这是由于在记录彩虹全息图时透明图片所在位置与漫散屏之间并非密接，而全息再现又具有体视效应所致。显然，若二输入图像分别是某一黑白图像的正片和负片，则可得到等密度假彩色编码的图像输出。在作彩色图像的存贮时，为了消除纵、横向色差的影响，需要首先制备对应于红、绿、蓝三原色的三个多焦点全息透镜，并用它们对彩图的三原色像分别成像，作三次曝光的全息记录。当用准直白光照明所记录的全息图，并通过狭缝像观察时，就实现了彩色图像的复现。

参 考 文 献

1 Q. Z. Shan *et al.*, *Appl. Opt.*, **22** (23), 3902 (1983)
2 A. Beauregard *et al.*, *Appl. Opt.*, **23** (18), 3095 (1984)
3 国承山,中国激光, **14** (12), 739 (1987)
4 G. G. Mu *et al.*, *Appl. Opt.*, **27** (2), 321 (1988)
5 王肇圻 *et al.*, 中国激光, **15** (12), 724 (1988)

（收稿日期：1989 年 3 月 14 日）

非圆对称高斯分布激光散斑积分光强统计分布

张逸新 迟泽英

（无锡轻工业学院 214036） （华东工学院，210014）

Statistical distribution of the integrated intensity of noncircular Gaussian laser speckle

Zhang Yixin

(Wuxi Institute of Light Industry, Wuxi)

Chi Zeying

(East China Institute of Technology, Nanjing)

Abstract: The statistical properties of the integrated intensity fluctuation of the noncircular Gaussian laser speckle formed by atmospheric scattering is discussed. The general formula of the probability-density function of the laser scintillations in the turbulent media and the K distribution probability-density function of the integrated intensity of the laser beam propagating in weak turbulent fluctuation region are obtained.

Key words: scintillations, turbulent medium, statistical distribution

一、引 言

由于某些应用中，如光学通信的误差概率计算，需要知道接收端光束强度起伏的概率分布。所以，目前对激光散斑积分光强起伏的统计分布规律的量子和经典理论的研究十分活跃[1~2]，

而激光大气闪烁统计分布方面的研究尤为活跃[3]。然而，至今为止，这些研究工作皆局限于圆对称高斯分布大气散射场的闪烁分布并且忽略了接收检测有限孔径和时间累积效应。实际上，在气溶胶湍流大气(如雾、云)中传输的激光散斑的光场一般说来不再满足圆对称高斯分布。为了客观满足描述光束在实际大气中传输散斑积分光强起伏分布规律，十分必要研究描述云、雾大气中传输激光散斑光场的闪烁统计规律。本文将研究并给出非圆对称高斯分布散射场的积分光强起伏概率密度函数。

二、非圆对称高斯分布散射场统计模型

按照 Strohbehn 等人[4]的大气分层模式，我们可以把气溶胶湍流介质看成为相互间不相关的一系列法向与光束传输方向一致的随机相屏的组合。每层相屏的厚度大于湍流的外尺度 L_0，且在垂直于光轴方向作随机抖动。在此模型下，我们可以认为通过气溶胶湍流大气传输的激光散斑光场由径向和漫射二个主要分量构成。其中径向分量由处于光轴上的大尺度湍涡和气溶胶的前向散射构成，漫射分量由离轴湍涡和气溶胶的多次散射构成。这样接收端光场可由下式描述：

$$U(t)=(Ae^{i\theta}+Re^{i\phi})e^{i\omega t}=\left(\sum_{j=1}^{n}r_je^{i\phi_j}\right)e^{i\omega t}=re^{i\psi}e^{i\omega t} \tag{1}$$

其中 $Ae^{i\theta}$ 为径向散射光场分量，A 为振幅而 θ 为相位；$Re^{i\phi}$ 为光场漫射分量，R 是振幅而 ϕ 是相位；ω 为光场的频率；r_j 各散斑场各散射场元的振幅，ϕ_j 是相应的相位；r 为总散射场 $U(t)$ 的振幅，ψ 是相应的相位。

