

# 相对论电子和强激光散射的一点讨论

吕景发

(南开大学, 300071)

严镇琪

(北京航空航天大学, 100089)

石最坚

(河北大学, 071002)

**摘要:** 本文讨论相对论电子和强激光的强场散射, 得到了任意入射情况下的角分布, 还讨论了光完全极化的条件。

**关键词:** 相对论电子, 强场散射, 完全极化

## Scattering effect of relativistic electrons and high power laser light

*Lü Jingfa*

(Nankai University, Tianjin)

*Yan Zhenqi*

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing)

*Shi Zuojian*

(Hebei University, Baoding)

**Abstract:** The strong-field scattering of relativistic electrons and high power laser is discussed, and the angular distribution at the arbitrary incidence angle is obtained. The condition for the total polarization of photons is also discussed.

**Key words:** relativistic electrons, strong-field scattering, total polarization

随着国内外加速器的日益增多以及被加速粒子能量的逐步增大, 许多物理工作者对强激光与粒子相互作用发生了越来越浓厚的兴趣。如电子加速为相对论电子且使其与周期性磁场相互作用可产生相干辐射, 即自由电子激光(FEL)。自由电子激光的工作物质是电子, 周期性的磁场是由摇摆器(Wiggler)产生的, 这是一种泵浦场, 也可由波荡器(Undulator)提供。由于自由电子激光的可调谐性、相干性、高效率和高功率等优点, 具有潜在的用途, 越来越引起人们广泛注意和深入研究。

相对论电子与激光的散射问题已在不少的工作(如[1~4])中讨论过, 他们的工作分析了激光的极化行为, 得出的结论是: 被散射的激光的极化度随入射电子能量的增大而增大。但是[1~4]视激光的电磁场为弱场, 采用通常的自由电子QED微扰来处理。如果加速器的能量增大, 如北京正负电子对撞机(BEPC)能量高达2.8 GeV, 产生的电子激光有很大的场强。再如世界上大加速器还可产生很强的 $\gamma$ 激光, 把激光的电磁场视为弱场已不再合适。工作[5]讨论

了相对论性电子和强激光强场散射问题,但是它未把相对论性电子的自旋态考虑进去,也未讨论散射激光的极化度。本文在文[5]基础上,考虑了电子的自旋态,并且利用文献[6]的理论,分析了激光为线极化、圆极化时对散射的影响。计算表明,散射光子的完全极化只能在相对或相同散射时才能发生。

## 一、强场中电子的自旋态

电子在单色激光的平面电磁场中, Dirac 方程准确解为<sup>[7]</sup>

$$\psi_p(x) = \left(1 + \frac{e\hat{K}\hat{A}}{2(K\cdot P)}\right) u_p \exp\left[i\int_0^{K\cdot x} \left(\frac{eP\cdot A}{K\cdot P} - \frac{e^2 A^2}{2K\cdot P}\right) d^4(K\cdot x) + iP\cdot x\right] \quad (2.1)$$

式中  $A_\mu$  为电磁四维势;  $\hat{A} = \gamma_\mu A_\mu$ ;  $K_\mu$  为光的四动量; 对于横向场, 取库仑条件  $\mathbf{K}\cdot\mathbf{A} = 0$  (洛仑兹条件  $K\cdot A = 0$  亦满足);  $u_p$  为通常的 Dirac 旋量;  $P_\mu$  为电子的四动量;  $e$  为电子的电荷。

将场中动量算符  $\hat{P}_\mu = -i\partial_\mu - eA_\mu$  作用于波函数  $\psi_p(x)$  上, 可知相应四动量:

$$P_\mu = p_\mu - eA_\mu + \left(\frac{eP\cdot A}{K\cdot P} - \frac{e^2 A^2}{2K\cdot P}\right) K_\mu \quad (2.2)$$

定向自旋态的电子波函数为下述方程的解:

$$\begin{aligned} (\hat{P} - m)\psi_{PS}(P) &= 0 \\ (\boldsymbol{\Sigma}\cdot\mathbf{P})\psi_{PS}(P) &= S P \psi_{PS}(P) \end{aligned} \quad (2.3)$$

