

# 自成像列阵共振腔的模式分析\*

## II. Lau 共振腔

潘春洪 刘立人

(中国科学院上海光机所, 201800)

**提要:** 在对 Talbot 腔研究的基础上, 继续分析 Lau 共振腔的模式结构和损耗特性。表明基模损耗最小, 高阶模存在的条件是阶数低于单元数除以 4。

**关键词:** 激光列阵, Lau 效应, 共振腔模式

### Resonant modes in self-imaging cavities for phase-locking of laser arrays. II. Lau cavity

*Pan Chunhong, Liu Liren*

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai)

**Abstract:** On the basis of the analysis on Talbot cavity in the previous paper, we continue to simulate the mode characteristics of Lau cavity in terms of the Fox-Li treatment. It is concluded that the fundamental mode is dominant to the higher-order modes, which may exist if the order number is less than that of the array elements divided by 4.

**Key words:** laser array, Lau effect, cavity modes

在前文(见本刊今年第11期)中我们已经讨论过 Talbot 自成像共振腔的模式结构及其损耗特性等问题。本文将继续研究带相位补偿板的 Lau 共振腔的模式结构及损耗特性。

### 一、原理简述

图 1(a) 是 Lau 共振腔的结构示意图<sup>[1]</sup>, (b) 是等价传输图。首先, 列阵至相位补偿板的距离满足部分自成像条件<sup>[2]</sup>, 振幅分布的列阵将转换成等幅的周期位相变化的场分布。共轭的相位板的校正使其成为均匀位相的场分布(孔径装填)。经反射镜返回相位板, 同样由于部分自成像效应, 周期位相变化场分布衍射至列阵面上将产生正确的列阵自成像。<sup>\*</sup>这样就构成共振腔相干振荡的必要条件。相位板与反射镜的距离原则上可取任意值, 但在足够大时能形

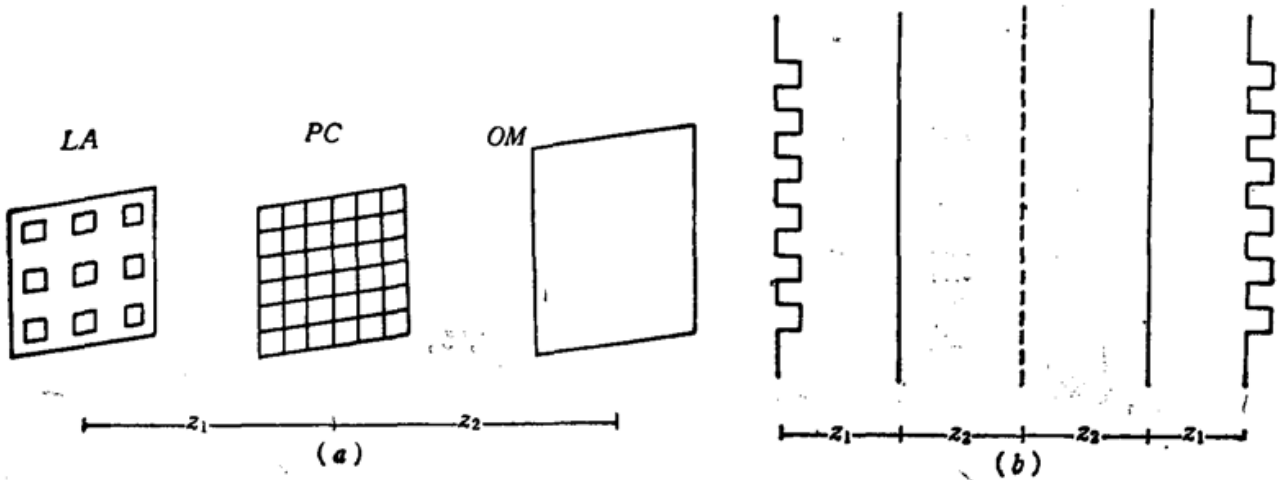


Fig. 1 (a) Lau cavity (LA—laser array; PC—phase corrector; OM—output mirror);  
(b) transmission medium analog (one transit)

成具有 Lau 效应的共振腔，即非相干自发辐射时，列阵发光分布经反射镜返回后还能具有相似分布图形<sup>[1]</sup>。下面给出 Fox-Li 迭代计算用的数学公式。