假设在气溶胶湍流大气中传输的激光散斑场元的相位是满足高斯对称分布的，且 $\langle \mathrm{Im}U\rangle=0$，并且其实部和虚部统计独立。由于散射元数 n 很大，按照中心极限定理，散斑场的实部 $\mathrm{Re}U=x$ 和虚部 $\mathrm{Im}U=y$ 是正态分布随机量，并且 x、y 满足：

$$A=\langle \mathrm{Re}U\rangle,\ S_1=D\{\mathrm{Re}U\},\ S_2=D\{\mathrm{Im}U\} \tag{2}$$

其中 $\langle\cdot\rangle$ 表示系综平均；$D\{\cdot\}$ 表示方差。

光场的两维分布为光场实部 x 和虚部 y 各自分布之积[5]，即

$$W(x,y)=\frac{1}{2\pi\sqrt{S_1S_2}}\exp\left[-\frac{(x-A)^2}{2S_1}-\frac{y^2}{2S_2}\right] \tag{3}$$

而散斑光场光强的概率密度函数为 $(I=r^2=U^2(t))$

$$p(I)=\frac{1}{4\pi\sqrt{S_1S_2}}\int_0^{2\pi}\exp\left[-\frac{(\sqrt{I}\cos\psi-\sqrt{I_0})^2}{2S_1}-\frac{I\sin^2\psi}{2S_2}\right]d\psi \tag{4}$$

(4)式利用了关系式 $x=\sqrt{I}\cos\psi$, $y=\sqrt{I}\sin\psi$, $I_0=A^2$。

在(4)式中引入新变量：

$$D=\frac{S_2I_0+S_1I}{2S_1S_2};\quad P=\frac{S_2-S_1}{2S_1S_2}I;\quad Q=\frac{\sqrt{II_0}}{S_1} \tag{5}$$

则(4)式的积分可变换为

$$\begin{aligned}\tilde{I}&=\int_0^{2\pi}\exp\left[-\frac{(\sqrt{I}\cos\psi-\sqrt{I_0})^2}{2S_1}-\frac{I\sin^2\psi}{2S_2}\right]d\psi\\&=\exp(-D)\int_0^{2\pi}[\exp(-P\cos^2\psi+Q\cos\psi)d\psi]\end{aligned}$$

$$=\exp[-(P+D)]\sum_{m=0}^{\infty}\frac{P^m}{m!}\int_0^{2\pi}\exp(Q\cos\psi)\sin^{2m}\psi\,d\psi$$

$$=2\sqrt{\pi}\exp[-(P+D)]\sum_{m=0}^{\infty}\frac{2^m\Gamma(m+1/2)}{m!}P^mQ^{-m}I_m(Q) \tag{6}$$

其中 $I_m(\cdot)$ 为第一类变形贝塞尔函数，$\Gamma(\cdot)$ 为伽玛函数，而 $p(I)$ 为

$$p(I)=\frac{1}{2\sqrt{\pi S_1S_2}}\exp\left(-\frac{I_0+I}{2S_1}\right)\sum_{m=0}^{\infty}\frac{2^m\Gamma(m+1/2)}{m!}\left(\frac{S_2-S_1}{2S_1S_2}\right)^m \times\left(\frac{\sqrt{II_0}}{S_1}\right)^{-m}I_m\left(\frac{\sqrt{I_0I}}{S_1}\right) \tag{7}$$

式(7)式中引入比例系数 $\varkappa=\sqrt{\dfrac{S_1}{S_2}}$，通过整理后(7)式为

$$p(I)=\frac{1+\varkappa^2}{2\varkappa\langle I_1\rangle}\exp\left[-\frac{I_0+I}{2\langle I\rangle}\left(\frac{1+\varkappa^2}{\varkappa^2}\right)\right]\sum_{m=0}^{\infty}\frac{2^m\Gamma(m+1/2)}{\sqrt{\pi}\,m!}\left(\frac{1-\varkappa^2}{2}\sqrt{\frac{I}{I_0}}\right)^m \times I_m\left[\left(\frac{1+\varkappa^2}{\varkappa^2}\right)\frac{\sqrt{I_0I}}{\langle I_1\rangle}\right] \tag{8}$$

