

非线性介质膜波导中高阶 TE 模的色散特性

王奇 蔡英时 陈继峰

(上海科学技术大学物理系, 201800)

摘要: 用微扰方法对非线性波动方程求解, 导出了各阶近似下非线性介质膜波导中高阶 TE 模的色散方程和截止波长。研究了高阶 TE 模的色散特性。计算结果表明, 具有功率激发阈值的高阶模的一个传播功率可能对应两个不同的传播常数, 具有光学开关的特性。

关键词: 介质膜波导

Dispersion properties of high-order TE modes in nonlinear dielectric film waveguides

Wang Qi, Cai Yingshi, Chen Jifeng

(Department of Physics, Shanghai University of Science and Technology, Shanghai 201800)

Abstract: The nonlinear wave equation was solved with perturbation method. The dispersion equation and the cut-off frequencies of the high-order TE modes in nonlinear dielectric film waveguide were given in different order approximation. The dispersion properties, the variation of effective indices and the cut-off frequencies of modes with the peak power in the film were studied and two values of the wave number of a high-order mode for a power above the threshold were found.

Key words: dielectric film waveguides

光波在非线性介质膜中的传播特性是当前集成光学领域中的重要研究课题^[1~7]。Kerr 类介质膜中的导波满足非线性波动方程, 方程的准确解是 Jacobi 椭圆函数。虽然文献 [2~4] 严格导出了非线性波的色散方程, 但未能对高阶 TE 模的色散特性进行分析, 文献 [2] 把此归因于高阶 Jacobi 椭圆函数的超越方程的复杂性和它们的反函数的不易求得。现有文献基本上都限于研究介质膜中的非线性基模 TE₀。鉴于通常导波满足的是弱非线性波动方程, 它的解与相应的线性波动方程的解不应相差甚远。本文尝试用微扰方法将非线性波动方程的解表示成相应的线性方程的解与小量非线性 Kerr 系数 α 的幂级数的迭加, 用迭代法求得了基模和高阶模显含模阶数的色散方程, 研究了导波有效折射率随峰值场强、传播功率和光频率的变化关系。这种微扰方法与现已成熟的用于线性波导的方法有了相通之处, 简单易行。

一、非线性波动方程的近似解

研究的介质膜波导的结构如图 1 所示。厚度为 d 的 Kerr 类介质层嵌在两个半无限大的各向同性线性介质中。 ϵ_2 是膜层零光场时的介电常数, α 是 Kerr 系数, ϵ_1 和 ϵ_3 分别是区域 I 和 III 的介电常数。我们取 $\epsilon_2 > \epsilon_3 > \epsilon_1$ 和 $\alpha > 0$, 即研究的是自聚焦 Kerr 类介质膜波导。

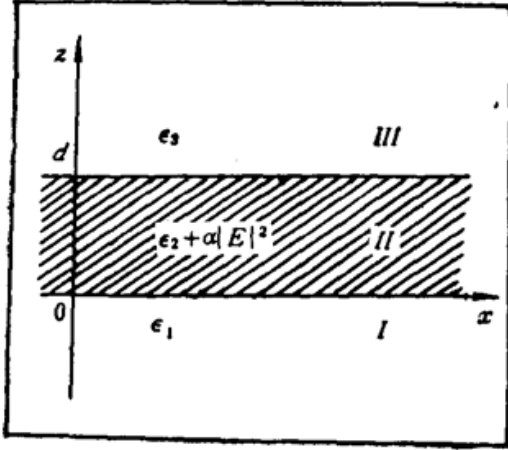


Fig. 1 Basic configuration of nonlinear dielectric waveguide
 $\epsilon_1 = 2.20$, $\epsilon_2 = 2.50$, $\epsilon_3 = 2.30$,
 $\alpha = 1.0 \times 10^{-7} \text{m}^2/\text{N}$

TE 模电场可表示成 $E_y = E(z) \exp i(K_x x - \omega t)$, 波导的三个区域的光电场振幅满足的方程分别是

$$\frac{d^2 E_1(z)}{dz^2} - K_{1z}^2 E_1(z) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d^2 E_2(z)}{dz^2} + (K_{2z}^2 + K_0^2 \alpha E_2^2(z)) E_2(z) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{d^2 E_3(z)}{dz^2} - K_{3z}^2 E_3(z) = 0 \quad (3)$$

