

多模激光场中光子统计特性的研究

黎永清 王长生 王育竹

(中国科学院上海光机所量子光学联合实验室, 201800)

摘要: 本文在理论和实验上研究了多模激光场的量子统计特性。理论计算表明多模激光场具有光子反相关效应, 实验上测量了强度起伏的噪声功率密度谱, 结果与理论相符。

关键词: 光子反相关, 噪声功率密度谱

Study on photon statistical characteristics of multimode laser fields

Li Yongqing, Wang Changsheng, Wang Yuzhu

(Quantum Optics Laboratory, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

Abstract: Quantum statistics properties of multimode laser fields has been studied both theoretically and experimentally. The calculation shows that anticorrelation effect may appear in multimode laser fields. We have experimentally measured the noise power density and spectrum intensity fluctuation. The results agree with our theoretical calculations.

Key words: photon anticorrelation, noise power density spectrum

多模激光场在双光子吸收^[1]、共振荧光^[2]和 CARS 光谱学^[3]等许多方面表现出与相干态激光场不同的效应, 这些效应均与多模激光场的光子统计特性有关。因此, 研究多模激光场的光子统计特性对于它的应用有十分重要的意义。

多模激光场的统计性质与激光器的种类和工作状态有关。对于非均匀加宽激光器的输出场, 过去大多采用半经典理论描述, 研究它们的时间相干性^[4]、强度起伏及其对物理实验的影响^[1~3]。本文在此基础上, 采用量子理论描述多模激光场, 讨论它的光子相关性及其噪声谱等问题。我们计算了多模激光场的二阶相干度 $g^{(2)}(\tau)$ 和强度起伏的噪声功率密度谱 $S_n(\omega)$, 发现 $g^{(2)}(\tau)$ 随延迟时间 τ 作周期性振荡, 且极小值时有 $g^{(2)}(\tau) < 1$, 这种现象称为多模激光场中的光子反相关效应。在实验上, 我们测量了 $S_n(\omega)$, 实验结果与量子理论的计算结果相符。

一、多模激光场的二阶相关函数

沿 z 方向传播的多模光场的电场算符的正频分量可写成连续谱或分立谱的形式:

$$\hat{E}^{(+)}(z, t) = \int d\omega \left(\frac{c\epsilon_0}{2\hbar\omega} \right)^{1/2} \hat{a}(\omega) \exp[-i\omega(t-z/c)] = \sum_k \hat{a}_k u_k(z) \exp(-i\omega_k t) \quad (1)$$

单位为(光子/s)^{1/2}/m。其中 \hat{a}_k 是第 k 模的湮灭算符, $u_k(z) = (c/V)^{1/2} \exp i\omega_k z/c$ 是空间波函数, V 是模体积, ω_k 是光频率。

假设非均匀加宽激光器有 N 个纵模(基横模, 线偏振)工作在阈值以上附近, 则其稳定输出光场的第 k 个模的强度是确定的, 而该振荡模式的相位 ϕ_k 是随机分布的。假设各个模式的随机相位是完全独立的, 则这种模型的多模激光场可用多模无规相位相干态来描述, 对应的密度矩阵为^[5]

$$\rho = \prod_{k=1}^N \rho_k \otimes \prod_{k=N+1}^{\infty} |O_k\rangle\langle O_k| \quad (2)$$

其中

$$\rho_k = |\beta_k\rangle\langle\beta_k| = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi_k |\beta_k\rangle\langle\beta_k| \quad (3)$$

$$\beta_k = |\beta_k| \exp i\phi_k$$

其中 $|\beta_k|^2 = \bar{n}_k$ 是第 k 模的平均光子数, ϕ_k 是其无规相位, $|O_k\rangle$ 表示真空态的态矢。

经繁琐的数学运算可得多模激光场的一阶和二阶相关函数为

$$G^{(1)}(t, \tau) \equiv \langle \hat{E}^{(-)}(t) \hat{E}^{(+)}(t+\tau) \rangle = \text{Tr}\{\rho \hat{E}^{(-)}(t) \hat{E}^{(+)}(t+\tau)\} = \sum_{k=1}^N |u_k|^2 \bar{n}_k \exp(-i\omega_k \tau) \quad (4)$$

$$G^{(2)}(t, \tau) \equiv \langle : \hat{I}(t) \hat{I}(t+\tau) : \rangle$$

$$= \begin{cases} \langle \hat{I}(t) \rangle \cdot \langle \hat{I}(t+\tau) \rangle & (\text{单模 } N=1 \text{ 时}) \\ \sum_{\substack{k_1, k_2=1 \\ (k_1 \neq k_2)}}^N |u_{k_1}|^2 |u_{k_2}|^2 \bar{n}_{k_1} \bar{n}_{k_2} + |G^{(1)}(t, \tau)|^2 & (\text{多模 } N \neq 1 \text{ 时}) \end{cases} \quad (5)$$