其中 $\langle I_1\rangle=(S_1+S_2)$ 为随机起伏光强 I_1 的系综平均值。

在实际激光闪烁测量中，我们总是以有限孔径的探测器进行探测的。所以，我们必须把有限孔径效应考虑进去从而分析积分光强统计分布规律。由于大尺度湍涡导致光束整体抖动的干扰，在检测孔径面积内所检测到的积分光强 $\Omega=\langle I_1\rangle$ 本身是一个随机量[6]，因此 $p(I)=p(I/\Omega)$ 为一个条件概率密度函数。而 Ω 为

$$\Omega=\int_{孔径}|E(r)|^2d^2r=\int_{孔径}I_1(r)d^2r \tag{9}$$

这里 $E(r)=(X-A)+iy$ 是平均值为零的复值高斯随机量。同时我们不考虑信号检测时间累积对积分光强统计规律的影响。

当接收孔径远小于空间相干函数的相干长度时，孔径积分光强 Ω 的起伏概率密度函数为

$$W(\Omega)=\frac{1}{\mu}\exp\left(-\frac{\Omega}{\mu}\right) \tag{10}$$

其中 $\mu\equiv\langle\Omega\rangle$。在另一极端情况，当接收孔径远大于空间相干函数的相干长度时孔径积分光强 Ω 的起伏概率密度函数为

$$W_g(\Omega)=\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\left(\frac{\alpha}{\mu}\right)^{\alpha}\Omega^{\alpha-1}\exp\left(-\frac{\alpha\Omega}{\mu}\right) \tag{11}$$

式中 $\alpha=\langle\Omega\rangle^2/D\{\Omega\}$。

实际上，(11)式所描述的积分光强统计分布不仅包含了大孔径接收情况，也包含了点孔接收情况($\alpha=1$)。文献[7]对(11)式与精确概率密度函数之间差别的分析表明，可以把(11)式近似为描述孔径积分光强统计分布的一般关系式。

考虑到接收孔径效应对光束散斑的调制作用，检测到的闪烁概率密度函数为

$$\tilde{p}(I)=\int_0^{\infty}p(I/\Omega)W_g(\Omega)d\Omega,\quad I>0 \tag{12}$$

三、激光闪烁概率密度函数

由上节讨论，我们可直接得到点孔接收时，非圆对称高斯分布大气散射激光散斑闪烁的概率密度函数：

$$\tilde{p}(I)=\frac{1+\varkappa^2}{2\varkappa\mu}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{2^m\Gamma(m+1/2)}{m!\sqrt{\pi}}\left(\frac{1-\varkappa^2}{2}\sqrt{\frac{I}{I_0}}\right)^m\int_0^{\infty}\frac{1}{\Omega}\exp\left[-\frac{I_0+I}{2\Omega}\left(\frac{1+\varkappa^2}{\varkappa^2}\right)-\frac{\Omega}{\mu}\right]I_m\left(\left[\frac{1+\varkappa^2}{\varkappa^2}\right)\frac{\sqrt{I_0I}}{\Omega}\right]d\Omega \tag{13}$$