### 1.1 补偿板设计

假设，二维列阵包含有无穷多个矩形发射单元，列阵场分布写成

$$E'_1(x, y) = E_s(x, y) ** \left[ \sum_m \delta(x - mT_x) \cdot \sum_n \delta(y - nT_y) \right] \quad (1)$$

及

$$E_s(x, y) = \text{rect}\left(\frac{x}{h_x}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{h_y}\right) \quad (2)$$

这里， $E_s(x, y)$  为单个发射单元的场分布函数，\*\* 代表二维卷积，由菲涅耳衍射公式，在  $z_1$  距离上的衍射场为

$$E_2(x, y) = E'_1(x, y) ** B_1 q\left(x, y; \frac{1}{\lambda z_1}\right) \quad (3)$$

这里， $B_1 = \frac{1}{j\lambda z_1} \exp(jKz_1)$ ， $q\left(x, y, \frac{1}{\lambda z_1}\right) = \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda z_1}(x^2 + y^2)\right]$

这样，部分自成像条件：

$$z_1 = \frac{\alpha_x}{\beta_x} \cdot \frac{T_x^2}{h_x} = \frac{\alpha_y}{\beta_y} \cdot \frac{T_y^2}{h_y} \quad (4)$$

以及在孔径装填条件下：

$$\beta_x = \frac{T_x}{h_x}; \quad \beta_y = \frac{T_y}{h_y} \quad (5)$$

其衍射场为等振幅的纯相位分布，即  $|E_2(x, y)| = K$ ，这里， $\alpha_x/\beta_x \left(\frac{\alpha_y}{\beta_y}\right)$  为有理数。因此，可把相位补偿板设计成衍射物的归一化了的复共轭：

$$T(x, y) = E_2^*(x, y)/K \quad (6)$$

一般地，实际激光列阵的占空比 ( $T/h$ ) 为 2~3。为方便起见，把相位补偿板也设计成矩形，其典型的相位值列在文献 [3] 中。

### 1.2. 衍射传播

下面我们给出各传输面上波场的迭代公式。

设列阵面上最初的波场为  $E_1(x, y, N \times M)$ ，在自成像距离  $z_1$  菲涅耳传输后，在相位补偿

板面上的场分布由 (3) 给出, 由透过相位板的波场可写成

$$E_3(x, y) = E_2(x, y) \cdot T(x, y) \quad (7)$$

在输出镜面上的场分布, 由菲涅耳衍射公式可得,

$$E_4(x, y) = E_3(x, y) ** B_{2q}\left(x, y; \frac{1}{\lambda z_2}\right) \quad (8)$$

这是列阵的近场输出, 经反射镜反射, 在相位板上的波场可写成

$$E_5(x, y) = r \cdot E_4(x, y) ** B_{2q}\left(x, y; \frac{1}{\lambda z_2}\right) \quad (9)$$

$r$  为反射镜的反射常数, 这样被相位板透过的波场为

$$E_6(x, y) = E_5(x, y) \cdot T(x, y) \quad (10)$$

最后, 在列阵面上的波场可以写成

$$E_7(x, y) = E_6(x, y) ** B_{1q}\left(x, y; \frac{1}{\lambda z_1}\right) \quad (11)$$

这里我们假设激光列阵单元可以描述成矩孔函数。这样第二次从列阵面发出的波场可以写成

$$E'_1(x, y, N \times M) = \sum_{n=1}^N \text{rect}\left(\frac{x - nT_x}{nx}\right) \cdot \sum_{m=1}^M \text{rect}\left(\frac{y - mT_y}{hy}\right) \cdot E_7(x, y) \quad (12)$$

被用作去计算下次传输的场分布, 再用新的  $E'_1(x, y, N \times M)$  去替代旧的, 不断地作迭代运算, 这样, 在很多次迭代以后, 如在输出面上的场分布基本不变, 即可得到一个稳定模式的输出场分布。

## 二、数值分析

在 Burroughs (宝来) 机上, 我们对这一过程进行了 Fox-Li 迭代计算<sup>[4]</sup>。本文仍假设列阵单元为二维矩孔函数。以上的公式被编程用于计算, 在计算过程中, 所有的变量都被周期 ( $T$ ) 归一化了。反射镜和补偿板假设无限大。我们分别在不同的  $N$  (激光列阵的单元个数), Talbot 自成像距离  $z_1 = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{T^2}{\lambda}$  和距离  $z_2 = P \cdot \frac{T^2}{\lambda}$  参数情况下, 进行了计算 (这里  $P$  为正数)。典型情况如下:

用参数  $N = 10$ ,  $\alpha/\beta = P = 1/2$ ,  $T/h = 2$ , 对基模进行了分析。图 2(a) 和 (b) 分别给出了列阵面上稳定场的振幅和位相分布。图 3 是相应的远场分布。从远场可以明显地看出: 对于基模, 这种系统不仅能得到稳定的输出, 而且能够得到单一主瓣, 实现孔径装填。从计算中, 我们分别定义了衍射损耗 ( $L$ )、远场中央瓣能量与激光列阵所发出的总能量之比 ( $R$ ) 和中央瓣的半宽度 ( $w$ )。这里的半宽度已被列阵总宽度的远场分布 (即 sinc 函数) 的半宽度归一了。

计算着重研究了不同参数下上述三个量的变化。图 4 给出了不同距离  $z_2(P)$  情况下能量损耗随列阵单元数  $N$  变化的情况, 其相应的中央瓣能量和半宽度显示在图 5。图 6 给出了衍射损耗和中央瓣能量与距离  $z_1$  之间的关系 (相位板保持恒定), 当距离  $z_2$  变化时, 上述的三个量也有所改变, 相应的变化表示在图 7 中。在上述的这些计算中, 列阵的  $T/h$  决定了相位板的值和自成像距离  $z_1$ , 当  $T/h = 3$ , 自成像距离  $z_1 = \frac{1}{3} \frac{T^2}{\lambda}$ , 相应的相位板变为三值, 分别为

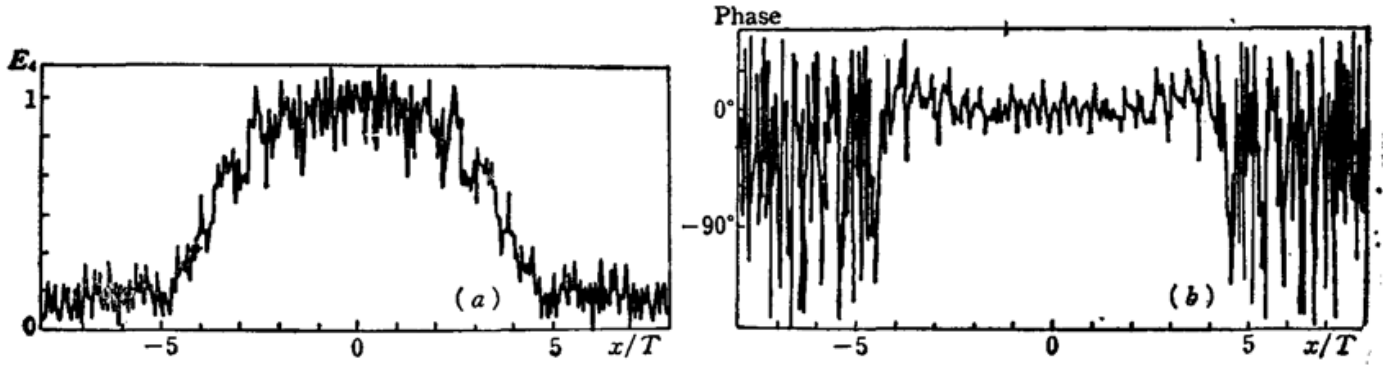


Fig. 2 Relative field distribution of fundamental mode as  $N=10$ ,  $\alpha/\beta=P=1/2$  and  $T/h=2$  (a) for amplitude and (b) for phase

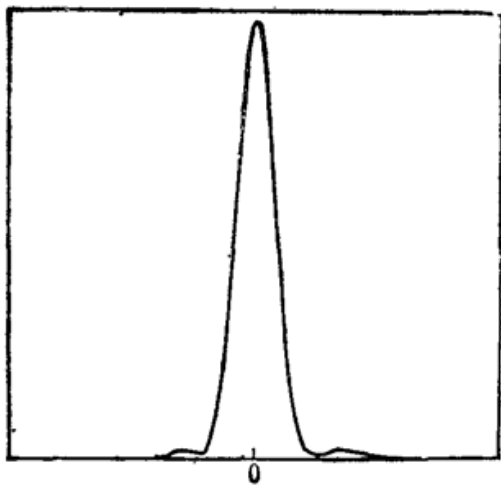


Fig. 3 Relative far-field distribution of the near-field output as given in Fig. 2

