

全息散斑相关技术研究

张引科 郇宜贤

(陕西师范大学物理系, 西安710062)

提要: 本文把全息技术用于实现散斑场的相关, 提出了全息散斑相关的设想。通过实验证明这种方法是可行的。

关键词: 全息术, 散斑场相关

Holographic speckle correlation technique

Zhang Yinke, Huan Yixian

(Department of Physics, Shanxi Normal University, Xi'an)

Abstract: The holography and the correlation theory of speckle fields is combined, and a holographic speckle correlation technique is put forward, which is verified experimentally.

Key words: holography, correlation of speckle fields

现有的实现散斑场相关的方法都是建立在强度相关的基础上的^[1,2]。其缺点是理论分析冗长, 实现起来也不方便。本文将全息术和散斑相关进行了比较, 提出了用全息方法实现散斑场复振幅相关的设想; 并就一种特殊形式的光路设计从理论和实验两个方面证明了这种思想的可行性。由于在进行相关时保留了散斑场的位相信息, 因而对于散斑场的相关具有全面的意义。

一、全息散斑相关的设计

如图1(a)所示。用准直的激光束照射散射体 D , 散射光 $O(\lambda_1)$ 作为物光, 平面光 $R(\lambda_1)$ 为参考光, 在全息干板 H 上记录散斑场的全息图。处理后, 其复振幅透过率可以写成(略去一些无关项)^[3]

$$t = O^*(\lambda_1) R(\lambda_1) \quad (1)$$

其中“*”表示复共轭。把全息图 H 严格复位, 如图1(b), 用与 $R(\lambda_1)$ 传播方向相反的平面波 $C = R^*(\lambda_1) + R^*(\lambda_2)$ 再现全息图 H 上记录的散斑场 $O(\lambda_1)$, 再现光波是

$$A = r^2 O^*(\lambda_1) + R(\lambda_1) R^*(\lambda_2) O^*(\lambda_1) \quad (2)$$

式中 $r^2 = |R(\lambda_1)|^2$ 。再现光波中 $r^2 O^*(\lambda_1)$ 项正比于原散斑场 $O(\lambda_1)$ 的复共轭, 向散射体传播,

