第18卷 第2期
1991年2月

中 国 激 光
CHINESE JOURNAL OF LASERS

Vol. 18 No. 2
February, 1991

用波导激光理论讨论自由电子激光辐射的传输

王明常
(中国科学院上海光机所, 201800)

提要: 本文提出新的建议, 用波导激光理论来处理自由电子激光辐射的传输问题。研究表明, 存在特定的低损耗传输模。介质波导中电磁场为 EH_{11} 模。讨论了模的耦合损耗。

关键词: 自由电子激光, 波导

Discussion on radiation transmission of free electron lasers in terms of waveguide laser theory

Wang Mingchang
(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai)

Abstract: A suggestion is proposed to treat the radiation transmission of free electron lasers in terms of waveguide laser theory. The investigation shows that there is a special low loss mode in the cavity. EH_{11} mode is for the dielectric waveguide, and the mode coupling loss is discussed.

Key words: free electron laser, waveguide

自由电子激光器通常希望 Wiggler 磁场间隙小, 以提高中心场强。希望 Wiggler 长度长, 以提高相互作用的增益。在这种情况下, Wiggler 中间的细长波导参与了对辐射场的限制。这同波导激光腔情况类似。

现行自由电子激光理论用来讨论辐射场、Wiggler 场和电子束的相互作用。可求得辐射的增益和引出效率; 但并没有考虑模的传输情况。而微波理论和激光器理论也没有考虑这种细长波导, 辐射波长远小于波导的特定情况。

本文尝试用波导激光腔理论来处理自由电子激光辐射模的传输问题, 计算其传输损耗。研究表明, 存在低传输损耗的特定模式, 并且可用介质波导取代传统的金属波导。介质波导中的低损耗模为 EH_{11} 模, 传输损耗因子为 8.5×10^{-3}dB/M。金属波导的传输损耗高于此值。波导腔中模的耦合损耗视不同腔型结构而定。

一、理 论 模 型

为简化起见, 只考虑如图 1 所示的圆柱波导情况。半径为 a, 自由空间介电常数为 ε_0。波

收稿日期: 1990年7月3日。

导壁为电介质或金属，其复介电常数为 ε。其磁导率为 μ_0，与真空中相同。

图1 圆柱介质波导示意图

金属波导的传输特性对于微波频率是熟知的。可是对于光频，这个理论则不适用。因为金属的作用既不象良导体，也不象具有大介电常数的电介质。其实，介质波导和金属波导都可看作是一般空心圆柱波导的特殊情况。

假设辐射在波导中满足下述条件：

$$Ka \gg |\nu| u_{nm} \tag{1}$$

$$|\gamma/K-1| \ll 1 \tag{2}$$

即我们考虑波导半径远大于真空波长 λ 的情况。辐射以掠射角在波导壁上来回反射。大部分能量在波导内部传输，只有少量能量由于折射而损耗掉。其中，u_{nm} 为贝塞尔方程 $J_{n-1}(u_{nm})=0$ 的第 m 次根。$\nu=\sqrt{\varepsilon/\varepsilon_0}$ 为波导壁复折射率。假设条件(2)表明，假设模的传输常数 γ 近似等于传输波数 K，即将分析限制在低损耗模的情况。

波导内复合模具有的电磁分量为[1]。

$$\left.\begin{aligned} E^{\theta}_{nm} &= \left[J_{n-1}(K_i r) + \frac{iu^2_{nm}}{2nKa}\sqrt{\nu^2-1}\,J'_n(K_i r)\right]\cos n\theta \\ E^{r}_{nm} &= \left[J_{n-1}(K_i r) + \frac{iu^2_{nm}}{2Kr}\sqrt{\nu^2-1}\,J_n(K_i r)\right]\sin n\theta \\ E^{z}_{nm} &= -i\frac{u_{nm}}{Ka}J_n(K_i r)\sin n\theta \end{aligned}\right] \times \exp[i(\gamma z-\omega t)] \tag{3}$$

$$\begin{aligned} H^{\theta}_{nm} &= \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\,E^{r}_{nm} \\ H^{r}_{nm} &= -\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\,E^{\theta}_{nm} \\ H^{z}_{nm} &= -\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\,E^{z}_{nm}\operatorname{ctg} n\theta \end{aligned}$$