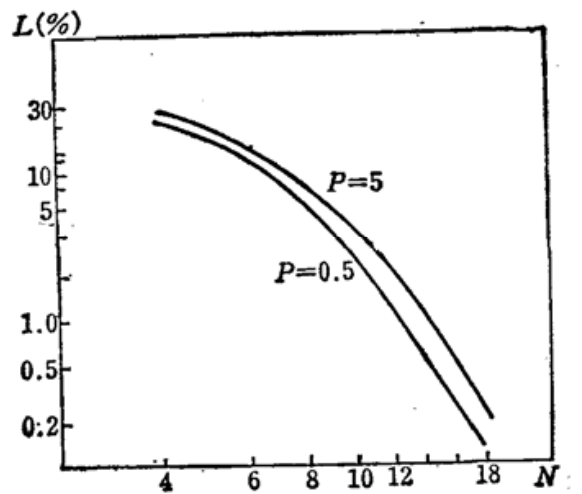


Fig. 4 Power loss per transit vs the number of emitters and the distance  $z_2$  as  $\alpha/\beta=0.5$  and  $T/h=2$

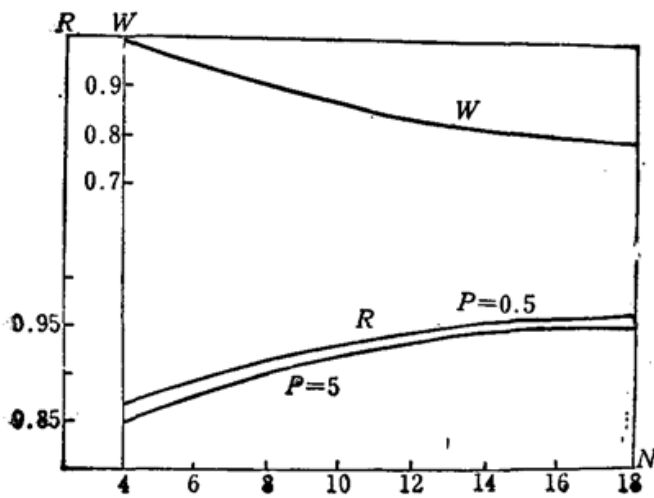


Fig. 5 Central-lobe power ratio and normalized beam width vs the number of emitters and the distance  $z_2$

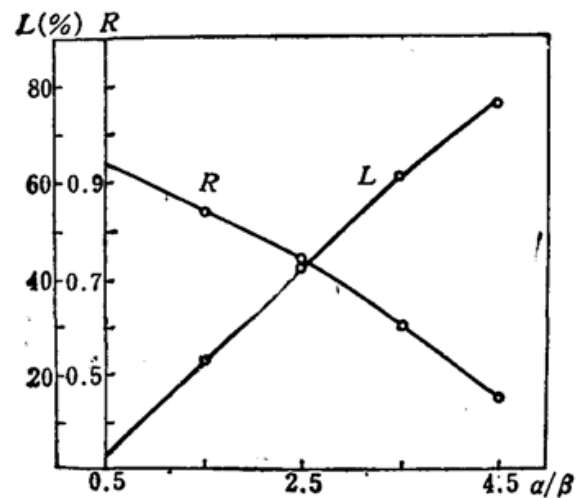


Fig. 6 Power loss per transit and central-lobe power ratio vs the distance  $z_1$  as  $N=10$ ,  $P=0.5$  and  $T/h=2$

$-\frac{\pi}{6}$ ,  $\frac{\pi}{2}$ ,  $-\frac{\pi}{6}$  [8], 图 8 给出了在  $T/h=3$  情况下, 上述三个量 ( $L, R, w$ ) 与距离  $z_2$  的变化关系。

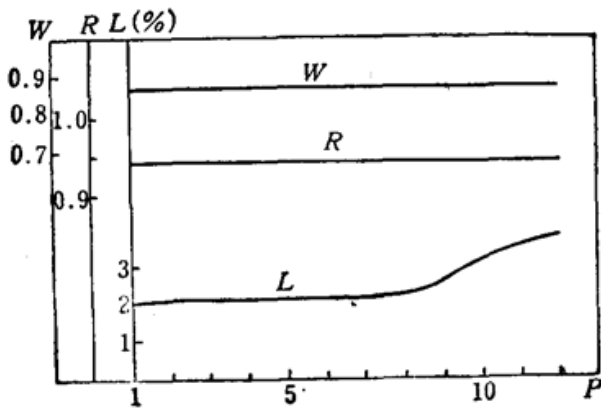


Fig. 7 Power loss per transit, central-lobe power ratio and normalized beam width vs the distance  $s_2$  as  $N=10$ ,  $\alpha/\beta=0.5$  and  $T/h=2$