其中

$$K_{iz}^2 = K_x^2 - \epsilon_i K_0^2, \quad i = 1, 3,$$

$$K_{2z}^2 = \epsilon_2 K_0^2 - K_x^2, \quad K_0 = \frac{\omega}{c}.$$

这里不考虑传播模的衰减特性, 即将 $E(z)$ 和 K_x 看作实数。Kerr 系数取值一般为 $10^{-8} \text{m}^2/\text{N}$, 远小于 1, 故把它作为参量用微扰方法对非线性波动方程(2)进行求解是可行的。考虑到线性波导膜中 TE 模的横向场分布具有 $E_0 \cos(K_{2z} z - \theta)$ 的函数形式, 所以方程(2)对小量的渐近解可表示为

$$E_2(z) = E_2 \cos(K_{2z} z - \theta) + \sum_{n=1}^N \alpha^n E_{2n}(z) + O(\alpha^{N+1}) \quad (4)$$

其中 E_2 和 θ 是坐标 z 的慢变化函数。把(4)式代入方程(2), 得

$$\begin{aligned} & \left[2E_2 K_{2z} \frac{d\theta}{dz} + \frac{d^2 E_2}{dz^2} - E_2 \left(\frac{d\theta}{dz} \right)^2 \right] \cos(K_{2z} z - \theta) \\ & + \left[-2K_{2z} \frac{dE_2}{dz} + E_2 \frac{d^2 \theta}{dz^2} + 2 \frac{dE_2}{dz} \frac{d\theta}{dz} \right] \sin(K_{2z} z - \theta) \\ & + \alpha \left[\frac{d^2 E_{21}}{dz^2} + K_{2z}^2 E_{21} \right] + \alpha^2 \left[\frac{d^2 E_{22}}{dz^2} + K_{2z}^2 E_{22} \right] + \dots \\ & = -K_0^2 \alpha E_2^3 \cos^3(K_{2z} z - \theta) - 3K_0^2 \alpha^2 E_{21} E_2^2 \cos^2(K_{2z} z - \theta) + \dots \end{aligned} \quad (5)$$

考虑到正弦余弦函数的正交性, 由方程(5)可以得到两个变分方程

$$2E_2 K_{2z} \frac{d\theta}{dz} + \frac{d^2 E_2}{dz^2} - E_2 \left(\frac{d\theta}{dz} \right)^2 = -\frac{3}{4} K_0^2 \alpha E_2^3 \quad (6)$$

$$-2K_{2z} \frac{dE_2}{dz} + E_2 \frac{d^2 \theta}{dz^2} + 2 \frac{dE_2}{dz} \frac{d\theta}{dz} = 0 \quad (7)$$

和微扰方程

$$\frac{d^2 E_{21}}{dz^2} + K_{2z}^2 E_{21} = -\frac{1}{4} K_0^2 E_2^3 \cos 3(K_{2z} z - \theta) \quad (8)$$

准确到 α 的首阶项时, 方程(6)和(7)的等号左边仅保留 $\frac{d\theta}{dz}$ 和 $\frac{dE_2}{dz}$ 项, 立即可以解出

$$E_2 = E_{20} \quad (9)$$

$$\theta = -\frac{3}{8K_{2z}} K_0^2 \alpha E_{20}^2 z + \theta_0 \quad (10)$$

式中 E_{20} 和 θ_0 是常数。由此可进一步得到微扰方程(8)的解

$$E_{21} = \frac{K_0^2}{32K_{2z}^2} E_2^3 \cos 3(K_{2z}z - \theta) \quad (11)$$

如果准确到 α^2 项, 方程(5)等号右边第二项表示为

$$\begin{aligned} & -3K_0^2 \alpha^2 E_{21} E_2^2 \cos^2(K_{2z}z - \theta) = \\ & -\frac{3K_0^4}{128K_{2z}^2} \alpha^2 E_2^5 [\cos(K_{2z}z - \theta) + 2\cos 3(K_{2z}z - \theta) + \cos 5(K_{2z}z - \theta)] \end{aligned} \quad (12)$$