其中  $\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix}$ ,  $\sigma_i (i=1, 2, 3)$  是三个 Pauli 自旋矩阵:  $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ;  $S = \pm 1$  表示自旋在  $\mathbf{p}$  方向上的投影。

显然, 方程(2.3)与自由电子的旋量方程组等价, 因而把自由电子的  $u_{PS}$  取成描写电子的定向自旋态, 以便讨论强场中电子的自旋行为。应用[6]中的理论, 强场中电子的定向自旋波数目写成:

$$\psi_{PS}(x) = \sum_S O_S \left(1 + \frac{e\hat{K}\hat{A}}{2K\cdot P}\right) u_{PS} \exp\left[i\int_0^{K\cdot x} \left(\frac{eP\cdot A}{K\cdot P} - \frac{e^2 A^2}{2K\cdot P}\right) d^4(K\cdot x) + iP\cdot x\right] \quad (2.4)$$

极化态不同, 电子的  $\psi_{PS}(x)$  亦不同。电子纵向极化(自旋平行于运动方向)时,  $O_S = O_1 = 1$ ,  $O_{-1} = 0$  或相反; 横向极化(自旋垂直于运动方向)时, 取  $O_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $O_{-1} = e^{i\varphi}/\sqrt{2}$  或相反。

## 二、光为线极化情况

我们讨论两种情况:

### 3.1 入射光为线性极化

取  $A_\mu = a_\mu \cos K\cdot x$ , 代入式(2.4)则

$$\psi_{PS}(x) = \sum_S O_S \left(1 + \frac{e\hat{K}\hat{a}}{2K\cdot P} \cos K\cdot x\right) u_{PS} \exp\left[i\frac{eP\cdot a \sin K\cdot x}{K\cdot P} - i\frac{e^2 a^2 \sin^2 K\cdot x}{8K\cdot P} + iP\cdot x\right] \quad (3.1)$$

式中电子“准四动量”  $q_\mu = P_\mu - e^2 a^2 K_\mu / 4K \cdot P$ , 从而  $q^2 = -m_*^2 = -(m^2 + e^2 a^2 / 2)$ , 这里  $m$  为电子质量,  $m_*$  为有效质量。跃迁振幅为

$$\begin{aligned} M &= -i\ell \sum_{K'} \int \bar{\psi}_{P'S'}(x) \hat{l}^* \psi_{PS}(x) \frac{e^{-ik' \cdot x}}{\sqrt{2K'_0}} d^4x \\ &= -i\ell \sum_{S'K'} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2K'_0}} \bar{u}_{P'S'} \left[ \hat{l}^* A_0 + \left( \frac{e\hat{a}\hat{K}\hat{l}^*}{2K \cdot P'} + \frac{e\hat{l}^*\hat{K}\hat{a}}{2K \cdot P} \right) A_1 \right. \\ &\quad \left. - \frac{e^2 a^2 (K \cdot \hat{l}^*)}{2K \cdot P (K \cdot P')} \hat{K} A_2 \right] O_S u_{PS} (2\pi)^4 \delta(nk + q - q' - K') \end{aligned} \quad (3.2)$$

式中  $l, \hat{l}^*$  分别为入射、辐射光子极化矢量;  $K'$  为其四动量;  $K$  为入射光子四动量;  $q$  及  $q'$  分别为电子的初态和末态准四动量;  $A_0, A_1, A_2$  是下述级数展开的系数<sup>[5]</sup>:

$$\cos^S(K \cdot x) \exp[i(\alpha \sin K \cdot x - \beta \sin 2K \cdot x)] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_S(n, \alpha, \beta) e^{inkx}$$

式中  $S=0, 1, 2, \alpha = e \left( \frac{\alpha \cdot P}{K \cdot P} - \frac{\alpha \cdot P'}{K \cdot P'} \right), \beta = \frac{1}{8} e^2 a^2 \left( \frac{1}{K \cdot P} - \frac{1}{K \cdot P'} \right)$

