, \mathbf{x}) d^2 \xi,$$

其中,  $A(\xi, t)$  是散射面处的复振幅分布, 而  $A(\xi, t) = E(\xi) T(\xi, t)$ ,

$$E(\xi) = \exp\left(-\frac{|\xi|^2}{\omega_0^2}\right)$$

是高斯光束束腰处的振幅分布,  $\omega_0$  为束腰半径,  $T(\xi, t) = \exp[i\phi(\xi - \mathbf{v}t)]$  是运动散射体的透过率函数,  $\phi(\xi)$  为粗糙表面引起的随机相位; 其中,

$$K(\xi, \mathbf{x}) = \exp[iH(\xi, \mathbf{x})] = \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda R} \xi \cdot \mathbf{x}\right]$$

是远场衍射传输函数。  $\tau = t_1 - t_2$ ,  $\mathbf{v}$  为物体平动速度,  $\sigma^2$  为方差。  $W_+$ 、 $W_-$  分别是  $R_+$ 、 $R_-$  的傅里叶变换, 而  $R_+ = \exp(-\sigma_\phi^2) \{\exp[\sigma_\phi^2 \rho_\phi - 1]\}$ ,  $R_- = \exp(-\sigma_\phi^2) \cdot \{\exp[-\sigma_\phi^2 \rho_\phi - 1]\}$ 。

原则上, 把(13)~(16)式以及(11)式代入(8)~(10)式, 并把所得结果代入(4)式, 就导出了交叉相关系数  $\gamma_{12}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, t_1, t_2)$  的解析表达式。然而, 如此得到的  $\gamma_{12}$  的解析式, 不仅形式冗长, 而且不易显示其物理含义, 所以必须对问题进行具体讨论。一方面在不同表面条件下(高斯相关、指数相关和圆型相关三种表面条件下), 对各相关矩进一步具体化, 另一方面用“束

比”和“非圆型度”参数参予计算,从而得到不同相关表面下的交叉相关系数与“非圆型度”和“束比”参数的关系式。下面就三种情况进行具体讨论。

### 1. 表面服从高斯相关时,强度涨落归一化时-空交叉相关系数

表面服从高斯相关时,表面相关系数等各量为

$$\rho_\phi(\xi_1 - \xi_2) = \exp\left(-\frac{|\xi_1 - \xi_2|^2}{\alpha^2}\right) \quad (17)$$

$$W_+(0) = \pi\alpha^2 \exp(-\sigma_\phi^2) h_+ \quad (18)$$

$$W_-(0) = \pi\alpha^2 \exp(-\sigma_\phi^2) h_- \quad (19)$$

式中,

$$h_+ = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\sigma_\phi^2)^k}{k!k}, \quad h_- = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-\sigma_\phi^2)^k}{k!k}$$

$$\sigma_\phi = \sqrt{\langle \phi^2(\xi_1) \rangle} = \sqrt{\langle \phi^2(\xi_2) \rangle}, \quad \rho_\phi = \rho(\xi_1 - \xi_2) = \frac{\langle \phi(\xi_1)\phi(\xi_2) \rangle}{\sigma_\phi^2},$$

$\sigma_\phi$  为标准差,  $\sigma_\phi^2$  为方差,  $\rho_\phi$  为表面相关系数,  $\phi$  为随机相位。