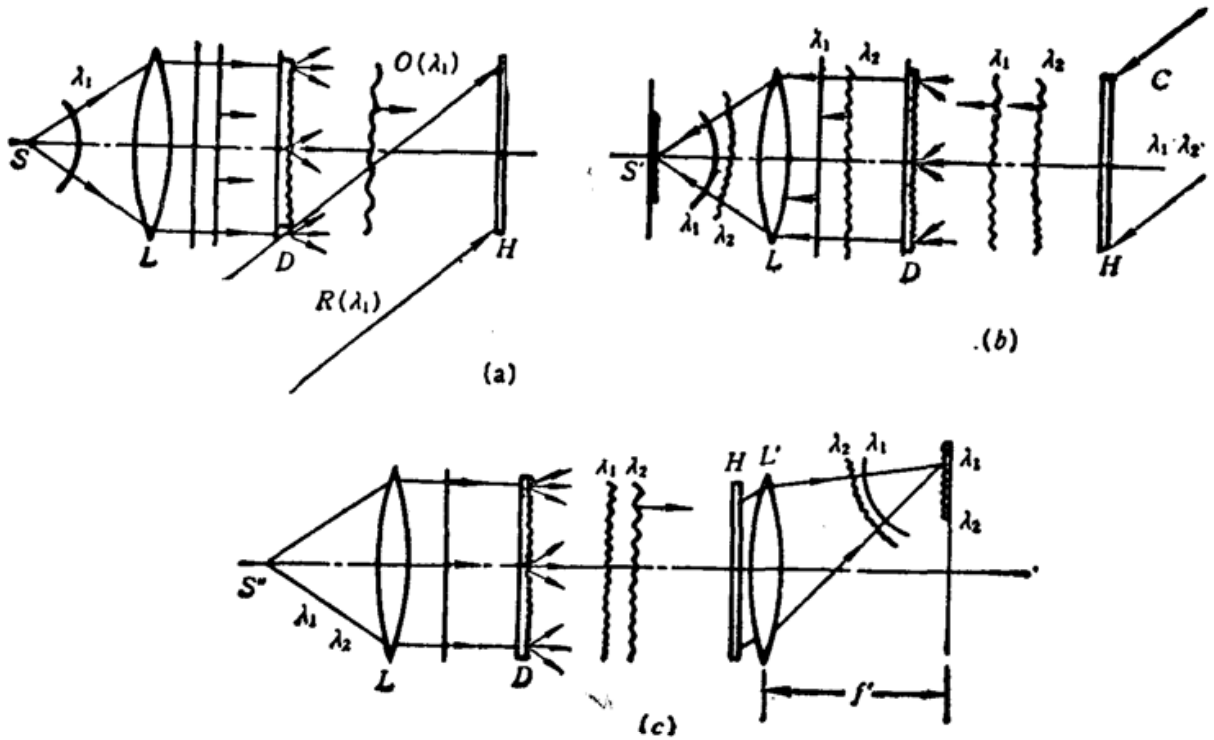


Fig. 1 Principle of the holographic speckle correlation

S—laser; *D*—diffuser; *L*—lens; *H*—holographic plate / hologram. (a) Recording hologram of the speckle field; (b) Realizing correlation of the speckle fields; (c) Improved setup for realizing the correlation

在透过散射体时位相畸变部分恰好得以补偿，成为平面波，经透镜 *L* 在焦平面上形成原光源 *S* 的共轭像 *S'* (此时光源 *S* 已移去)。再现光源中的后一项与 $O^*(\lambda_1)$ 不成比例，通过散射体时位相部分得不到补偿，在 *D* 后形成散斑场^[4]。因而由 $R^*(\lambda_1)$ 再现的散斑场与原散斑场严格相关，*S'* 为其相关点。而 $R^*(\lambda_2)$ 再现的散斑场与原散斑场不相关，在 *L* 的后焦面上形成光强均匀分布。透镜 *L* 后焦面上的场的分布反映了再现的散斑场与原散斑场的相关情况。

要用图 1(b) 中的光路来完成散斑场的相关，就要求全息干板的大小、光束的截面要随着散射体散射能力的提高而扩大。因此我们采用图 1(c) 中的光路来实现散斑场的相关。应该指出，图 1(a) 和图 1(b) 中所示的散斑相关过程与非线性光学中的四波混频相位共轭在形式上有相似之处^[5]。

点光源 *S''* 发出两种波长的光，照射全息图 *H* 的光波的复振幅是 $[O(\lambda_1) + O(\lambda_2)]$ ，再现光波：

$$A' = |O(\lambda_1)|^2 R(\lambda_1) + O^*(\lambda_1) O(\lambda_2) R(\lambda_1) = A_1 + A_2 \tag{3}$$

其中

$$A_1 = |O(\lambda_1)|^2 R(\lambda_1) \tag{4}$$

$$A_2 = O(\lambda_2) O^*(\lambda_1) R(\lambda_1) \tag{4}$$

A_1 是平面波，经 *L'* 在焦平面上形成一亮点，即 $O(\lambda_1)$ 与 $O(\lambda_2)$ 的相关点； A_2 的波面有严重畸变，经 *L'* 在焦平面上形成光强度的均匀分布。

由此可见，基于全息技术和散斑相关技术的全息散斑相关是可能实现散斑场的复振幅相关的。

二、Fourier 变换型全息散斑相关的理论分析

从上述思想出发,可以设计多种光路。为了便于分析,同时证明设计思想的正确性,采用图 2 所示的光路。记录时,平面光波垂直入射在透镜 L 上。忽略光束截面有限和透镜孔径的影响。全息干板平面上散射光的复振幅为