其中 $\hat{I}(t) = \hat{E}^{(-)}(t) \hat{E}^{(+)}(t)$ 是强度算符。符号 $\langle \hat{A} \rangle$ 表示对算符 \hat{A} 的量子力学平均, $\langle : \hat{A} : \rangle$ 则表示算符 \hat{A} 取正规排列后的量子力学平均。

若光场是平稳的, 即 $\langle \hat{I} \rangle = \langle \hat{I}(t) \rangle = \langle \hat{I}(t+\tau) \rangle$, 则可计算出多模激光场的二阶相干度 $g^{(2)}(\tau)$:

$$g^{(2)}(\tau) \equiv \langle : \hat{I}(t) \hat{I}(t+\tau) : \rangle / \langle \hat{I} \rangle^2$$

$$= \begin{cases} 1 & (N=1 \text{ 时}) \\ \sum_{\substack{k_1, k_2=1 \\ (k_1 \neq k_2)}}^N \bar{n}_{k_1} \bar{n}_{k_2} / \bar{n}_T^2 + |g^{(1)}(\tau)|^2 & (N \neq 1 \text{ 时}) \end{cases} \quad (6)$$

其中 $g^{(1)}(\tau)$ 是一阶相干度, \bar{n}_T 是总的平均光子数,

$$g^{(1)}(\tau) = \sum_{k=1}^N \bar{n}_k \exp(-i\omega_k \tau / \bar{n}_T)$$

$$\bar{n}_T = \sum_{k=1}^N \bar{n}_k \quad (7)$$

若非均匀加宽激光器的腔长为 L , 振荡的纵模数为 N , 则各振荡模式的频率可写为

$$\omega_k = \omega_1 + (k-1)\Delta\omega_L \quad (k=1, 2, 3, \dots, N)$$

其中 $\Delta\omega_L = \pi c/L$ 是相邻两个模式的频率间隔。一般而言, 气体激光器的增益线型具有高斯线型, 因而各个激光模式的平均强度满足

$$\bar{n}(\omega_k) = \frac{2}{\Delta\omega_B} \sqrt{\frac{\ln 2}{\bar{n}}} \exp \left\{ - \left[\frac{2\sqrt{\ln 2}}{\Delta\omega_B} (\omega_k - \omega_0) \right]^2 \right\} \quad (8)$$

其中 $\Delta\omega_B$ 是增益线宽, ω_0 是其中心频率, 且满足 $N = \Delta\omega_B / \Delta\omega_{L0}$

为了计算方便, 假设各个激光模式的平均强度相同, 即 $\bar{n}_k = \bar{n}_0$ (常数)。这种理想的情况对某些仅有少数几个模式振荡的激光器是良好的近似。则由(6)、(7)式得

$$|g^{(2)}(\tau)| = \left| \frac{1}{N} \frac{\sin(N\Delta\omega_L\tau/2)}{\sin(\Delta\omega_L\tau/2)} \right| \quad (9)$$

和 $g^{(2)}(\tau) = 1$ ($N=1$ 时)

$$g^{(2)}(\tau) = 1 - \frac{1}{N} + \left| \frac{1}{N} \frac{\sin(N\Delta\omega_L\tau/2)}{\sin(\Delta\omega_L\tau/2)} \right|^2 \quad (N \neq 1 \text{ 时}) \quad (10)$$

特别地, 对双模激光振荡的情形, 其二阶相干度为

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + \frac{1}{2} \cos(\Delta\omega_L\tau) \quad (11)$$