且  $(n-2\beta)A_0 - \alpha A_1 + 4\beta A_2 = 0$  (3.3)

$\delta$  函数中的四动量守恒表明, 辐射一个  $K'$  光子, 至少吸收一个 ( $n \geq 1$ ) 光子。吸收两个以上的光子时, 将产生倍频效应。四动量守恒还可以写为

$$K' \cdot q = K' \cdot P' - nK \cdot K' \quad (3.4)$$

对末态电子自旋求和, 可得跃迁几率为

$$\omega = \frac{e^2}{(2\pi)^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{S, S_1, K'} \frac{1}{2K'_0} \bar{u}_{PS} \bar{o} \Lambda^+ o u_{PS_1} O_S O_{S_1}^+ \delta(nk_0 + q_0 - q'_0 - K'_0) \quad (3.5)$$

式中  $\Lambda^+ = (\hat{P}' + m) / 2q'_0$  为投影算子;  $\bar{o} = \gamma_0 o^+ \gamma_0, o$  为式(3.2)方括号内的式子。旋量部分的归一化用  $u_{PS}^+ u_{PS} = NP_0 / 2q_0, N$  为入射电子束的平均密度。

将式(3.5)对  $K'$  求和, 且用连续谱代替分立求和:  $\sum_{K'} \rightarrow \int d^3K'$ , 得出在实验室系中的散射角分布截面为

$$W = \frac{e^2 N}{16\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{S, S_1} \int \frac{|K'|^2}{nK \cdot P} \bar{u}_{PS} \bar{o} (\hat{P}' + m) o u_{PS_1} O_S O_{S_1}^+ d\Omega' \quad (3.6)$$

这里  $d\Omega'$  为  $K'$  的立体角元。

### 3.2 散射光也为线极化

选取  $K \parallel z$  轴,  $\alpha$  沿  $x$  轴; 将  $l^{*1}$  分成相互垂直的单位矢:  $l_2 \cdot l_3 = 0$  且与  $k'$  成右旋系:  $l_2 = (K^0 \times K^0) / \sin \theta, l_3 = (K^0 \times l_2), (K^0, K^0)$  分别为  $K$  和  $K'$  的单位矢,  $\theta$  为散射角 ( $K'$  与  $K$  夹角, 见图 1)。代入式(3.2), 应用[6]中的  $u_{PS}$  表示式, 算出式(3.6)内的矩阵元, 即可得到散射角分布截面表示式:

$$W_{2,3} = W^0 + W'_{2,3} \quad (3.7)$$

式中  $W^0$  为非极化部分:

$$W^0 = \frac{e^2 N}{4\pi^2 q_0} \sum_{n=1}^{\infty} \int \frac{|K'|^2}{nK \cdot P} \beta(KK') (A_0 A_2 - A_1^2) d\Omega'$$

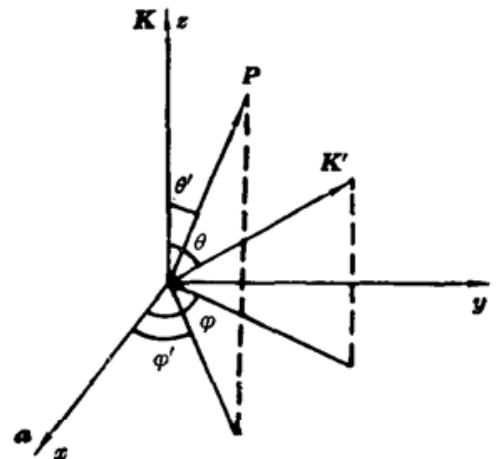


Fig. 1

注意这里的  $\beta(K'K)$  不同于(3.3)式中的  $\beta$ 。  $W'_2, W'_3$  为极化部分:

$$W'_2 = \frac{e^2 N}{8\pi^2 q_0} \sum_{n=1} \int \frac{|K'|^2}{nK \cdot P} [|\mathbf{P}|^2 \Delta_2^2 A_0^2 + e^2 \alpha^2 \sin^2 \varphi A_1^2 - 2ea |\mathbf{P}| \Delta_2 \sin \varphi A_0 A_1] d\Omega'$$

$$W'_3 = \frac{e^2 N}{8\pi^2 q_0} \sum_{n=1} \int \frac{|K'|^2}{nK \cdot P} [|\mathbf{P}| \Delta_3^2 A_0^2 + e^2 \alpha^2 \cos^2 \varphi A_1^2 - 2ea |\mathbf{P}| \Delta_3 \cos \varphi A_0 A_1] d\Omega'$$

必须注意, 这里的  $d\Omega' = \sin \theta d\theta d\varphi$  (见图 1)。

$$\Delta_2 = \sin \theta' \sin(\varphi' - \varphi)$$

$$\Delta_3 = \sin \theta' \cos(\varphi - \varphi') + \left( \cos \theta' - \frac{P_\theta}{|\mathbf{P}|} \right) \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} \quad (3.8)$$

可以看出, 在任意入射角 ( $\theta' \neq 0$ ) 情况下, 散射是呈极化的:  $W'_3 \neq W'_2 \neq 0$ , 散射与方位角  $\varphi$  有关。

当  $\theta' = 0, \pi$  时, 知  $\Delta_2 = 0$ 。如适当转动角  $\varphi$ , 再利用式(3.3)中的第四式, 便有

$$W'_2 = 0$$

$$W'_3 = \frac{e^2 N}{8\pi^2 q_0} \sum_{n=1} \int \frac{|K'|^2}{nK \cdot P} [-m^2 A_0^2 + e^2 \alpha^2 (A_1^2 - A_0 A_2)] d\Omega' \quad (3.9)$$

进一步的讨论需要分析  $W^0$  中的  $\beta(K \cdot K')$  项, 由四动量守恒关系式(3.4), 可以求得

$$K' = nK \frac{1 - v^2 + v(1 - \cos \theta)}{1 - v^2 + \frac{|\mathbf{K}|}{P_0} (n - \eta)(1 - \cos \theta)} \quad (3.10)$$

式中  $\eta = \frac{e^2 \alpha^2}{4K \cdot P}$ ,  $V$  为电子的速度。由式(3.10)可以看出, 在所有入射粒子能量范围内 ( $0 \leq V \leq 1$ ),  $|K'|$  的变化范围是 ( $P_0^2 \gg e^2 \alpha^2$ ):

$$\frac{n|\mathbf{K}|}{1 + n|\mathbf{K}|P_0^{-1}(1 - \cos \theta)} \leq |K'| \leq P_0 \quad (3.11)$$

从而

$$\beta(KK') = -\frac{1}{8} \frac{e^2 \alpha^2 n (K \cdot K')^2}{K \cdot P (K' \cdot q)}$$

$$= -\frac{1}{8} \frac{e^2 \alpha^2 n |\mathbf{K}|^2 \cdot |\mathbf{K}'|^2 (1 - \cos \theta)^2}{K \cdot P (K' \cdot P + \eta |\mathbf{K}| \cdot |\mathbf{K}'| (1 - \cos \theta))}$$

$$\leq \frac{1}{2} e^2 \alpha^2 \frac{n |\mathbf{K}| |\mathbf{K}'|}{m_*^2} \quad (3.12)$$