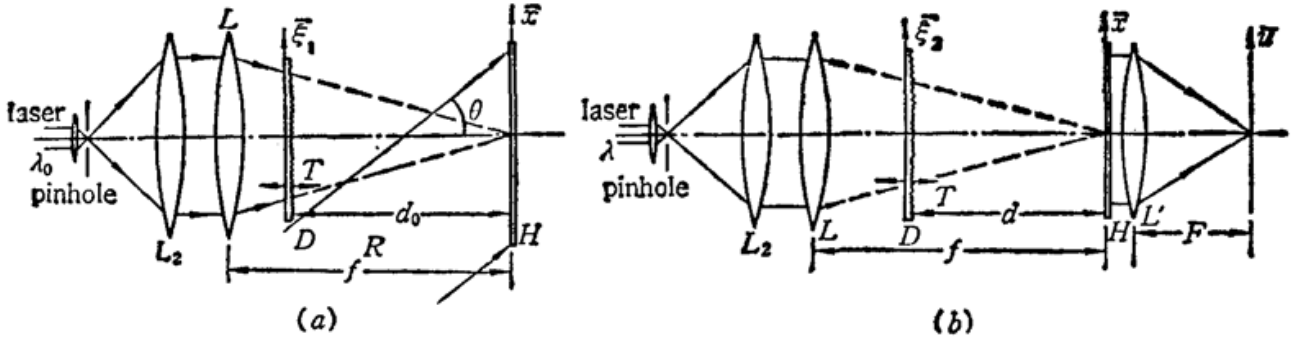


Fig. 2 Fourier-transform correlation setup (T -movable support)

(a) Recording the hologram of speckle field; (b) Realizing the correlation of speckle fields

$$O(\mathbf{X}, d_0, k_0) = \frac{\exp\left[i\frac{k}{2d_0}|\mathbf{X}|^2\right]}{i\lambda_0 d_0} \cdot \frac{f}{d_0} \cdot \iint \exp[ik_0 h(\xi_1)] \exp\left[-i\frac{k_0}{d_0}\xi_1 \cdot \mathbf{X}\right] d^2\xi_1 \quad (5)$$

其中 $h(\xi_1)$ 是散射体上光学厚度分布函数; f 是透镜 L 的焦距, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ 。

参考光

$$R(\mathbf{X}, k_0) = \exp[ik_0 x \sin \theta] \quad (6)$$

式中 θ 为 R 的传播方向与系统光轴的夹角。将(5)式和(6)式代入(1)式得全息图的振幅透过率为

$$t(\mathbf{X}, k_0) = O^*(\mathbf{X}, d_0, k_0) R(\mathbf{X}, k_0) \quad (7)$$

在图 2(b)中, H 严格复位, 用波长为 λ 的激光照射, 并且散射体与全息图之间的距离变为 d 。投射到 H 前表面的光波为

$$O(\mathbf{X}, d, k) = \frac{\exp\left[i\frac{k}{2d}|\mathbf{X}|^2\right]}{i\lambda d} \cdot \frac{f}{d} \cdot \iint \exp[ikh(\xi_2)] \exp\left[-i\frac{k}{d}\xi_2 \cdot \mathbf{X}\right] d^2\xi_2 \quad (8)$$

全息图再现的光波为

$$\begin{aligned} \Delta(\mathbf{X}, k_0, k) = & K \cdot \exp\left[\frac{i}{2}\left(\frac{k}{d} - \frac{k_0}{d_0}\right)|\mathbf{X}|^2\right] \iiint \exp\{i[kh(\xi_2) - k_0 h(\xi_1)]\} \\ & \cdot \exp\left[-i\left(\frac{k}{d}\xi_2 - \frac{k_0}{d_0}\xi_1\right) \cdot \mathbf{X}\right] d^2\xi_1 d^2\xi_2 \cdot R(\mathbf{X}, k_0) \end{aligned} \quad (9)$$