其中 $\Delta\omega_L = \omega_1 - \omega_2$ 是两个模的频率间隔。

图 1 绘出了纵模数 $N=2$ 和 $N=10$ 两种情况下多模激光场的二阶相干度 $g^{(2)}(\tau)$ 随延迟时间 τ 的关系曲线。由图中可见 $g^{(2)}(\tau)$ 随 τ 的增加呈周期性变化, 极大值时

$$g^{(2)}(\tau) = 2 - \frac{1}{N} > 1;$$

而当极小值时有

$$g^{(2)}(\tau) = 1 - \frac{1}{N} < 1.$$

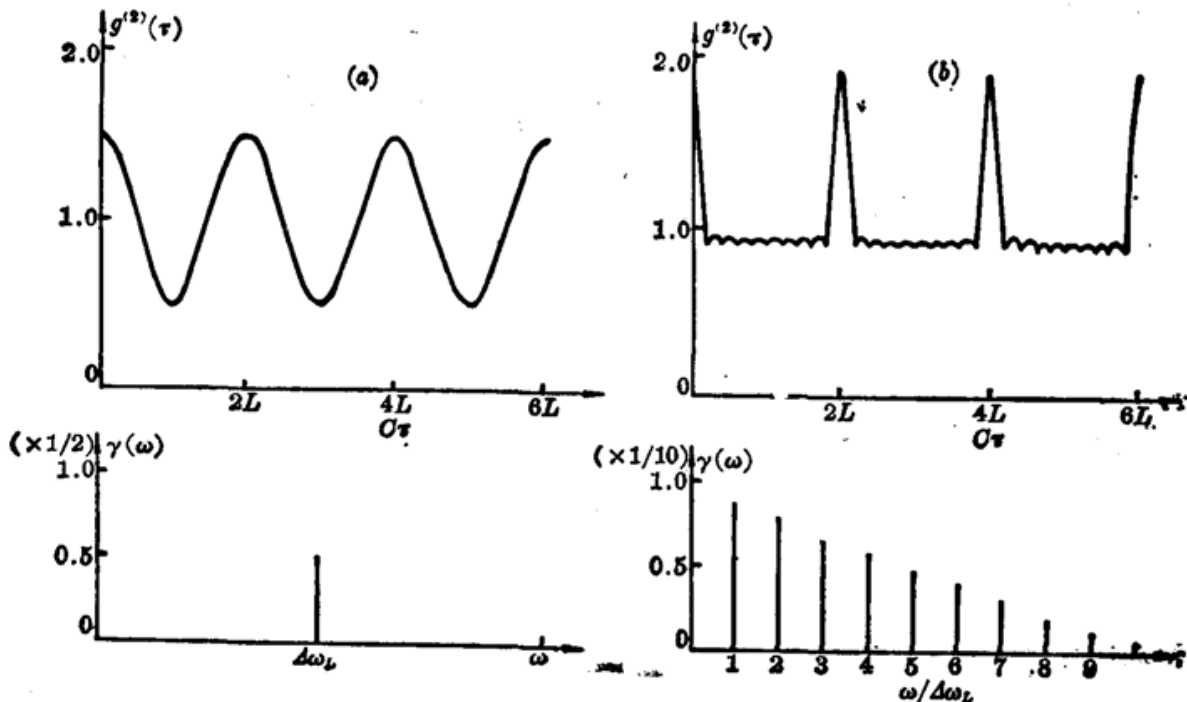


图 1 多模激光场的二阶相干度 $g^{(2)}(\tau)$ 和噪声功率密度谱 $\gamma(\omega)$

(a) 双模 $N=2$ 的情况; (b) 多模 $N=10$ 的情况

为了与相干态光场非相关的光子统计特性 ($g^{(2)}(\tau) \equiv 1$) 相区别, $g^{(2)}(\tau) > 1$ 时称为多模激光场的光子相关效应; 而 $g^{(2)}(\tau) < 1$ 时称为光子反相关效应。

二、光子起伏的噪声功率密度谱

在许多情况下,人们不是直接测量光场的二阶相关函数 $G^{(2)}(t, \tau)$ 或 $g^{(2)}(\tau)$, 而更方便的是测量光子起伏的噪声功率密度谱 $S_n(\omega)$ 。 $S_n(\omega)$ 是强度起伏 $\langle \Delta \hat{I}(t) \Delta \hat{I}(t+\tau) \rangle$ 的傅里叶变换(其中 $\Delta \hat{I} = \hat{I} - \langle \hat{I} \rangle$):

$$S_n(\omega) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i\omega\tau) \langle \Delta \hat{I}(t) \Delta \hat{I}(t+\tau) \rangle d\tau \quad (12)$$