将  $W_+(0)$ 、 $W_-(0)$  代入(13)~(16)式,经过计算,散射分量的各相关矩变为

$$\begin{aligned} \langle a_r(\mathbf{x}_1, t_1) a_r(\mathbf{x}_2, t_2) \rangle &= \left(\frac{1}{2} \pi \omega_0 \alpha\right)^2 \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{|\mathbf{v}|^2 \tau^2}{\omega_0^2}\right) \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\pi \omega_0}{\lambda R}\right)^2 |\Delta \mathbf{x}|^2\right] \\ &\times \left\{ h_+ \cos\left[\frac{\pi}{\lambda R} (\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2) \cdot \mathbf{v} \tau\right] - h_- \cos\left[\frac{\pi}{\lambda R} \Delta \mathbf{x} \cdot \mathbf{v} \tau\right] \right. \\ &\times \exp\left[-2 \left(\frac{\pi \omega_0}{\lambda R}\right)^2 |\mathbf{x}_1|^2\right] \cdot \exp\left[-2 \left(\frac{\pi \omega_0}{\lambda R}\right)^2 \mathbf{x}_1 \cdot \Delta \mathbf{x}\right] \left. \right\} \quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle a_i(\mathbf{x}_1, t_1) a_i(\mathbf{x}_2, t_2) \rangle &= \left(\frac{1}{2} \pi \omega_0 \alpha\right)^2 \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{|\mathbf{v}|^2 \tau^2}{\omega_0^2}\right) \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\pi \omega_0}{\lambda R}\right)^2 |\Delta \mathbf{x}|^2\right] \\ &\times \left\{ h_+ \cos\left[\frac{\pi}{\lambda R} (\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2) \cdot \mathbf{v} \tau\right] + h_- \cos\left[\frac{\pi}{\lambda R} \Delta \mathbf{x} \cdot \mathbf{v} \tau\right] \right. \\ &\times \exp\left[-2 \left(\frac{\pi \omega_0}{\lambda R}\right)^2 |\mathbf{x}_1|^2\right] \cdot \exp\left[-2 \left(\frac{\pi \omega_0}{\lambda R}\right)^2 \mathbf{x}_1 \cdot \Delta \mathbf{x}\right] \left. \right\} \quad (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle a_r(\mathbf{x}_1, t_1) a_i(\mathbf{x}_2, t_2) \rangle &= \left(\frac{1}{2} \pi \omega_0 \alpha\right)^2 \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{|\mathbf{v}|^2 \tau^2}{\omega_0^2}\right) \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\pi \omega_0}{\lambda R}\right)^2 |\Delta \mathbf{x}|^2\right] \\ &\times \left\{ h_- \sin\left(\frac{\pi}{\lambda R} \Delta \mathbf{x} \cdot \mathbf{v} \tau\right) \cdot \exp\left[-2 \left(\frac{\pi \omega_0}{\lambda R}\right)^2 |\mathbf{x}_1|^2\right] \right. \\ &\times \exp\left[-2 \left(\frac{\pi \omega_0}{\lambda R}\right)^2 \mathbf{x}_1 \cdot \Delta \mathbf{x}\right] - h_+ \sin\left[\frac{\pi}{\lambda R} (\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2) \cdot \mathbf{v} \tau\right] \left. \right\} \quad (22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle a_r(\mathbf{x}_2, t_2) a_i(\mathbf{x}_1, t_1) \rangle &= \left(\frac{1}{2} \pi \omega_0 \alpha\right)^2 \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{|\mathbf{v}|^2 \tau^2}{\omega_0^2}\right) \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\pi \omega_0}{\lambda R}\right)^2 |\Delta \mathbf{x}|^2\right] \\ &\times \left\{ h_- \sin\left(\frac{\pi}{\lambda R} \Delta \mathbf{x} \cdot \mathbf{v} \tau\right) \cdot \exp\left[-2 \left(\frac{\pi \omega_0}{\lambda R}\right)^2 |\mathbf{x}_1|^2\right] \right. \\ &\times \exp\left[-2 \left(\frac{\pi \omega_0}{\lambda R}\right)^2 \mathbf{x}_1 \cdot \Delta \mathbf{x}\right] + h_+ \sin\left[\frac{\pi}{\lambda R} (\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2) \cdot \mathbf{v} \tau\right] \left. \right\} \quad (23) \end{aligned}$$

式中,  $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1$ 。

对研究散斑场的统计性质来说,引用“束比”和“非圆型度”二参数<sup>[5]</sup>是很有用的。

$$\text{“束比” } r(\mathbf{x}) = \frac{I_s}{I_N} = \frac{\sigma_r^2(\mathbf{x})}{\sigma_r^2(\mathbf{x}) + \sigma_i^2(\mathbf{x})} \quad (24)$$