$h(\xi)$ 是随机过程, 对其系综求平均可得全息图再现光波复振幅的平均值:

$$\begin{aligned}
\langle A \rangle &= K \cdot \exp \left[-\frac{\sigma_h^2}{2} (k - k_0)^2 \right] \cdot \exp \left[\frac{i}{2} \left(\frac{k}{d} - \frac{k_0}{d_0} \right) |\mathbf{X}|^2 \right] \\
&\quad \cdot R(\mathbf{X}, k_0) \iint \exp \left[-\sigma_h^2 k_0 k |\xi_1 - \xi_2| / r_h^2 \right] \\
&\quad \cdot \exp \left[-i \left(\frac{k}{d} \xi_2 - \frac{k_0}{d_0} \xi_1 \right) \cdot \mathbf{X} \right] d^2 \xi_1 d^2 \xi_2 \quad (10)
\end{aligned}$$

计算过程中应用了公式:

$$\begin{aligned}
&\langle \exp \{ i [k h(\xi_2) - k_0 h(\xi_1)] \} \rangle \\
&= \exp \left[-\frac{\sigma_h^2}{2} (k - k_0)^2 \right] \cdot \exp \left[-\sigma_h^2 k_0 k |\xi_1 - \xi_2| / r_h^2 \right] \quad (11)
\end{aligned}$$

其中 K 为常数; σ_h 是 $h(\xi)$ 的标准偏差, 测量中亦称为散射体的粗糙度; r_h 是 $h(\xi)$ 的相关长度。对于粗糙散射体有 $\sigma_h^2 k k_0 \gg 1$ (即 $(\sigma_h / \lambda) \gg 1$)。计算(10)式的积分:

$$\begin{aligned}
\langle A \rangle &= K' \exp \left[-\frac{\sigma_h^2}{2} (k - k_0)^2 \right] \exp \left[\frac{i}{2} \left(\frac{k}{d} - \frac{k_0}{d_0} \right) |\mathbf{X}|^2 \right] \\
&\quad \cdot R(\mathbf{X}, k_0) \cdot \delta \left[\left(\frac{d}{k} - \frac{d_0}{k_0} \right) |\mathbf{X}| \right] \cdot \exp \left[-\left(\frac{k r_h}{2d} \right)^2 \frac{|\mathbf{X}|^2}{\sigma_h k k_0} \right] \quad (12)
\end{aligned}$$

观察平面上复振幅的平均值为

$$\begin{aligned}
\langle V(\mathbf{u}) \rangle &= \frac{\exp \left(-i \frac{k}{2F} |\mathbf{u}|^2 \right)}{i \lambda F} \cdot \iint \langle A \rangle \exp \left[-i \frac{k}{F} \mathbf{X} \cdot \mathbf{u} \right] d^2 \mathbf{X} \\
&= K' \cdot \frac{r_h^2}{\sigma_h^2 k k_0} \cdot \frac{\exp \left[-i \frac{k}{2F} |\mathbf{u}|^2 \right]}{i \lambda F} \exp \left[-\frac{\sigma_h^2}{2} (k - k_0)^2 \right], \quad \left(\frac{k}{d_0} \neq \frac{k_0}{d_0} \right) \\
&= K' \cdot (\lambda_0 d_0) \cdot \frac{\exp \left[-i \frac{k}{2F} |\mathbf{u}|^2 \right]}{i \lambda F} \exp \left[-\frac{\sigma_h^2}{2} (k - k_0)^2 \right] \\
&\quad \cdot \exp \left[-\sigma_h^2 k k_0 \left(\frac{d}{F} \right)^2 \frac{|\mathbf{u}|^2}{r_h^2} \right] \otimes \delta \left(u - \frac{\lambda}{\lambda_0} \sin \theta F \right), \quad \left(\frac{k}{d} = \frac{k_0}{d_0} \right) \quad (13)
\end{aligned}$$