由式(3.12)可以看到, 当  $\theta = 0$  时,  $\beta(KK') \rightarrow 0$ 。故在  $\theta = 0$  及其附近极小区域内  $W^0 = 0$ , 散射呈完全极化态 ( $W'_2 = 0, W'_3 \neq 0$ ); 对于大角散射 ( $\theta$  较大), 当入射能量较高 ( $V \rightarrow 1$ ) 时, 由于  $\beta(KK')$  与  $K'$  的上限  $P_0$  成线性关系, 而可能是一个较大的数值。例如加速器的电子束能量  $P_0 \approx 30 \text{ GeV}$ ,  $|\mathbf{K}| \sim 4 \text{ eV}$ , 则  $\beta(KK') \approx 0.5 n e^2 \alpha^2$ 。这时它与  $W'_3$  中各项相比不能忽略, 散射呈部分极化态。对于北京正负电子对撞机 (BEPC), 能量高达  $2.8 \text{ GeV}$ , 所以有  $\beta(KK')$  约为  $0.05 n e^2 \alpha^2$ , 散射也为部分极化态。但是, 对于  $V \rightarrow 0$  的非相对论情况, 若取  $m \gg n|\mathbf{K}|$ , ( $m^* \gg n|\mathbf{K}|$ ), 由(3.11)知  $|K'| \sim n|\mathbf{K}|$ , 有  $\beta(KK') \ll e^2 \alpha^2$ , 故  $W^0$  仍可忽略而得到完全极化态。这与弱场中康普顿散射的极化结果一致<sup>[8]</sup>。事实上, 由守恒关系(3.4)知, 在  $|K'| = n|\mathbf{K}|$  时, 有  $e^2 \alpha^2 / 4|\mathbf{K}|m = n$  (现在的电子静止情况) 或  $e^2 \alpha^2 / 4m^2 = n|\mathbf{K}|/m_0$ 。因此,  $m \gg n|\mathbf{K}|$  意味着  $e^2 \alpha^2 / m^2 \ll 1$ 。这就是[5]中给出的“弱场条件”。电磁场为微扰场, 散射便是通常的单粒子康普顿散射 ( $n=1$ )。

### 三、光为圆极化情况

我们仍然考虑两种情况:

#### 4.1 入射光为圆极化的情况

取  $A_\mu = a_{1\mu} \cos kx + l a_{2\mu} \sin kx$ 。式中  $l=1, -1$  分别为右旋和左旋的; 波矢  $\mathbf{K}$  与振幅  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$  互为右旋系:  $\mathbf{K} \cdot \mathbf{a}_1 = \mathbf{K} \cdot \mathbf{a}_2 = \mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 = 0, a_1^2 = a_2^2 = a^2$ 。此时, Dirac 方程解为

$$\psi_{PS}(x) = \sum_s C_s \left[ 1 + \frac{e\hat{K}}{2K \cdot P} (\hat{a}_1 \cos kx + l \hat{a}_2 \sin kx) \right] \cdot \exp \left[ i \frac{e\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{P} \sin kx}{K \cdot P} - \frac{iea_2 P}{K \cdot P} \cos kx + iqx \right] \quad (4.1)$$

其中准四动量  $q_\mu = P_\mu - (e^2 a^2 / 2K \cdot P) K_\mu$ , 代入(3.2), 有

$$M = -il \sum_{s, K'} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2K'_0}} \bar{u}_{P'S'} \left[ (\hat{l}^* - \frac{e^2 a^2 (K \cdot l^*)}{2K \cdot P} \hat{K}) B_0 + e \left( \frac{\hat{a}_1 \hat{K} \hat{l}^*}{2K \cdot P'} + \frac{\hat{l}^* \hat{K} \hat{a}_1}{2K \cdot P} \right) B_1 + e \left( \frac{\hat{a}_2 \hat{K} \hat{l}^*}{2K \cdot P'} + \frac{\hat{l}^* \hat{K} \hat{a}_2}{2K \cdot P} \right) B_2 \right] \cdot (2\pi)^4 \cdot C_s u_{PS} \delta(nk + q - q' - k') \quad (4.2)$$

式中  $B_0, B_1, B_2$  是下列级数的展开的系数[5]:

$$(1, \cos kx, \sin kx) e^{iX \sin(\varphi - \varphi_0)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [B_0(n, \alpha_1, \alpha_2), B_1(n, \alpha_1, \alpha_2), B_2(n, \alpha_1, \alpha_2)] e^{in kx} \\ z = (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{1/2}, \alpha_i = e(a_i P / K \cdot P - a_i P' / K \cdot P') \quad i=1, 2, \\ \cos \varphi_0 = \alpha_1 / z, \sin \varphi_0 = \alpha_2 / z \quad (4.3)$$