$$=\begin{cases}\dfrac{1+\varkappa^2}{\mu\varkappa}\displaystyle\sum_{m=0}^{\infty}\frac{2^m\Gamma(m+1/2)}{m!\sqrt{\pi}}\left(\frac{1-\varkappa^2}{2}\sqrt{\frac{I}{I_0}}\right)^m I_m\left(\sqrt{\frac{2I_0(1+\varkappa^2)}{\mu\varkappa^2}}\right)\\ \quad\times K_m\left(\sqrt{\dfrac{2I(1+\varkappa^2)}{\mu\varkappa^2}}\right),\quad 0<I_0<I\\ \dfrac{1+\varkappa^2}{\mu\varkappa^2}\displaystyle\sum_{m=0}^{\infty}\frac{2^m\Gamma(m+1/2)}{m!\sqrt{\pi}}\left(\frac{1-\varkappa^2}{2}\sqrt{\frac{I}{I_0}}\right)^m K_m\left(\sqrt{\frac{2I_0(1+\varkappa^2)}{\mu\varkappa^2}}\right)\\ \quad\times I_m\left(\sqrt{\dfrac{2I(1+\varkappa^2)}{\mu\varkappa^2}}\right),\quad 0<I<I_0\end{cases} \tag{14}$$

其中 $K_m(\cdot)$ 是第二类变形贝塞尔函数。

在用有限接收孔径检测非圆对称高斯分布散斑积分光强起伏分布的场合，由公式(8)、公式(11)和式(12)我们可得到下列概率密度函数的积分关系式：

$$\tilde{p}(I)=\frac{1+\varkappa^2}{2\mu\varkappa}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{2^m\Gamma(m+1/2)}{m!\sqrt{\pi}\,\Gamma(\alpha)}\left(\frac{1-\varkappa^2}{2}\sqrt{\frac{I}{I_0}}\right)^m\int_0^{\infty}\frac{\alpha(\alpha\Omega/\mu)^{\alpha-1}}{\Omega}\exp\left[-\frac{\alpha\Omega}{\mu}-\frac{I_0+I}{2\Omega}\left(\frac{1+\varkappa^2}{\varkappa^2}\right)\right]I_m\left[\left(\frac{1+\varkappa^2}{\varkappa^2}\right)\frac{\sqrt{I_0I}}{\Omega}\right]d\Omega \tag{15}$$

严格完成上式的积分较困难，根据实际测量应用的需要，我们将在强湍流起伏和弱湍流起伏二个区域内，进一步讨论激光散斑孔径积分光强起伏分布问题。

设激光束在饱和湍流起伏区域内传输。据现有理论研究结果[8]，可以近似认为散斑光场的相干分量为零($I_0\approx0$)。则散斑光强的统计分布近似为

$$p(I)=\frac{e^{-(P+D)}}{4\pi\sqrt{S_1S_2}}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{P^m}{m!}\int_0^{2\pi}\sin^{2m}\psi\,d\psi$$

$$=\frac{e^{-(P+D)}}{2\sqrt{S_1S_2}}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{P^m}{m!}\frac{(2m-1)!!}{2^m m!}$$

$$=\frac{1+\varkappa^2}{2\varkappa\Omega}\exp\left(-\frac{1+\varkappa^2}{2\Omega\varkappa^2}I\right)\sum_{m=0}^{\infty}\left(\frac{1-\varkappa^4}{\varkappa^2}\frac{I}{2\Omega}\right)^m\frac{(2m-1)!!}{2^m(m!)^2}$$

与此相应的孔径积分光强起伏概率密度函数为

$$\tilde{p}(I)=\frac{1+\kappa^2}{2\kappa\Gamma(\alpha)}\left(\frac{\alpha}{\mu}\right)^{\alpha}\sum_{m=0}^{\infty}\left[\frac{(1-\kappa^4)I}{2\kappa^2}\right]^m\frac{(2m-1)!!}{2^m(m!)^2}$$

$$\times\int_0^{\infty}\exp\left\{-\left[\frac{(1+\kappa^2)I}{2\kappa^2}\right]\Big/\Omega-\frac{\alpha\Omega}{\mu}\right\}\Omega^{\alpha-m-2}d\Omega$$

$$=\frac{1+\varkappa^2}{\varkappa\Gamma(\alpha)}\left(\frac{\alpha}{\mu}\right)^{\alpha}\sum_{m=0}^{\infty}\left[\frac{(1-\varkappa^4)I}{2\varkappa^2}\right]^m\frac{(2m-1)!!}{2^m(m!)^2}\left[\frac{(1+\varkappa^2)\mu I}{2\alpha\varkappa^2}\right]^{\frac{\alpha-m-1}{2}}$$

$$\times K_{\alpha-m-1}\left(2\sqrt{\frac{(1+\varkappa^2)\alpha I}{2\mu\varkappa^2}}\right) \tag{16}$$