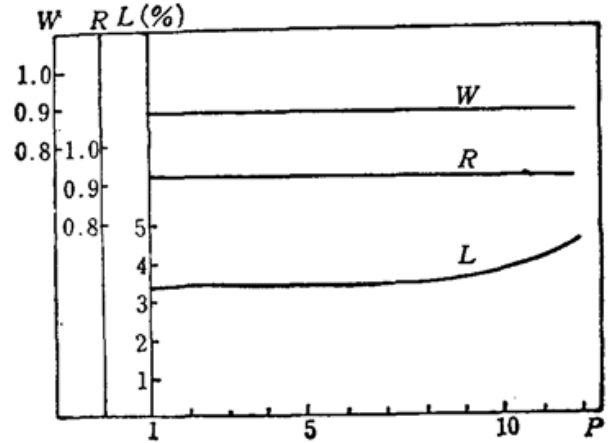


Fig. 8 Power loss per transit, central-lobe power ratio and normalized beam width vs the distance  $s_2$  as  $N=10$ ,  $\alpha/\beta=1/3$  and  $T/h=3$

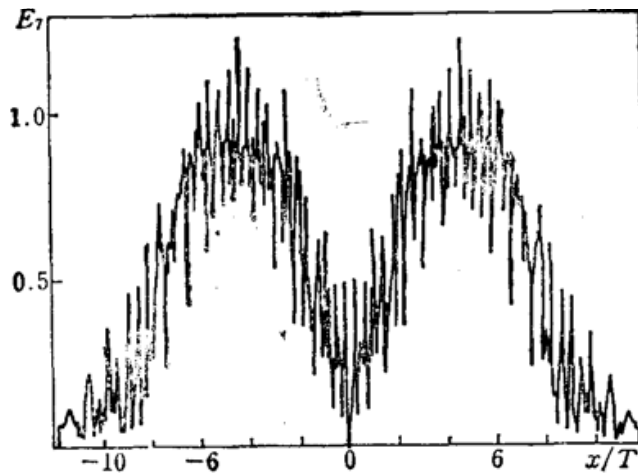


Fig. 9 Relative steady-state output amplitude distribution of mode  $L=2$  ( $N=20$ ,  $\alpha/\beta=0.5$ ,  $P=0.5$ ,  $T/h=3$ )

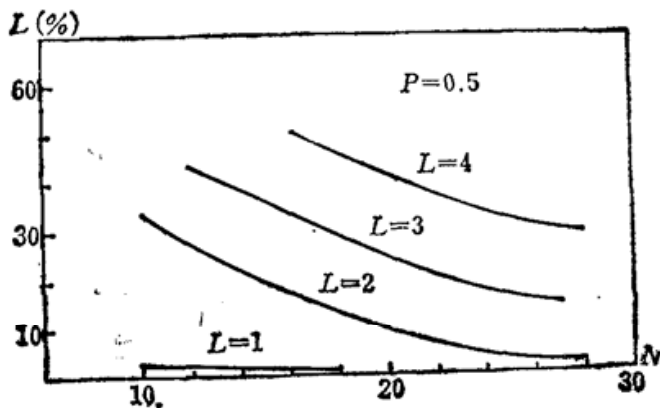


Fig. 10 Power loss per transit vs the number of emitters and the mode order as  $P=0.5$ ,  $\alpha/\beta=0.5$ ,  $T/h=2$

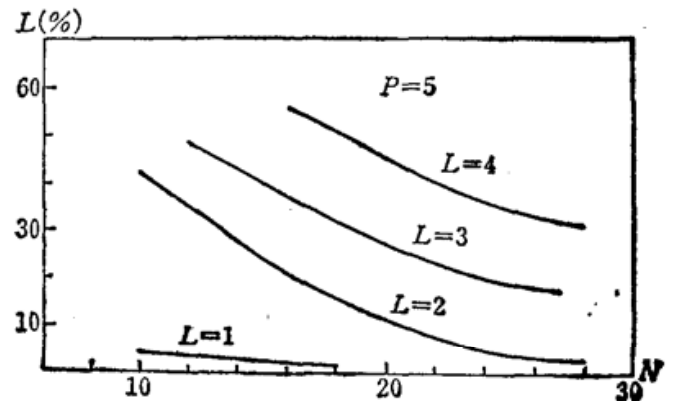


Fig. 11 Power loss per transit vs the number of emitters and the mode order as  $P=5$ ,  $\alpha/\beta=0.5$  and  $T/h=2$