它与通常的贝塞耳函数的关系是

$$B_0 = J_n(z) e^{-in\varphi_0}, B_1 = \left( \frac{n}{2} J_n(z) \cos \varphi_0 + il J'_n(z) \sin \varphi_0 \right) e^{-in\varphi_0} \\ B_2 = \left( l \frac{n}{z} J_n(z) \sin \varphi_0 - i J'_n(z) \cos \varphi_0 \right) e^{-in\varphi_0} \\ \alpha_1 \beta_1 + l \alpha_2 \beta_2 = n B_0 \quad (4.4)$$

#### 4.2 散射光也为圆极化情况

取  $l'_i = (l'_2 + il'_3) / \sqrt{2}$ , 使  $l'_2$  沿  $\mathbf{a} \parallel x$  轴,  $\mathbf{K}, \mathbf{K}'$  及  $l'_3$  将在一个平面内:  $l'_2 \cdot \mathbf{a}_1 = a, c'_3 \cdot \mathbf{a}_1 = 0, l'_2 \cdot \mathbf{a}_2 = 0, l'_3 \cdot \mathbf{a}_2 = a \cos \theta$ 。将其代入式(3.6), 算出矩阵元, 从而得到散射分布截面:

$$W_i = W_i^0 + ll' W_i' \quad (4.5)$$

式中  $W_i^0$  为非极化部分:

$$W_i^0 = \frac{e^2 N}{16\pi^2 q_0} \sum_{n=1}^{\infty} \int \frac{|K'|^2}{nK \cdot P} \left\{ -m^2 J_n^2(z) + [e^2 a^2 - 4\beta(KK')] \left[ \left( \frac{n}{z} \right) - 1 \right] J_n^2(z) + J_n'^2(z) \right\} d\Omega'$$

$W_i'$  为极化部分:

$$W_i' = \frac{e^2 N}{8\pi^2 q_0} \sum_{n=1}^{\infty} \int \frac{|K'|^2}{nK \cdot P} \left\{ \left[ \frac{(K \cdot P)(K' \cdot P)}{K \cdot K'} + \frac{1}{2} e^2 a^2 \left( 2 \frac{n}{z} - \frac{z}{n} \right) \right] (1 - 4\beta'(KK')) J_n(z) J_n'(z) \right\} d\Omega'$$

这里  $\beta' = \beta/e^2\alpha^2$ 。

与线性极化分析相似, 当任意入射( $\theta' \neq 0$ )时,  $W_{l=1} \neq W'_{l=-1} \neq 0$ , 散射呈部分极化; 当  $\theta' = 0$ 、 $\pi$  (即相同或相对散射) 时, 由于  $\mathbf{P}$  沿  $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{K}' \perp \mathbf{a}_1$ , 从四动量守恒给出的关系  $a_1 P' = a_1 P - a_1 K'$  可有

$$\alpha_1 = \frac{e(a_1 \cdot \mathbf{K}')}{\mathbf{K} \cdot \mathbf{P}'} = 0, \quad \cos \varphi_0 = 0, \quad \sin \varphi_0 = 1.0.$$

$$\alpha_2 = \frac{e(a_2 \cdot \mathbf{K}')}{\mathbf{K} \cdot \mathbf{P}'} = \frac{eam \sin \theta}{\pm |\mathbf{P}| \cos \theta - P_0 + \eta k (1 - \cos \theta)}, \quad z = \alpha_2 \quad (4.6)$$

式中符号(+)代表相同散射, (-)代表相对散射, 以下同。可见, 只要入射电子能量  $P_0$  足够高,  $z$  在  $\theta$  所有值范围内都近于零。因此, 可取  $J_n(z)$  级数表示的零级 ( $K=0$ )\*, 这时,  $J'_n(z) = \left(\frac{n}{z}\right) J_n(z)$ , 则有

$$\frac{(\mathbf{K} \cdot \mathbf{P})(\mathbf{K}' \cdot \mathbf{P})}{\mathbf{K} \cdot \mathbf{K}'} = \frac{(P_0 \mp |\mathbf{P}| \cos \theta) m^2}{(P_0 \pm |\mathbf{P}|)(\cos \theta - 1)} \quad (4.7)$$