当激光在弱湍流起伏区域传输时，由参量 Q 的定义式(5)可知，这时 Q 很大，则由 $I_m(Q)$ 的渐近展开式 $I_m(Q)\approx e^Q/\sqrt{2\pi Q}$，和式(6)可得激光散斑的光强起伏分布：

$$p(I)=\frac{e^{-D}}{4\pi\sqrt{S_1S_2}}\int_0^{2\pi}\exp(-P\cos^2\psi+Q\cos\psi)d\psi$$

$$=\frac{\exp[-(P+D-Q)]}{2\sqrt{S_1S_2}}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{2^m\Gamma(m+1/2)}{\sqrt{\pi}\,m!}P^mQ^{-m}\frac{1}{\sqrt{2\pi Q}}$$

$$=\frac{1}{2\pi}\left(\frac{1+\varkappa^2}{2\sqrt{II_0}}\right)^{1/2}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{2^m\Gamma(m+1/2)}{m!}\left(\frac{1-\chi^2}{2}\sqrt{\frac{I}{I_0}}\right)^m$$

$$\times\exp\left[-\frac{1+\varkappa^2}{2\Omega\varkappa^2}(I_0+I-2\sqrt{II_0})\right]\frac{1}{\sqrt{\Omega}}$$

而检测到的积分光强起伏概率密度函数为

$$\tilde{p}(I)=\frac{1}{2\pi}\left(\frac{1+\varkappa^2}{2\sqrt{II_0}}\right)^{1/2}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{2^m\Gamma(m+1/2)}{m!}\left(\frac{1-\varkappa^2}{2}\sqrt{\frac{I}{I_0}}\right)^m\int_0^{\infty}\exp\left[-\frac{\alpha\Omega}{\mu}\right.$$

$$\left.-\frac{1+\varkappa^2}{2\Omega\varkappa^2}(I+I_0-2\sqrt{II_0})\right]\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\left(\frac{\alpha}{\mu}\right)^{\alpha}\Omega^{\alpha-1-1/2}d\Omega$$

$$=\frac{(\alpha/\mu)^{\alpha}}{\pi\Gamma(\alpha)}\left(\frac{1+\varkappa^2}{2\sqrt{II_0}}\right)^{1/2}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{2^m\Gamma(m+1/2)}{m!}\left(\frac{1-\varkappa^2}{2}\sqrt{\frac{I}{I_0}}\right)^m$$

$$\times\left[\frac{(1+\varkappa^2)(\sqrt{I}-\sqrt{I_0})^2\mu}{2\alpha\varkappa^2}\right]^{\frac{\alpha}{2}-\frac{1}{4}}\times K_{\alpha-1/2}\left[2\sqrt{\frac{(1+\varkappa^2)(\sqrt{I}-\sqrt{I_0})^2\alpha}{2\mu\varkappa^2}}\right] \tag{17}$$

由(17)式我们直接可由 $m=0$ 得到弱湍流起伏区域传输激光圆对称高斯分布散斑场的孔径积分光强起伏概率密度函数的结果，即散斑场闪烁分布满足半整数价 K 分布。

$$\tilde{p}(I)=\frac{(\alpha/\mu)^{\alpha}}{\sqrt{\pi}\,\Gamma(\alpha)}(I_0I)^{-1/4}\left[\frac{(\sqrt{I}-\sqrt{I_0})^2\mu}{\alpha}\right]^{\alpha/2-1/4}K_{\alpha-1/2}\left(2\sqrt{\frac{(\sqrt{I}-\sqrt{I_0})^2\alpha}{\mu}}\right) \tag{18}$$