在计算 $S_n(\omega)$ 之前,我们首先考虑多模光场电场算符不等时的对易关系,利用(1)式有

$$[\hat{E}^{(+)}(t), \hat{E}^{(-)}(t+\tau)] = \sum_k |u_k|^2 \exp(i\omega_k\tau) = \frac{c}{\mathcal{A}L} \sum_k \exp(i\omega_k\tau) = \frac{1}{\mathcal{A}} \delta(\tau) \quad (13)$$

其中模体积取成 $V = \mathcal{A}L$, 归一化腔长取成 $L = cT_R$, \mathcal{A} 是光电检测器截面积, T_R 是光电检测器的响应时间。考虑单位截面积 $\mathcal{A} = 1$ 的情况,有

$$[\hat{E}^{(+)}(t), \hat{E}^{(-)}(t+\tau)] = \delta(\tau) \quad (14)$$

于是我们得到光场强度的自相关函数:

$$\langle \hat{I}(t) \hat{I}(t+\tau) \rangle = \langle : \hat{I}(t) \hat{I}(t+\tau) : \rangle + G^{(1)}(t, \tau) \delta(\tau)$$

即

$$\langle \Delta \hat{I}(t) \Delta \hat{I}(t+\tau) \rangle = \langle : \Delta \hat{I}(t) \Delta \hat{I}(t+\tau) : \rangle + \langle \hat{I} \rangle \delta(\tau) \quad (15)$$

其中 $G^{(1)}(t, 0) = \langle \hat{I} \rangle$ 。故有

$$S_n(\omega) = \langle \hat{I} \rangle^2 \gamma(\omega) + \langle \hat{I} \rangle / 2\pi \quad (16)$$

其中

$$\gamma(\omega) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i\omega\tau) (g^{(2)}(\tau) - 1) d\tau \quad (17)$$

(16)式的第一项是光子起伏的噪声功率密度谱,第二项是通常的散弹噪声(白噪声)。

将(10)式代入(17)式可计算得

$$\begin{aligned} \gamma(\omega) = \frac{1}{\bar{n}_T^2} \left\{ \delta(\omega \pm \Delta\omega_L) \cdot \sum_{k=1}^{N-1} \bar{n}_k \bar{n}_{k+1} + \delta(\omega \pm 2\Delta\omega_L) \cdot \sum_{k=1}^{N-2} \bar{n}_k \bar{n}_{k+2} \right. \\ \left. + \delta(\omega \pm 3\Delta\omega_L) \cdot \sum_{k=1}^{N-3} \bar{n}_k \bar{n}_{k+3} + \dots + \delta[\omega \pm (N-1)\Delta\omega_L] \cdot \bar{n}_1 \cdot \bar{n}_N \right\} \quad (18) \end{aligned}$$

其中 $\bar{n}_T = \sum_{k=1}^N \bar{n}_{k0}$

假设各个激光模式的平均强度相同 $\bar{n}_k = \bar{n}_0$ (常数), 则有

$$\begin{aligned} \gamma(\omega) = \frac{N-1}{N^2} \delta(\omega \pm \Delta\omega_L) + \frac{N-2}{N^2} \delta(\omega \pm 2\Delta\omega_L) + \frac{N-3}{N^2} \delta(\omega \pm 3\Delta\omega_L) \\ + \dots + \frac{1}{N^2} \delta[\omega \pm (N-1)\Delta\omega_L] \quad (19) \end{aligned}$$