经统计计算和归一化求得观察平面上的归一化强度分布是

$$\begin{aligned}
I(\mathbf{u}) &= K'' \exp \left[-\sigma_h^2 (k - k_0)^2 \right], \quad \left(\frac{k}{d} \neq \frac{k_0}{d_0} \right) \\
I(u) &= \exp \left[-\sigma_h^2 (k - k_0)^2 \right] \delta \left(u - \frac{\lambda}{\lambda_0} \sin \theta \cdot F \right), \quad \left(\frac{k}{d} = \frac{k_0}{d_0} \right) \quad (14)
\end{aligned}$$

因为对于粗糙散射体有 $\sigma_h^2 k k_0 \gg 1$, 同时一般都有 $r_h^2 \ll \lambda_0 d_0$, 所以 $K'' \ll 1$ 。 F 是透镜 L' 的焦距。

如果在实验中同时改变 d 和 λ , 当满足 $k/d = k_0/d_0$ 时, 波长为 λ 的激光产生的散斑场与波长为 λ_0 的散斑场(记录在全息图上)是相关的, 在观察平面上出现一个强度正比于 $\exp[-\sigma_h^2 (k - k_0)^2]$ 的相关亮点; 其它波长的光产生的散斑场由于不满足条件 $k/d = k_0/d_0$ 而与全息图上记录的散斑场不相关, 在观察平面上形成强度很小的均匀本底。