当  $\theta = \pi$  时, 上式为  $-m^2/2$ , 将它代入  $W'_l$  中, 略去  $\frac{nK K'}{m_*^2 m^2}$  项, 便有

$$W_l = (1 + W') W'_l \quad (4.8)$$

这里  $W'_l = \frac{e^2 N}{16\pi^2 q_0} \sum_{n=1} \int \frac{|\mathbf{K}'|}{n \mathbf{K} \cdot \mathbf{P}} \left\{ -m^2 + e^2 \alpha^2 \left[ 2 \left(\frac{n}{z}\right)^2 - 1 \right] (1 - 4\beta'(KK')) \right\} J_n^2(z) d\Omega'$ ,

从而得出, 散射呈完全极化态。若入射光为右旋 ( $l=1$ ), 则散射光也为右旋 ( $l'=1$ )。

以上分析了光的极化态与散射角  $\theta$  的关系, 下面分析光的极化态与入射能量的关系。首先给出极化度  $P_J$  表示式, 将式(4.7)及(4.6)的  $z$  代入式(4.5), 考虑到  $(n/z)^2 \gg 1$ , 可得极化度

$$P_J = \frac{dW_l(l'=1) - dW_l(l'=-1)}{dW_l(l'=1) + dW_l(l'=-1)}$$

$$= \frac{2l \cdot \{ (|\mathbf{P}| \cos \theta \mp P_0)^2 (1 - 4\beta'(KK')) (P_0 \pm |\mathbf{P}|) - m^2 (1 + \cos \theta) (P_0 \mp |\mathbf{P}| \cos \theta) \}}{[2 (|\mathbf{P}| \cos \theta \mp P_0)^2 (1 - 4\beta'(KK')) - m^2 \sin^2 \theta] \cdot (P_0 \pm |\mathbf{P}|)} \quad (4.9)$$

在非相对论情况 ( $|\mathbf{P}| \rightarrow 0$ ),  $\beta'(KK') \ll 1$ , 经推算得

$$P_J \approx -2l \frac{\cos \theta}{1 + \cos^2 \theta} \quad (4.10)$$

可见,  $\theta = 0^\circ$  时,  $P_J = -l$ , 它表示散射光的极化与入射光的极化正好相反 (由右旋变为左旋),  $\theta = \pi$  时,  $P_J = l$ , 即散射完全极化仍在  $\theta = 0$ 、 $\pi$ , 即绝对小角度或绝对大角度散射。在相对论情况 ( $|\mathbf{P}| \rightarrow P_0$ ) 时, 由  $P_0^2 \gg m^2$  可以将式(4.9)中含  $m^2$  的项略去, 得到  $P_J \rightarrow l$ 。这表明极化度随入射能量增高而迅速增大。在极端相对论情况下, 不依赖于角度  $\theta$  而  $P_J = l$ 。对于本文第三部分例举的两个例子 ( $P_0 = 30 \text{ GeV}$ ,  $\beta'(KK') = 1/2$ ;  $P_0 = 2.8 \text{ GeV}$ ,  $\beta'(KK') \approx 1/20$ ), 其散射激光极化度应为  $P_J \sim l$  (相对论情形)。