图 1 绘出了 $N=2$ 和 $N=10$ 两种情况下理想多模激光场的噪声功率密度谱。

三、实验装置和实验结果

实验装置如图 2 所示。

实验时采用的待测多模激光器分别是具有 2 个纵模的 He-Ne 激光器(腔长 $L \approx 25$ cm),

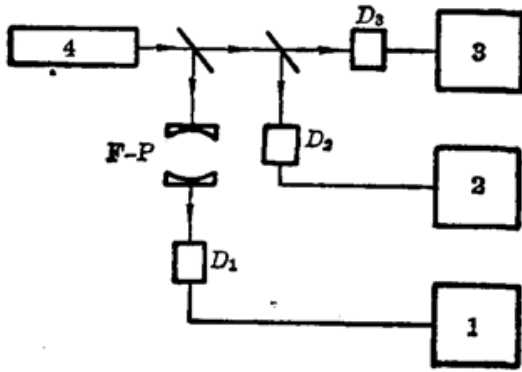


图 2 实验装置示意图

1—光频谱显示器; 2—采样示波器;
3—射频频谱分析仪; 4—多模激光器;
 $D_1 \sim D_3$ —快响应光电二极管;
F-P—球面扫描干涉仪。

和具有约 40 个纵模的 Ar^+ 激光器(单波长 514.5 nm, 腔长 $L \approx 145$ cm)。F-P 球面扫描干涉仪给出多模激光场的光频谱(即纵模结构)。采样示波器是宽带的记忆示波器(storage Oscilloscope), 用于监测输出激光场强度的时间变化, 监测表明这两种激光器输出功率的稳定度均优于 3%。射频频谱分析仪给出光电流的噪声功率密度谱, 直接比例于入射激光场强度的噪声功率密度谱 $S_n(\omega)$, 如果忽略(16)式的散弹噪声项, 则谱分析仪的测量结果直接比例于 $\gamma(\omega)$ 。

实验结果如图 3 所示。

由实验曲线可见, 对氦-氖激光场的情况, F-P 扫描干涉仪测得其二个模频率间隔是 $\Delta\nu_L = 618.5$ MHz, 而

谱分析仪测得其噪声功率的射频位置是 $\omega/2\pi = 618$ MHz, 两者与理论曲线图 1(a)符合得很好, 其中 $\Delta\omega_L = 2\pi\Delta\nu_L$ 。