这时由方程(5)导出的两个变分方程和微扰方程是

$$2E_2 K_{2z} \frac{d\theta}{dz} + \frac{d^2 E_2}{dz^2} - E_2 \left(\frac{d\theta}{dz} \right)^2 = -\frac{3}{4} K_0^2 \alpha E_2^3 - \frac{3K_0^4}{128K_{2z}^2} \alpha^2 E_2^5 \quad (13)$$

$$-2K_{2z} \frac{dE_2}{dz} + E_2 \frac{d^2 \theta}{dz^2} + 2 \frac{dE_2}{dz} \frac{d\theta}{dz} = 0 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 E_{22}}{dz^2} + K_{2z}^2 E_{22} \\ & = -\frac{3K_0^4}{128K_{2z}^2} E_2^5 [2\cos 3(K_{2z}z - \theta) + \cos 5(K_{2z}z - \theta)] \\ & \quad - \frac{9K_0^4}{16K_{2z}^2 \alpha} E_2^3 \frac{d\theta}{dz} \cos 3(K_{2z}z - \theta) \end{aligned} \quad (15)$$

方程(13)~(15)的解可用(9)、(10)两式进行迭代而得到

$$\begin{aligned} & E_2 = E_{20} \\ & \theta = -\frac{3K_0^2}{8K_{2z}} \alpha E_{20}^2 z + \frac{15K_0^4}{256K_{2z}^3} \alpha^2 E_{20}^4 z + \theta_0 + O(\alpha^3) \end{aligned} \quad (16)$$

$$E_{22} = \frac{K_0^4}{1024K_{2z}^4} E_{20}^5 \{ \cos 5(K_{2z}z - \theta) - 21 \cos 3(K_{2z}z - \theta) \} \quad (17)$$

至此, 由方程(4)、(11)和(17)可得非线性波动方程(2)的二阶解为

$$\begin{aligned} E_2(z) &= E_{20} \cos(K'_{2z}z - \theta_0) + \frac{K_0^2}{32K_{2z}^2} \alpha E_{20}^3 \cos 3(K'_{2z}z - \theta_0) \\ &+ \frac{K_0^4}{1024K_{2z}^4} \alpha^2 E_{20}^5 [\cos 5(K'_{2z}z - \theta_0) - 21 \cos 3(K'_{2z}z - \theta_0)] + O(\alpha^3) \end{aligned} \quad (18)$$

其中

$$K'_{2z} = K_{2z} \left\{ 1 + \frac{3K_0^2}{8K_{2z}^2} \alpha E_{20}^2 - \frac{15K_0^4}{256K_{2z}^3} \alpha^2 E_{20}^4 \right\} + O(\alpha^3) \quad (19)$$

分析(18)、(19)两式可知, 若取近似解准确到 α 项, 则认为介质膜波导的非线性效应不改变 TE 模的场分布形式, 仅对导波的横向波数 K_{2z} 产生影响。若取近似解准确到 α^2 项, 则非线性效应同时对导波场分布和横向波数产生影响。值得注意的是, 非线性波动方程的高阶近似解引入了新的横向空间频率 $3K'_{2z}$ 和 $5K'_{2z}$ 。

二、色散方程

在介质膜稳定导波情况下,方程(1)和(3)的解具有如下形式:

$$E_1(z) = E_0 \exp(K_{1z}z) \quad z < 0 \quad (20)$$

$$E_3(z) = E_d \exp(K_{3z}z) \quad z > d \quad (21)$$

E_0 , E_d 是上下两界面上的场强, $K_{1z}^2 = K_z^2 - \epsilon_1 K_0^2 = K_0^2(\epsilon_e - \epsilon_1)$, $K_{3z}^2 = K_z^2 - \epsilon_3 K_0^2 = K_0^2(\epsilon_e - \epsilon_3)$, ϵ_e 是导波的有效介电常数,有效折射率为 $n_e = \sqrt{\epsilon_e}$ 。

2.1 近似一阶近似下的色散方程

将(18)、(19)式中的光场和横向波数分别取到等号右边第一和第二项,利用在膜层边界上场与场法向导数连续的条件,令 $\alpha E_{20}^2 = \alpha$, 经计算可得

$$\cos \theta_0 = \pm \frac{K'_{2z}}{K_0(\epsilon_2 - \epsilon_1 + \alpha)^{1/2}} \quad (22)$$

$$\cos(K'_{2z}d - \theta_0) = \pm \frac{K'_{2z}}{K_0(\epsilon_2 - \epsilon_3 + \alpha)^{1/2}} \quad (23)$$

并由此得到 TE_m 模的色散方程

$$K_0 d (\epsilon_2 - \epsilon_e + \alpha)^{1/2} = m\pi + \cos^{-1} \left(\frac{\epsilon_2 - \epsilon_e + \alpha}{\epsilon_2 - \epsilon_1 + \alpha} \right)^{1/2} + \cos^{-1} \left(\frac{\epsilon_2 - \epsilon_e + \alpha}{\epsilon_2 - \epsilon_3 + \alpha} \right)^{1/2} \quad (24)$$