它是散斑场强度的镜分量与散射分量的比值。经过计算可得

$$r(\mathbf{x}) = \frac{2N}{h_+} \exp\left[-2\left(\frac{\pi\omega_0}{\lambda R}\right)^2 |\mathbf{x}|^2\right] \quad (24)'$$

$$\text{“非圆型度” } r_n(\mathbf{x}) = \frac{\sigma_i^2(\mathbf{x}) - \sigma_r^2(\mathbf{x})}{\sigma_i^2(\mathbf{x}) + \sigma_r^2(\mathbf{x})} \quad (25)$$

经过计算可得

$$r_n(\mathbf{x}) = \frac{h_-}{h_+} \exp\left[-2\left(\frac{\pi\omega_0}{\lambda R}\right)^2 |\mathbf{x}|^2\right] \quad (25)'$$

把(20)~(23)式以及(11)式代入(8)~(10)式, 可求得  $c_{12}, c_{11}, c_{22}$ , 再把  $c_{12}, c_{11}, c_{22}$  代入(4)式, 并引用(24)' 和(25)' 式, 即可得到表面服从高斯相关时的时-空交叉相关系数为

$$\begin{aligned} & \gamma_{12}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \tau) \\ &= \frac{\sigma^2(\tau)\mu^2(\Delta\mathbf{x})[1+r_n^2(\mathbf{x}_1)] + 2\sqrt{r(\mathbf{x}_1)r(\mathbf{x}_2)}\sigma(\tau)\mu(\Delta\mathbf{x})\cdot\Omega}{\sqrt{\{2r(\mathbf{x}_1)[1-r_n(\mathbf{x}_1)] + [1+r_n^2(\mathbf{x}_1)]\}\{2r(\mathbf{x}_2)[1-r_n(\mathbf{x}_2)] + [1+r_n^2(\mathbf{x}_2)]\}}} \quad (26) \end{aligned}$$

$$\text{式中, } \Omega = \cos\left[\frac{\pi}{\lambda R}(\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2) \cdot \mathbf{v}\tau\right] - \cos\left(\frac{\pi}{\lambda R} \Delta\mathbf{x} \cdot \mathbf{v}\tau\right)r_n(\mathbf{x}_1)\mu_n(\mathbf{x}_1, \Delta\mathbf{x}).$$

$$\sigma(\tau) = \exp\left[-\frac{|\mathbf{v}|^2\tau^2}{2\omega_0^2}\right],$$

$$\mu(\Delta\mathbf{x}) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\pi\omega_0}{\lambda R}\right)^2 |\Delta\mathbf{x}|^2\right],$$

$$\mu_n(\mathbf{x}_1, \Delta\mathbf{x}) = \exp\left[-2\left(\frac{\pi\omega_0}{\lambda R}\right)^2 \mathbf{x}_1 \cdot \Delta\mathbf{x}\right].$$

2. 表面服从指数相关时, 强度涨落归一化时-空交叉相关系数  
表面服从指数相关时, 有

$$\rho_\phi(\xi_1 - \xi_2) = \exp\left(-\frac{|\xi_1 - \xi_2|}{\alpha}\right) \quad (27)$$

$$W_+(0) = 2\pi\alpha^2 \exp(-\sigma_\phi^2) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\sigma_\phi^2)^k}{k!k} \quad (28)$$

$$W_-(0) = 2\pi\alpha^2 \exp(-\sigma_\phi^2) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-\sigma_\phi^2)^k}{k!k} \quad (29)$$

$$r(\mathbf{x}) = \frac{N}{h_+} \exp\left[-2\left(\frac{\pi\omega_0}{\lambda R}\right)^2 |\mathbf{x}|^2\right] \quad (30)$$

$$r_n(\mathbf{x}) = \frac{h_-}{h_+} \exp\left[-2\left(\frac{\pi\omega_0}{\lambda R}\right)^2 |\mathbf{x}|^2\right] \quad (31)$$