分析可见: $k/d = k_0/d_0$ 是散斑场相关的条件。当然, 实际的相关条件并非如此严格。在推导公式时作了些近似才使得相关条件极端化。

三、相关条件和 $\exp[-\sigma_h^2(k-k_0)^2]$ 的实验验证

实验装置如图 3 所示。 $f=250\text{ mm}$ ；氩离子激光器的输出波长可选择。用几个不同的 d

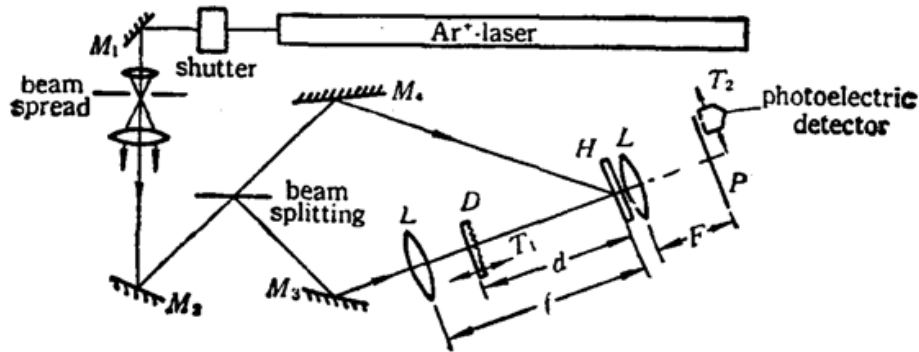


Fig. 3 The experimental setup

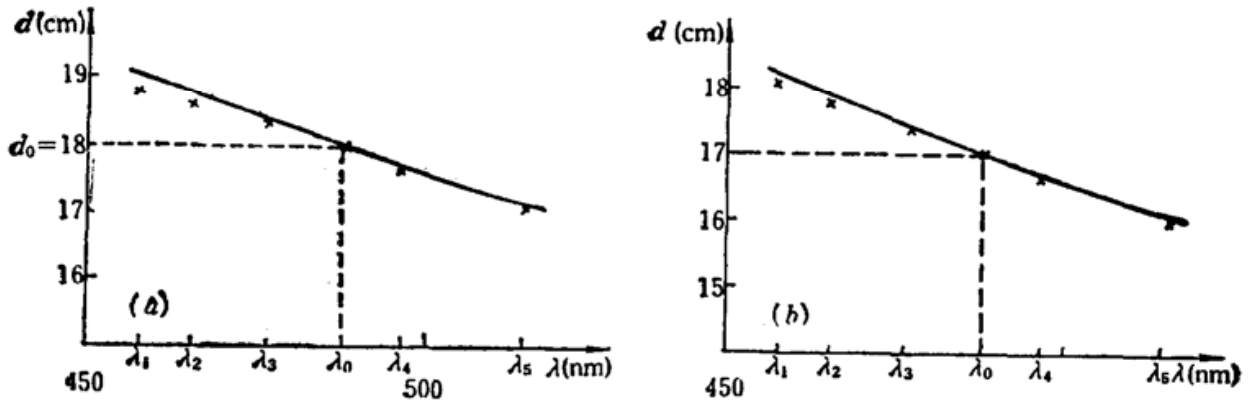


Fig. 4 Verification of the correlation-condition $k/d = k_0/d_0$

“x” measured figure. “—” theoretical curve. $\lambda_0=488.0\text{ nm}$; $\lambda_1=457.9\text{ nm}$; $\lambda_2=465.8\text{ nm}$; $\lambda_3=476.5\text{ nm}$; $\lambda_4=496.5\text{ nm}$; $\lambda_5=514.5\text{ nm}$; (a) $d_0=18\text{ cm}$; (b) $d_0=17\text{ cm}$

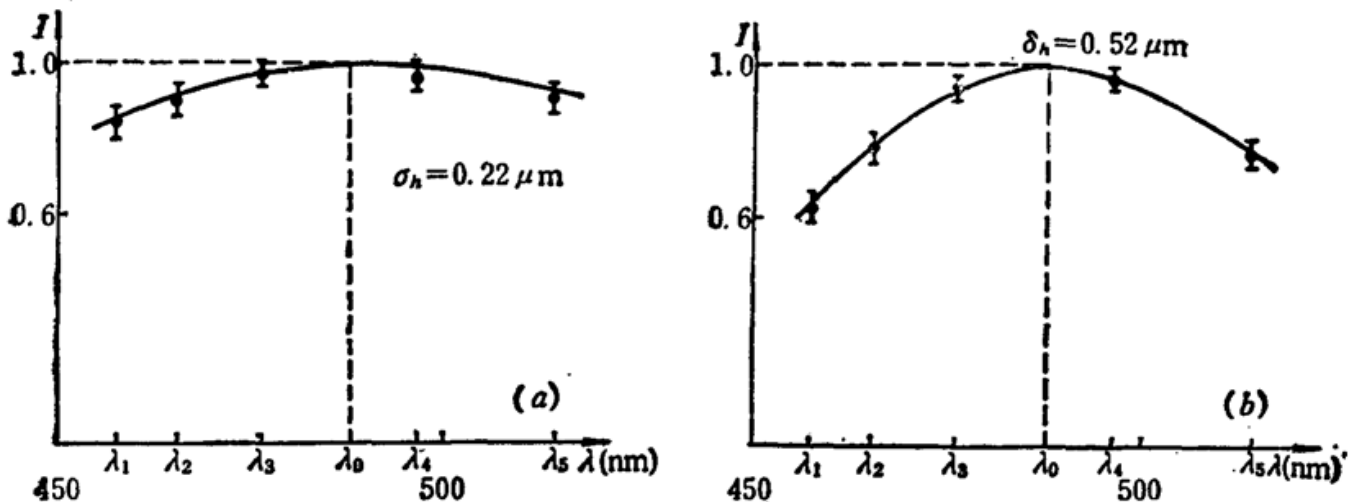


Fig. 5 $I \sim \lambda$ curve as correlation-condition is satisfied. The central spot of “x” indicates the average value of experimental figures, its length represents the mean error.

$d_0=17\text{ cm}$; $\lambda_0=488.0\text{ nm}$; “—”. theoretical curve.

(下转第 870 页)