其中，复传输常数 γ 和波导内波数 K_i 关系为

$$K_i^2 = K^2-\gamma^2 \tag{4}$$

n 和 m 分别为辐射场分量在 θ 方向和径向的周期数。

在中空圆柱形介质波导中，传输损耗最低、也是我们感兴趣的 EH_{11} 波导模，在圆柱坐标系中，它的六个场分量为

$$\begin{aligned} E^{\theta}_{11} &= J_0\left(u_{11}\frac{r}{a}\right)\cos\theta\exp[i(rz-\omega t)] \\ E^{r}_{11} &= J_0\left(u_{11}\frac{r}{a}\right)\sin\theta\exp[i(rz-\omega t)] \\ E^{z}_{11} &= -i\frac{u_{11}}{Ka}J_1\left(u_{11}\frac{r}{a}\right)\sin\theta\exp[i(rz-\omega t)] \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} H^{\theta}_{11} &= \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\,E^{\gamma}_{11} \\ H^{r}_{11} &= -\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\,E^{\theta}_{11} \\ H^{z}_{11} &= -\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\,E^{z}_{11}\operatorname{ctg}\theta \end{aligned}$$

其中，θ、r 为圆柱坐标的角向和径向分量。

在中空圆柱形金属波导中，最低阶的横电模 TE_{01} 的场分布为

$$E_{01}^{\theta}=J_1\left(u_{01}\frac{r}{a}\right)\exp[i(\gamma z-\omega t)]$$

$$H_{01}^{r}=-\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\,E_{01}^{\theta}$$

$$H_{01}^{z}=-i\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}\left(\frac{u_{01}}{Ka}\right)J_0\left(u_{01}\frac{r}{a}\right)$$

在传输方向 z 轴上无电场分量。

金属的介电常数通常大于电介质的。在 $0.3\,\mu\mathrm{m}<\lambda<4.0\,\mu\mathrm{m}$ 范围内，随波长增加而增大。计算表明，金属波导中横电模 TE_{01} 具有最低损耗。选择合适的管径 a, TE_{01} 模的衰减常数 α_{01} 可以小于介质波导中的 EH_{11} 模(参见[2]中图 9)。

二、波导模的传输常数

在满足假设条件(1)和(2)的情况下，经过简化，传输常数的特征方程可写作

$$J_{n-1}(K_i a)=i\nu_n(K_i/K)J_n(K_i a) \tag{6}$$

其中，对于复合模 EH_{nm}, 有

$$\nu_n=\frac{1}{2}(\nu^2+1)/\sqrt{\nu^2-1} \tag{7}$$

方程(4)两边除以 K^2 得

$$(K_i/K)^2=1-(\gamma/K)^2$$

由条件(2)知 $\gamma/K\sim1$。则 $K_i/K\sim0$。

方程式(6)右边为零。用微扰法并取近似值，得 $K_i a\approx u_{nm}(1-i\nu_n/Ka)$。由此可求得传输常数 γ 的表达式。将 K_i 值代入式(4)

$$\gamma^2=K^2-\left(\frac{u_{nm}}{a}\right)^2(1-i\nu_n/Ka)^2$$

忽略二次小项，得

$$\gamma=K\left[1-\left(\frac{u_{nm}\lambda}{2\pi a}\right)^2(1-i\cdot\nu_n\cdot2/Ka)\right]^{1/2}$$

$$\approx K\left[1-\frac{1}{2}\left(\frac{u_{nm}\lambda}{2\pi a}\right)^2(1-i\nu_n\lambda/\pi a)\right] \tag{8}$$

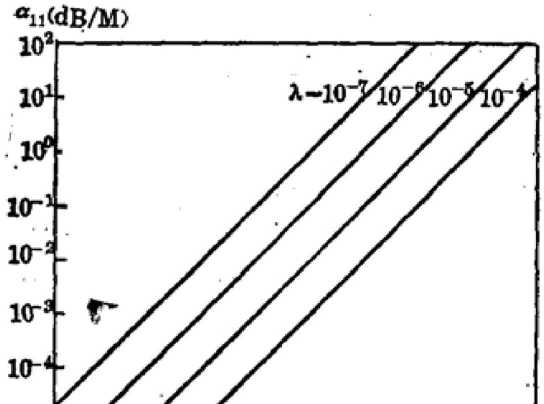

图 2　EH_{11} 模的衰减和 λ/a 的关系

复传输常数 γ 的实部和虚部分别为模的位相常数 β_{nm} 和损耗常数 α_{nm}。可写为

$$\beta_{nm}=\frac{2\pi}{\lambda}\left\{1-\frac{1}{2}\left(\frac{u_{nm}\lambda}{2\pi a}\right)^2\left[1+I_m\left(\frac{\nu_n\lambda}{\pi a}\right)\right]\right\}$$

$$\alpha_{nm}=\left(\frac{u_{nm}}{2\pi}\right)^2\frac{\lambda^2}{a^3}\mathrm{Re}(\nu_n) \tag{9}$$