仿上计算, 得到表面服从指数相关时, 时-空交叉相关系数为

$$\begin{aligned} & \gamma_{12}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \tau) \\ &= \frac{\sigma^2(\tau)\mu^2(\Delta\mathbf{x})[1+r_n^2(\mathbf{x}_1)] + \sqrt{r(\mathbf{x}_1)r(\mathbf{x}_2)}\sigma(\tau)\mu(\Delta\mathbf{x})\cdot\Omega}{\sqrt{\{2r(\mathbf{x}_1)[1-r_n(\mathbf{x}_1)] + [1+r_n^2(\mathbf{x}_1)]\}\{2r(\mathbf{x}_2)[1-r_n(\mathbf{x}_2)] + [1+r_n^2(\mathbf{x}_2)]\}}} \quad (32) \end{aligned}$$

3. 表面服从圆型相关时, 强度涨落归一化时-空交叉相关系数

表面服从圆型相关时, 表面相关系数等各量为

$$\rho_\phi(\xi_1 - \xi_2) = \text{circ}\left(\frac{|\xi_1 - \xi_2|}{\alpha}\right) \quad (33)$$

$$W_+(0) = \pi\alpha^2 \exp(-\sigma_\phi^2) [\exp(\sigma_\phi^2) - 1] \quad (34)$$

$$W_-(0) = \pi\alpha^2 \exp(-\sigma_\phi^2) [\exp(-\sigma_\phi^2) - 1] \quad (35)$$

$$r(\mathbf{x}) = \frac{2N}{\exp(\sigma_\phi^2) - 1} \exp\left[-2\left(\frac{\pi\omega_0}{\lambda R}\right)^2 |\mathbf{x}|^2\right] \quad (36)$$

$$r_n(\mathbf{x}) = \frac{1 - \exp(-\sigma_\phi^2)}{\exp(\sigma_\phi^2) - 1} \exp\left[-2\left(\frac{\pi\omega_0}{\lambda R}\right)^2 |\mathbf{x}|^2\right] \quad (37)$$

仿上计算, 得到表面服从圆型相关时, 时-空交叉相关系数为

$$\gamma_{12}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \tau) = \frac{\sigma^2(\tau)\mu^2(\Delta\mathbf{x})[1+r_n^2(\mathbf{x}_1)] + 2\sqrt{r(\mathbf{x}_1)r(\mathbf{x}_2)}\sigma(\tau)\mu(\Delta\mathbf{x})\cdot\Omega}{\sqrt{\{2r(\mathbf{x}_1)[1-r_n(\mathbf{x}_1)] + [1+r_n^2(\mathbf{x}_1)]\}\{2r(\mathbf{x}_2)[1-r_n(\mathbf{x}_2)] + [1+r_n^2(\mathbf{x}_2)]\}}} \quad (38)$$

式中,  $N = \left(\frac{\omega_0}{\alpha}\right)^2$  为有效相关元数目, 其余各量的含义如前所注。

## 二、弱散射产生的远场高斯散斑场的动态特性

由上可见, “束比” $r(\mathbf{x})$ 、“非圆型度” $r_n(\mathbf{x})$ 与散射表面光学粗糙度 $\sigma_\phi$ 以及与离轴距离 $|\mathbf{x}|$ 有关。下面对这些关系进行分析。

图 2(a)、(b), 分别表示不同表面相关情况下, 轴上点的 $r(0)$ 、 $r_n(0)$ 与 $\sigma_\phi$ 的关系。结果表明,  $\sigma_\phi$ 越小,  $r(0)$ 越高,  $r_n(0)$ 也越高, 说明镜分量越大。当 $\sigma_\phi \gg 1$ 时,  $r(0) = 0$ 、 $r_n(0) = 0$ , 此为强散射情形, 散斑场为充分显现散斑场。