式中 $m = 0, 1, 2, \dots$, 是模阶数。方程(24)与线性介质膜波导的色散方程具有相同形式, α 不为零使得 ϵ_2 变成 $\epsilon_2 + \frac{3}{4} \alpha E_{20}^2$ 。当 $\epsilon_e = \epsilon_3$ 时, $K_{3z} = 0$, 是导波截止点, 色散方程(24)等号右边第二项变为零。所以 TE 模近似一阶近似的截止波长 λ_c 满足

$$(d/\lambda_c)_m = \frac{1}{2\pi} (\epsilon_2 - \epsilon_3 + \alpha)^{-1/2} \left\{ m\pi + \cos^{-1} \left(\frac{\epsilon_2 - \epsilon_3 + \alpha}{\epsilon_2 - \epsilon_1 + \alpha} \right)^{1/2} \right\} \quad (25)$$

取 $\epsilon_1 = \epsilon_3$ 时, 波导具有对称结构, 这时

$$(d/\lambda_c)_m = \frac{m}{2} (\epsilon_2 - \epsilon_3 + \alpha)^{-1/2} \quad (26)$$

截止波长大于非对称波导的截止波长。对于基模 $m = 0$, λ_c 趋向无穷大, 即对称非线性介质膜波导的 TE_0 模没有截止波长。这个结论与线性波导的结论是一致的。

2.2 一阶近似下的色散方程

将(18)、(19)式中光场和横向波数都保留到第二项, 利用边界条件, 并用(22)和(23)式进行迭代, 可以得到

$$\cos \theta_0 = \pm \left\{ \frac{2(\epsilon_2 - \epsilon_1 + \alpha)(\epsilon_2 - \epsilon_e + \alpha)}{2(\epsilon_2 - \epsilon_1 + \alpha) - (\epsilon_e - \epsilon_1)\alpha} \right\}^{1/2} \quad (27)$$

$$\cos(K'_{2z}d - \theta_0) = \pm \left\{ \frac{2(\epsilon_2 - \epsilon_3 + \alpha)(\epsilon_2 - \epsilon_e + \alpha)}{2(\epsilon_2 - \epsilon_3 + \alpha) - (\epsilon_e - \epsilon_3)\alpha} \right\}^{1/2} \quad (28)$$

由此可方便地得到一阶近似下的色散方程

$$K_0 d (\epsilon_2 - \epsilon_e + \alpha)^{1/2} = m\pi + \cos^{-1} \left\{ \frac{2(\epsilon_2 - \epsilon_1 + \alpha)(\epsilon_2 - \epsilon_e + \alpha)}{2(\epsilon_2 - \epsilon_1 + \alpha) - (\epsilon_e - \epsilon_1)\alpha} \right\}^{1/2} + \cos^{-1} \left\{ \frac{2(\epsilon_2 - \epsilon_3 + \alpha)(\epsilon_2 - \epsilon_e + \alpha)}{2(\epsilon_2 - \epsilon_3 + \alpha) - (\epsilon_e - \epsilon_3)\alpha} \right\}^{1/2} \quad (29)$$

和各阶模截止波长 λ_c 满足的表达式

$$(d/\lambda_c)_m = \frac{1}{2\pi} (\epsilon_2 - \epsilon_3 + a)^{-1/2} \left\{ m\pi + \cos^{-1} \left[\frac{2(\epsilon_2 - \epsilon_1 + a)(\epsilon_2 - \epsilon_3 + a)}{2(\epsilon_2 - \epsilon_1 + a) - (\epsilon_3 - \epsilon_1)a} \right]^{1/2} \right\} \quad (30)$$

显然, 与近似一阶的结果相比, 这里 ϵ_1 与 ϵ_3 的差值对色散的影响加重了, Kerr 效应的存在使得膜层的实际折射率增加, 也使得各阶模的截止波长变长。