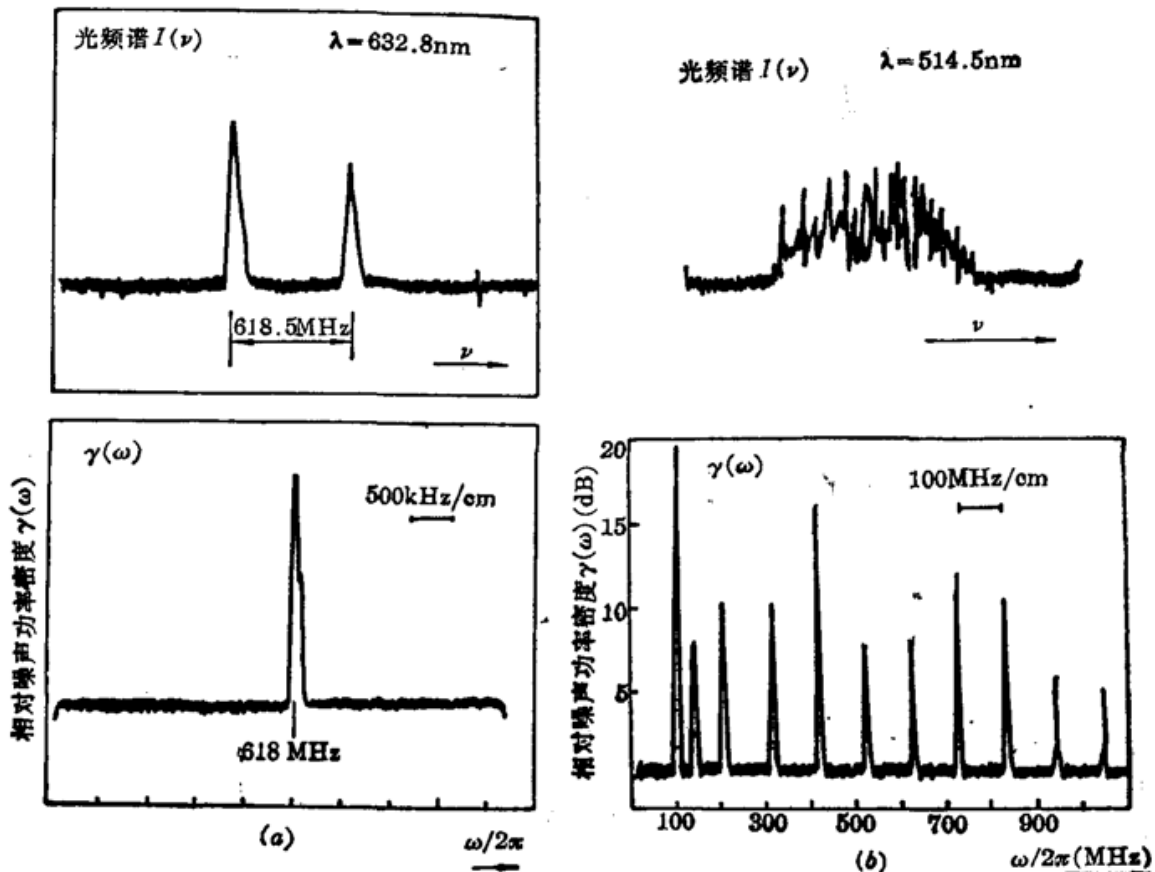


图 3 多模激光的光频谱和噪声功率密度谱

(a) 氦-氖激光器($L=25$ cm, $\lambda=632.8$ nm, $N=2$); (b) 氩离子激光器($L=145$ cm, $\lambda=514.5$ nm, $N \approx 40$)

对氩离子激光场的情况, 腔长 $L=145$ cm, 模间隔 $\Delta\nu_L=103.4$ MHz。由于它的增益线宽约为 4 GHz。振荡模式数达 $N=40$, 我们使用的 F-P 扫描干涉仪无法清晰地分析出它的光谱线, 但是射频频谱分析仪却能清晰地给出它的噪声功率密度谱的前 10 条谱线, 并且分辨率非常高(见图 3(b)及表 1)。由表 1 的数据可见, 噪声谱的基频 $f_0=103$ MHz, 与氩离子激光器的模

间隔 $\Delta\nu_L$ 符合得很好, 并且各条谱线的频率位置与图 1(b) 也大致相符。更高频率的噪声谱限于光电检测器的响应时间无法测出, 由于氩离子激光器并不是理想的多模激光场及存在高阶横模, 因此图 3(b) 无法与图 1(b) 的理想曲线一一相符。这有待于更精确的理论计算和更精密的测量去修正。

表 1 Ar^+ 激光场(514.5 nm, $N=40$)噪声功率密度谱 $\gamma(\omega)$

谱线数	中心频率($\omega/2\pi$)	相对强度	附注
1	103 MHz	20 dB	} 由于横模 } 拍频造成
	108 MHz	5 dB	
	142 MHz	8 dB	
2	206 MHz	12 dB	
3	313 MHz	10 dB	
4	417 MHz	16 dB	
5	522 MHz	8 dB	
6	628 MHz	8 dB	
7	725 MHz	12 dB	
8	828 MHz	10 dB	
9	937 MHz	6 dB	
10	1039 MHz	5 dB	
.....			

作者衷心感谢上海光机所庄大奎和刘华同志有益的讨论和帮助。

参 考 文 献

- 1 J. Krasinski *et al.*, *Opt. Commun.*, **12**(3), 304 (1974)
- 2 P. Zoller, *Phys. Rev.*, **A24** (1), 398 (1981)
- 3 S. Kröll *et al.*, *Appl. Opt.*, **26** (6), 1068 (1987)
- 4 吕可诚 *et al.*, *量子电子学*, **4** (1), 24(1987)
- 5 W. H. 路易塞尔著, 陈水, 于照令译, 辐射的量子统计性质, 科学出版社, 北京, 1982 年, 210

CO₂ 激光仿形雕刻试验成功

一种以调制 CO₂ 激光器为光刀, 阅读传感器与导光系统同步的仿形 CO₂ 激光雕刻机日前在实验室完成。经专家评估, 现已列入上海市科委样机研制计划。

仿形 CO₂ 激光雕刻机, 采用行、帧扫描读图, 同步进行雕刻。工作时, 只需将要刻的图案或文字黑白底图置于激光雕刻机的读图位置, 事就能将该图案或文字实时雕刻再现在玻璃、陶瓷、木材、大理石、皮革等材料上。克服了微机控制激光雕刻机须先将图案进行编程, 信息量小。图案简单等缺点。

仿形 CO₂ 激光雕刻机主要性能:

1. 雕刻面积 280 × 385 mm²;
2. 最高扫描连度 200 mm/s;
3. 最小光束直径 0.2 mm;
4. 最小扫描间距 0.1 mm;
5. 最小阅读线宽 0.2 mm。

(上海市激光工业应用服务中心 薛正源 钱 铮 1990 年 10 月 8 日收稿)