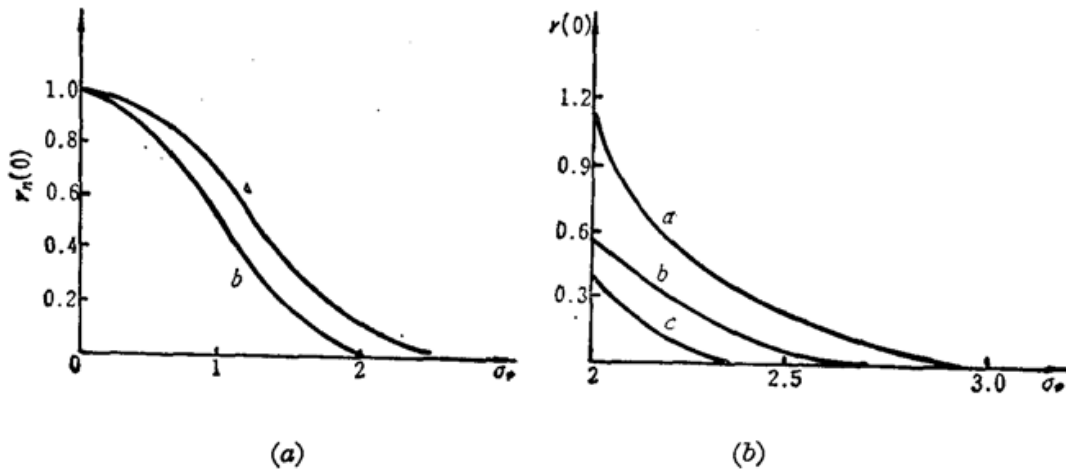


Fig. 2

(a) Dependence of non-circularity  $r_n(0)$  on the optical roughness  $\sigma_\phi$ . *a*—in case of the surface of Gaussian correlation and exponential correlation, *b*—in case of the surface of circular correlation; (b) Dependence of bunch ratio  $r(0)$  on the optical roughness,  $N=10$ .

*a*—in case of the surface of Gaussian correlation, *b*—in case of the surface of exponential correlation, *c*—in case of the surface of circular correlation

图 3(a)、(b)分别表示不同表面相关情况下 $r(\mathbf{x})$ 、 $r_n(\mathbf{x})$ 与离轴距离 $|\mathbf{x}|$ 的关系。结果表明,  $|\mathbf{x}|$ 增加时,  $r(\mathbf{x})$ 和 $r_n(\mathbf{x})$ 的值都逐渐变小; 当 $|\mathbf{x}|$ 增加到一定值时,  $r_n(\mathbf{x}) = 0$ , 但 $r(\mathbf{x}) \neq 0$ ; 当 $|\mathbf{x}|$ 进一步增加时, 不但 $r_n(\mathbf{x}) = 0$ , 而且 $r(\mathbf{x}) = 0$ 。可见, 弱散射体在远场近轴区产生部分显现散斑场, 在远轴区产生充分显现散斑场。由图还可见, 随着 $|\mathbf{x}|$ 的增加, 指数相关表面和圆型相关表面的散斑场较高斯相关表面的散斑场更快地成为充分显现散斑场。

综上所述, 在近轴区域,  $r(\mathbf{x}) \neq 0$ , 说明存在镜分量, 这时交叉相关系数依赖于坐标 $\mathbf{x}_1$ 和 $\mathbf{x}_2$ , 不是空间平稳的。而在远轴区域,  $r_n(\mathbf{x}) = 0$ 且 $r(\mathbf{x}) = 0$ , 这时交叉相关系数是空间平稳的,