以玻璃波导为例，由式(9)可求出 EH_{11} 模的传输损耗。假设 $\lambda=10.6\,\mu\mathrm{m}$, $a=4\,\mathrm{mm}$, 并代入已知参数 $\nu=1.5$, $u_{11}=2.405$, 则可计算出 $\alpha_{11}\approx9.76\times10^{-4}/\mathrm{M}$。换算成分贝数，则乘以 8.68 常数*，得 $\alpha_{11}=8.5\times10^{-3}\mathrm{dB/M}$。这种传输损耗是微不足道的。即使我们考虑的较低单程增益的自由电子激光器实例，增益 $G=0.037/\mathrm{M}$[3]。传输损耗也可忽略。而实际的自由电子激光增益远大于这一数值。

公式(9)表明，一定模式的传输损耗 α_{nm} 正比于波长 λ 的平方，反比于管径 a 的立方。图

*$20\log E/E_0$=分贝数$=20\log e^{\alpha L}=\alpha L\times8.68$

2 给出 EH_{11} 模的衰减常数与 λ/a 的变化曲线。其中，λ 作为参变量，从 10^{-4}M 变化到 10^{-7} M。$\nu=1.5$ 为玻璃介质折射率。显然，选择合适的波长和管径，可以获得低损耗 EH_{11} 模。

三、波导模的耦合损耗

耦合问题是指波导腔中传输的模式与自由空间的"准高斯模光束"的耦合。可以将波导器看作一个辐射源，如果辐射的等位相面与构成波导腔一部分的反射镜面相匹配，模的耦合损耗最小。离波导口距离 z 处的准高斯光束波阵面的曲率可表示为

$$R'=b(z/b+b/z)$$

其中，$b=\pi\omega_0^2/\lambda$ 为准高斯光束的共焦参量。当准高斯光束的腰斑半径 $\omega_0=0.643a$ 时，耦合损耗最小[4]。显然，当波导腔反射镜的曲率半径 R 与波阵面相一致时，耦合损耗最低。

J. J. Degnan 讨论了有限孔径反射镜的耦合损耗，提出了三种低耦合损耗的腔型结构[5]：(1)大曲率半径反射镜，靠近波导口；(2)大曲率半径反射镜，其曲率中心在波导口处；(3)小曲率半径反射镜，其焦点在波导口处。从波导中射出的激光束由于衍射而扩大。如用平面镜反射激光，由于没有全部收集到波导口内而产生耦合损耗。EH_{11} 模的耦合损耗为

$$\alpha_{11}^c=6.05(d/Ka^2)^{3/2}$$

其中，d 为反射镜离波导口距离，如图 3 所示。为了减少这种损耗就需要把平面镜尽量靠近波导口。自由电子激光器要求有一定的 d，使电子束能够引入和引出谐振腔。第一种腔型显然不适用。

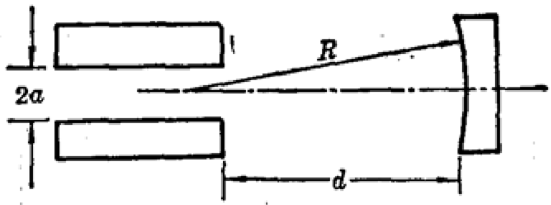

图 3 圆柱波导和反射镜位置示意图

第二种腔型类似常用激光腔中的共心腔，此时有 $z\approx R$。

第三种腔型类似共焦距，此时有 $z\approx R/2$。Degnan 给出 EH_{11} 波导模的耦合损耗为

$$\alpha_{11}^c=1-\left[\frac{f}{2gJ_1(u_{01})}\right]^4\left|\int_0^{h^2}d\omega_1 e^{i[(1-g)/g]\times\omega_1}\right.$$
$$\left.\times\left[\int_0^1 d\omega_0 e^{i(f\omega_0/2g)}J_0(u_{01}\sqrt{\omega_0})J_0\left(\frac{f}{g}\sqrt{\omega_1\omega_0}\right]^2\right|^2$$

其中，$f=Ka^2/R$，$g=d/R$，$h=c/a$。R 为反射镜曲率半径，c 为反射镜半径。

移动反射镜在 z 方向位置，考虑 $f/g\simeq0$ 的远场情况。选择反射镜孔径，使因子 $f\cdot h=Kac/R$ 的值大于或等于贝塞尔函数 $J_0(u)$ 的第二个、第三个和第四个根。这就可以限制模式，可以获得最小耦合损耗。耦合损耗约为 0.06dB。

可见用波导激光理论可以处理自由电子激光模式传输问题，容易计算出传输损耗和耦合损耗，可以作为自由电子激光谐振腔设计基础。

参 考 文 献

1 J. A. Stratton, Electromagnetic Theory, McGraw-Hill Book Co., New York and London, 1941, 524
2 E. A. J. Marcatili *et al.*, *Bell Syst. Tach. J.*, **43**, 1783～1809(1964)
3 王明常 *et al.*, 光学学报, **3**(9), 779～784(1983)
4 R. L. Abrams, *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-8**(9), 940(1972)
5 J. J. Degnan *et al.*, *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-9**(8), 901～910(1973)