进一步考虑高阶模式的情况,计算方法与上述相似,只是假设列阵面上的初始波场为高阶模式分布<sup>[5,6]</sup>,用它输入计算机进行迭代,公式同上。计算结果如下:图 9 显示了高阶模式 ( $L=2$ ) 的近场振幅分布 ( $N=20$ ), 图 10 给出了不同的高阶模式的衍射损耗与激光列阵单元  $N$  的关系(此时  $P=0.5$ ),  $P=5$  时,相似的曲线表示在图 11 中。

### 三、讨 论

以上的计算得出以下结论: (1) 图 10, 11 表明,在 Lau 腔中,基模的衍射能量损耗要比其它高阶模式低许多,这就使得基模和高阶模之间有着明显的区分。这样在 Lau 腔中完全有可能获得单一主瓣输出,即基模形式; (2) 对于基模而言,当列阵的单元数  $N$  减少时,损耗增加,相应的中央瓣能量减少, $N$  数的减少,其实对应于自成像距离  $z_1$  的增大,因而同样也会引起上述量相应的变化。因为,当自成像距离  $z_1$  增加或  $N$  数减少时,其自成像特性破坏增加,从而引起损耗的增加和补偿效果的降低; (3) 中央瓣半宽度,从计算中我们容易看出,要比相应的列阵宽度的远场分布的半宽度要小。这一点意味着:带有这种外腔的锁相激光列阵的光束宽度得到了很大的改善,从而使得锁相激光列阵的方向性更好,从而提高了光束质量; (4) 从图示中,我们可以看出,距离  $z_2$  对于上述三个计算量影响很小,其原因为:被相位板所补偿的波面分布接近于一平面波形,因而对衍射距离  $z_2$  将不会有太大的影响,这一特性正是 Lau 腔所需要的<sup>[1]</sup>。另外当  $z_2$  较大时,对于激光列阵处于激发状态非相干情况下的自成像有着明显的好处,这是 Lau 效应所需要的; (5) 当列阵的周期与宽度之比增加时,相位板和自成像距离相应改变,但衍射损耗相应增加,上述三个量与列阵数  $N$ 、自成像距离  $z_1$  和距离  $z_2$  的关系类似于上述的  $T/h=2$  的情况; (6) 从图 10 和图 11 中容易看出:对于高阶模式,其阶次越高,存在的可能性越小,当阶次达到一定值时,高阶模将不会存在,因为,在高阶模的同相子周期中的列阵单元数目  $N/L$  太小,从而使得自成像效应受到很大程度的破坏,因而不能达到稳定的波场输出,从计算中,我们可以归纳出:第  $L$  阶模式可能存在的条件为  $N/L$  大于 4。因此, $N$  越大,其可能存在的高阶模的阶次越高。另外,高阶模的很多特性与基模的特性有着很多的共同之处,在此,不再赘述。

### 四、总 结

从两篇文章对 Talbot 共振腔和 Lau 共振腔的讨论中可以清楚看出, Lau 腔明显地优于 Talbot 腔。这不仅是因为 Lau 腔有着较小的衍射损耗,而且可以在锁相的同时实现孔径装填。更进一步在满足 Lau 条件下能很容易从自发辐射起振到受激辐射。

两篇文章仅仅分析了激光列阵单元为矩孔的谐振模式,对于单元结构为圆孔的情况同样也可以分析。另外,在 Fox-Li 文章中的主要参数为菲涅耳数  $\alpha^2/b\lambda$ 。按照相同的定义,我们推算出 Lau 腔中的菲涅耳数为:  $N^2/4(\alpha/\beta+P)$ ; Talbot 腔中为  $N^2/4P$ 。

自成像共振腔主要用于表面发射半导体激光列阵。对于垂直共振腔结构的列阵,典型数据为单个器件腔长  $10\mu\text{m}$ , 间隙  $20\mu\text{m}$ 。因此采用自成像外腔锁相时,基本 Talbot 距离 ( $T^2/\lambda$ )