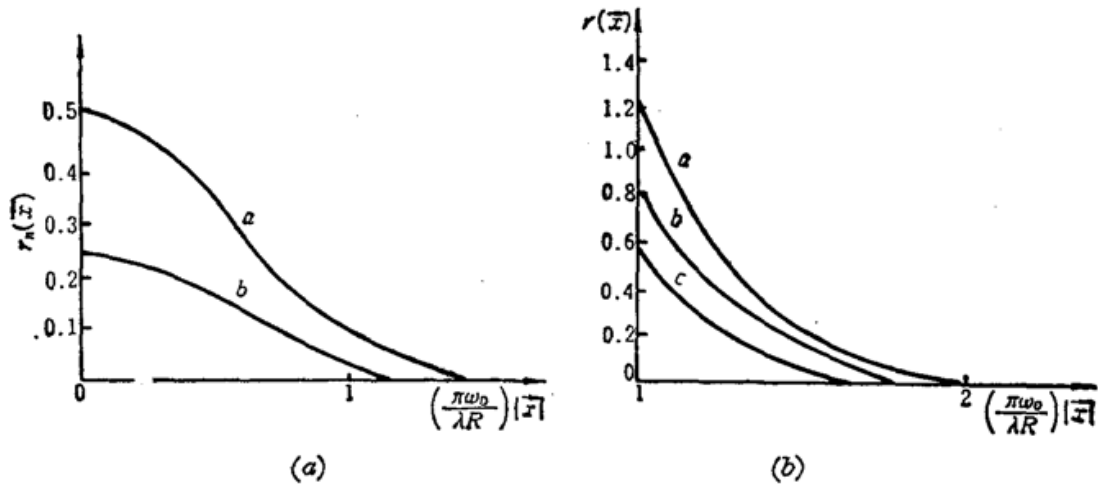


Fig. 3

(a) Dependence of non-circularity  $r_n(x)$  on the distance  $x$  from the axis,  $\sigma_\phi=1.17$ ,  $a$ —in case of the surface of Gaussian correlation and exponential correlation,  $b$ —in case of the surface of circular correlation; (b) Dependence of bunch ratio  $r(x)$  on the distance  $x$  from the axis,  $\sigma_\phi=1.17$ ,  $N=10$ ,  $a$ —in case of the surface of Gaussian correlation,  $b$ —in case of the surface of exponential correlation,  $c$ —in case of the surface of circular correlation

由(26)、(32)、(38)式知,时空交叉相关系数这时可统一写成:

$$\gamma_{12}(\Delta x, \tau) = \mu^2(\Delta x) \sigma^2(\tau) = \exp\left[-\left(\frac{\pi\omega_0}{\lambda R}\right)^2 |\Delta x|^2\right] \cdot \exp\left[-\frac{|\mathbf{v}|^2 \tau^2}{\omega_0^2}\right] \quad (39)$$

(39)式表明,在远轴区域,交叉相关系数是时间、空间分离的,散斑处于“沸腾”状态,即在此条件下,散射体平动时,散斑并不随之平动,而只是在“原地”变形。

改写(39)式:

$$\gamma_{12}(\Delta x, \tau) = \exp\left[-\frac{|\Delta x|^2}{x_c^2}\right] \cdot \exp\left[-\frac{\tau^2}{\tau_c^2}\right] \quad (40)$$

式中,  $x_c = \frac{\lambda R}{\pi\omega_0}$  表示散斑的“空间大小”,  $\tau_c = \frac{\omega_0}{|\mathbf{v}|}$  表示散斑的“时间大小”。

我们知道,散斑场统计特性研究的一个重要实际应用,是对散射体进行高精度的速度测量<sup>[2~4]</sup>。根据以上研究可知,为测量弱散射体的平动速度,可在远场远轴区域,利用时间自相关方法测量之。结果如图4所示。

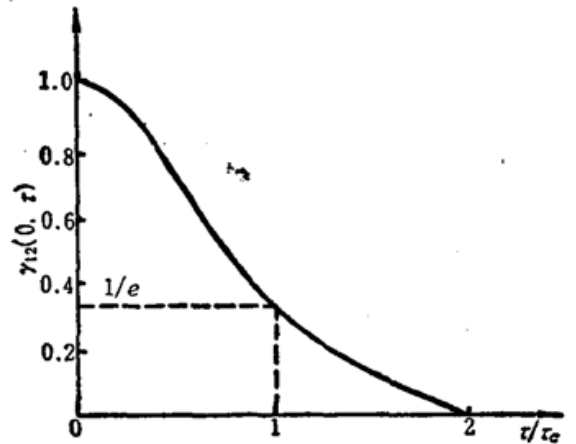


Fig. 4 Time self-correlation coefficient  $\gamma_{12}(0, \tau)$  versus the time delay

参 考 文 献

- 1 E. Jakeman, J. G. McWhirter, *J. Phys. A*, **10**, 1599(1977)
- 2 T. Asakura, N. Takai, *Appl. Phys.*, **25**, 179(1981)
- 3 N. Takai, T. Twai et al., *Appl. Opt.*, **22**, 176(1983)
- 4 J. Ohtsubo, *Opt. Commun.*, **34**, 147(1980)
- 5 B. Grzegorzewski, *Opt. Acta*, **33**, 1441(1986)
- 6 J. Ohtsubo, T. Asakura, *Appl. Opt.*, **16**, 1742(1977)