上面分析表明, 在使用相对论性电子束做极化散射时, 取光为圆极化要比线性极化优越得多。

本文获得中国科学院高能所庄杰佳研究员的有益帮助、深表谢意。

\* 此处  $K$  为级数, 参看王竹溪、郭敦仁:《特殊函数概论》。

## 参 考 文 献

- 1 A. A. Amer, L. S. Eishenaniy, Preprint ICTP-10/1131(1973)
- 2 C. K. Sinclatr *et al.*, *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, **16**, 1065(1969)
- 3 R. F. Schwitters, High Energy Phys. Polar. Beams and Polar. Targets. Conf. Argone, 1978, 91
- 4 Я. Т. Гринчишин, *ЯФ*, **36**, 1450(1982); 吕景发, *物理学报*, **21**, 1927(1965)
- 5 А. И. Никитов, В. И. Ритус, *ЖЭТФ*, **46**, 776(1964); **47**, 931(1964)
- 7 D. M. Volkov, *Z. Phys.*, **94**, 250(1935)
- 8 Ф. Р. Арутюнян, И. И. Тольдмаи, *ЖЭТФ*, **45**, 312(1963)

## He-Ne 激光照射对小鼠睾丸影响的组织学及组织化学观察

自 1984 年以来国内少数学者报道 He-Ne 激光照射小鼠阴囊对雄性生殖细胞有损伤作用<sup>[1,2]</sup>。临床上常用 He-Ne 激光直接照射阴囊以治疗某些疾病,这些照射会不会引起男性病人生殖细胞损伤或性功能改变,有必要进一步研究。

本实验取成年、健康,体重 22~25g 昆明种雄性小鼠 20 只,随机分为 4 组,每组 5 只。以其中 1 组作对照,其余 3 组作实验。将实验小鼠两侧睾丸推入阴囊固定,以激光原束直接照射右侧阴囊中部。照射距离 75 cm。左侧阴囊不照射,作自身对照。实验 I 组:输出功率 25 mW,光斑直径 4 mm,每次照射 30 min,每日 1 次,连续照射 15 次。功率密度 199.04 mW/cm<sup>2</sup>,每次能量密度为 358.25 J/cm<sup>2</sup>。实验 II 组:输出功率 20 mW,光斑直径 4 mm,每次照射 10 min,每日 1 次,连续照射 15 次。功率密度 159.24 mW/cm<sup>2</sup>,每次能量密度 95.54 J/cm<sup>2</sup>。实验 III 组:输出功率 10 mW,光斑直径 4 mm,每次照射 10 min,每日 1 次,连续照射 15 次。功率密度 79.62 mW/cm<sup>2</sup>,每次能量密度为 47.77 J/cm<sup>2</sup>。对照组不照射。各实验组动物于照射后 24 h 颈椎断离处死,对照组同时以同法处死。取左、右睾丸分别作常规组织学切片,HE 染色,供一般形态观察。其余睾丸组织作 AKP、ACP、DNA、RNA、PAS 反应等组织化学处理,供组织化学观察。

观察结果表明,各实验组小鼠在 He-Ne 激光照射后,被照射的右侧睾丸及未照射的左侧睾丸均与对照组无显著不同。不同周期阶段的生精上皮均有典型的细胞组合排列,无紊乱和松散现象。各级生精细胞及支持细胞结构完整,生精上皮未呈现空泡化现象,精细胞核未出现空洞,亦未见巨核精细胞。间质细胞形态正常。组化观察表明,各实验组小鼠的左、右侧睾丸的 AKP、ACP、DNA、RNA 及 PAS 反应与对照组均无明显差异。

本实验所用三种剂量的 He-Ne 激光为临床所用最大剂量(按输出功率 25 mW,光斑直径 2 cm,照射时间 10 min,连续照射 15 次计)的 10~75 倍。实验证明,所用三种剂量的 He-Ne 激光对小鼠睾丸的各级生精细胞均无损伤,亦未引起组织化学变化。分泌雄性激素的间质细胞形态大小及组化反应与对照组亦无明显差异。提示用 He-Ne 激光直接照射阴囊治疗有关疾病,不致引起病人生殖细胞损伤及性功能的改变。

## 参 考 文 献

- 1 周跃枢 *et al.*, *应用激光*, **4**(3), 140(1984)
- 2 张珊珊 *et al.*, *南京医学*, (1), 35(1987)

(山东滨州医学院, 256603 李鸿业 刘桂香 李振峰 1990年7月9日收稿)