(下转第 889 页)

$$P_{\max} = \frac{\alpha R_s}{t\eta_1\eta_2} e^{-\alpha t/2} \frac{1}{\cosh(\alpha t/2) - \frac{2}{\alpha t} \sinh(\alpha t/2)} \quad (17)$$

利用 (5) 式在一级近似下上式化为

$$P_{\max} = \alpha^2 R_s \frac{1}{\eta_H \left[ \cosh(\alpha t/2) - \frac{2}{\alpha t} \sinh(\alpha t/2) \right]} \quad (18)$$

式中除  $\alpha$  和  $R_s$  决定于材料物理性质外, 其余参数与器件结构有关。因此, 寻找高热冲击参数的激光材料、减少工作物质对泵浦灯短波 ( $\lambda < 400 \text{ nm}$ ) 辐射和红外 ( $\lambda > 1.4 \mu\text{m}$ ) 辐射的吸收、适当增大板条表面积、减小厚度, 是提高器件输出平均功率的有效方法。

表 2 结果说明,  $\text{Nd}^{+3}$  浓度增加使发热量迅速增大, 除了  $\text{Nd}^{+3}$  对泵浦光的吸收增加外, 对激光的自吸收也迅速增加。在 360 K 下,  $\text{Nd}^{+3}$  浓度为 3 Wt% 时, 在  $1.053 \mu\text{m}$  处吸收系数为  $0.68\% \text{ cm}^{-1}$ <sup>[8]</sup>, 掺  $\text{Nd}^{+3}$  浓度增加一倍, 自吸收也增加一倍<sup>[9]</sup>, 激光增益的增加不能补偿发热量增大而引起的输出功率下降<sup>[3]</sup>。因此, 在高平均功率激光器件中, 高掺杂浓度的钕玻璃似乎不适用。

### 参 考 文 献

- 1 J. L. Emmett *et al.*, LLNL, Livermore, CA, Rep. UCRL-53571, Sept. 1984
- 2 J. M. Ehhleston *et al.*, *Opt. Lett.*, **7**, 405 (1982)
- 3 M. S. Mangir *et al.*, *IEEE J Quant. Elect.*, **QE-22**, 574 (1986)
- 4 B. I. Denker *et al.*, *Sov. J Quant. Elect.*, **18**, 1575 (1988)
- 5 顾绍庭 *et al.*, *物理学报*, **40**, 399 (1991)
- 6 黄国松 *et al.*, *物理学报*, **39**, 1563 (1990)
- 7 J. M. Eggleston *et al.*, *IEEE J Quant. Elect.*, **QE-20**, 289 (1984)
- 8 J. L. Emmett *et al.*, LLNL, Livermore CA, Rep. UCRL-5344, Nov (1982)
- 9 V. A. Alekseeva *et al.*, *Sov. J. Opt. Tech.*, **49**, 739 (1982)

(上接第 895 页)

为  $400 \mu\text{m}$  左右。对于偏转反射镜结构的列阵, 典型数据为单个器件腔长  $250 \mu\text{m}$ , 间隔  $100 \mu\text{m}$ , 因为所需基本 Talbot 距离为  $10000 \mu\text{m}$  左右, 所以自成像腔内的激活介质长度很短而且远小于衍射距离。本文中简化考虑激光列阵为无穷薄的平面物体是基本合适的。这可减少问题的复杂性。

在这两篇文章中, 我们分析了没有激活介质影响的共振腔模式结构的基本问题即所谓被动腔模式结构。对于激活介质的增益不均匀性等影响, 即主动腔的模式问题, 可引入适当的孔径修正函数作进一步计算。

作者感谢黄洪欣在计算中的帮助, 感谢周晓萍和赵丽英的帮助。

### 参 考 文 献

- 1 L. Liu, *Opt. Lett.*, **14**, 1312~1314 (1989)
- 2 J. T. Winthrop, C. R. Worthington, *J. Opt. Soc. Am.*, **55**, 373~381 (1965)
- 3 L. Liu, L. Zhao, *Chin. Phys.*, **9**, 810~814 (1989)
- 4 A. G. Fox, T. Li, *Bell. Syst. Tech. J.*, **40**, 453~488 (1965)
- 5 J. K. Butler *et al.*, *Appl. Phys. Lett.*, **44**, 293~295 (1984)
- 6 E. Kapon *et al.*, *Opt. Lett.*, **10**, 125~127 (1984)