(18)式是本文主要结果之一，该结果直接把 K 分布推广到弱湍流起伏区域。

四、结论与讨论

上面我们分别从激光散斑的统计分布和大尺度湍涡导致光束抖动对激光闪烁的共同调制作用研究了满足非圆对称高斯分布的湍流气溶胶大气散射激光散斑场的积分光强起伏分布问题，得到了非圆对称高斯分布激光散斑的点孔检测和有限孔检测的饱和湍流起伏和弱湍流起伏区域内的闪烁概率密度函数；同时，还得到了圆对称高斯分布激光散斑在弱湍流区域的积分光强起伏满足 K 分布的结论。实际上由前面的分析，我们还可以得到点孔接收条件下圆对称高斯分布激光散斑闪烁概率密度函数：

$$\widetilde{p}(I)=\begin{cases}\dfrac{2}{\mu}I_0\left(2\sqrt{\dfrac{I_0}{\mu}}\right)K_0\left(2\sqrt{\dfrac{I}{\mu}}\right) & I_0<I\\ \dfrac{2}{\mu}K_0\left(2\sqrt{\dfrac{I_0}{\mu}}\right)I_0\left(2\sqrt{\dfrac{I}{\mu}}\right) & I<I_0\end{cases}\tag{19}$$

和饱和湍流起伏区闪烁概率密度函数(有限接收孔径及圆对称高斯分布)

$$\widetilde{p}(I)=\frac{2}{\Gamma(\alpha)}\left(\frac{\alpha}{\mu}\right)^{\frac{\alpha+1}{2}}I^{\frac{\alpha-1}{2}}K_{\alpha-1}\left(2\sqrt{\frac{I\alpha}{\mu}}\right)\tag{20}$$

由湍流冻结假设，上面我们所得到的有限检测孔径的积分光强统计分布规律也可用以描述点孔接收时时间累积光强起伏统计分布规律，而且按照激光被粗糙表面散射后光斑的统计特性和孔径检测干扰的特点，本文所得结论同样适用描述粗糙表面散射激光积分光强的统计分布规律。

参 考 文 献

1 E. B. Rockower, *J. Opt. Soc. Am. A.*, **5**, 730 (1988)
2 R. Barakat, *J. Opt. Soc. Am. A*, **5**, 1248 (1988)
3 N. Ben-Yosef and E. Goldner, *J. Opt. Soc. Am. A*, **5**, 126 (1988)
4 J. W. Strohbehn, Laser Beam Propagation in the Atmosphere, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg. New York, 1978, 45
5 G. D. Costa, G. Guerri, *J. Opt. Soc. Am.*, **68**, 866 (1978)
6 R. Barakat, *J. Opt. Soc. Am. A.*, **5**, 1244 (1988)
7 J. W. Goodman, in Laser Speckle and Related Phenomena, ed. by J. C. Dainty, Springer-Verlag, New York, 1975, 9~75
8 J. H. Churnside and S. F. Clifford, *J. Opt. Soc. Am. A*, **4**,1923 (1987)

(收稿日期: 1989 年 3 月 20 日)

利用果蝇研究 CO_2 激光的遗传效应

贾振宇　朱定良　庚镇城　　郑启克　杨永炎

(复旦大学遗传学研究所, 200433)　(复旦大学激光化学研究室, 200433)

Study on genetic effects of drosophila melanogaster by CO_2 laser irradiation

Jia Zhenyu, Zhu Dingliang, Geng Zhengcheng

(Institute of Genetics, Fudan University, Shanghai)

Zheng Qike, Yang Yongyian

(Laser Chemistry Laboratory, Fudan University, Shanghai)

Abstract: The genetic effect of two stocks of D. melanogaster, C. S., Basc. were studied with irradiation from CO_2 laser. Experimental result shows that when the radiation dosage of CO_2 laser amounted to 69.5 J/cm², the genetic effects of recessive lethal mutation is distinctly