2.3 二阶近似下的色散方程

在二阶近似下导波的振幅和横向波数由式(18)和(19)表示。利用膜层边界条件和与前面类似的计算步骤可以求得二阶近似下的色散方程:

$$\begin{aligned} & K_0 d \left\{ \epsilon_2 - \epsilon_e + a + \frac{a^2}{40} (\epsilon_2 - \epsilon_e + a)^{-1} \right\}^{1/2} \\ &= m\pi + \cos^{-1} \left\{ \frac{12(\epsilon_2 - \epsilon_1 + a)(\epsilon_2 - \epsilon_e + a)(\epsilon_2 - \epsilon_e)^4 [2(\epsilon_2 - \epsilon_1 + a) + a(\epsilon_e - \epsilon_1)]}{[2(\epsilon_2 - \epsilon_1 + a) - a(\epsilon_e - \epsilon_1)]^2 (\epsilon_2 - \epsilon_e)^4 + a^2 [2(\epsilon_2 - \epsilon_1 + a)(\epsilon_e - \epsilon_1) - a(\epsilon_e - \epsilon_1)]} \right\} \\ &+ \cos^{-1} \left\{ \frac{12(\epsilon_2 - \epsilon_3 + a)(\epsilon_2 - \epsilon_e + a)(\epsilon_2 - \epsilon_e)^4 [2(\epsilon_2 - \epsilon_3 + a) + a(\epsilon_e - \epsilon_3)]}{[2(\epsilon_2 - \epsilon_3 + a) - a(\epsilon_e - \epsilon_3)]^2 (\epsilon_2 - \epsilon_e)^4 + a^2 [2(\epsilon_2 - \epsilon_3 + a)(\epsilon_e - \epsilon_3) - a(\epsilon_e - \epsilon_3)]} \right\}^{1/2} \quad (31) \end{aligned}$$

和截止波长 λ_c 满足的表达式:

$$\begin{aligned} (d/\lambda_c)_m &= \frac{1}{2\pi} \left[\epsilon_2 - \epsilon_3 + a + \frac{\alpha^2 E_{20}^4}{40(\epsilon_2 - \epsilon_3 + a)} \right]^{-1/2} \\ & \left\{ m\pi + \cos^{-1} \left\{ \frac{12(\epsilon_2 - \epsilon_1 + a)(\epsilon_2 - \epsilon_3 + a)(\epsilon_2 - \epsilon_3)^4 [2(\epsilon_2 - \epsilon_1 + a) + (\epsilon_3 - \epsilon_1)a]}{[2(\epsilon_2 - \epsilon_1 + a) - (\epsilon_3 - \epsilon_1)a]^2 (\epsilon_2 - \epsilon_3)^4 + a^2 [2(\epsilon_2 - \epsilon_1 + a)(\epsilon_3 - \epsilon_1) - a(\epsilon_3 - \epsilon_1)]} \right\}^{1/2} \right\} \quad (32) \end{aligned}$$

二阶近似下的上述方程比较复杂, α^2 项的出现使得各阶导模的截止波长小于一阶近似的截止波长。

波导的传播功率可由 Poynting 矢量沿 z 向积分获得。二阶近似下膜层内单位长度内的传播功率为

$$\begin{aligned} P_{II} &= \frac{c^2 \epsilon_0 K_z}{\omega} \frac{E_{20}^2}{2K'_{2z}} \left\{ K'_{2z} d (1 + A^2) + \left[\frac{1}{2} + A(1 - 21A) [\sin 2(K'_{2z} d - \theta_0) - \sin 2\theta_0] \right. \right. \\ &+ \frac{1}{2} A(1 - 21A) [\sin 4(K'_{2z} d - \theta_0) + \sin 4\theta_0] \\ &+ \left. \left. \frac{1}{2} A^2 [\sin 6(K'_{2z} d - \theta_0) + \sin 6\theta_0] \right\} \quad (33) \end{aligned}$$

式中 $A = K_0^2 \alpha E_{20}^2 / (32K'_{2z})$ 。如果 $A = 0$, 上式变成线性介质膜波导中的传播功率。另外, 波导 I、III 区域中的传播功率可由(20)、(21)式得到

$$\begin{aligned} P_I &= \frac{c^2 \epsilon_0 K_x}{2\omega K_{1x}} E_{20}^2 \cos^2 \theta_0 \\ P_{III} &= \frac{c^2 \epsilon_0 K_x}{2\omega K_{3x}} E_{20}^2 \cos^2 (K'_{2z} d - \theta_0) \end{aligned}$$

薄膜传播的总功率是

$$P = P_I + P_{II} + P_{III}$$

三、计算结果与分析

图 2 给出了在不同的膜厚与波长比值的情况下各阶 TE 模有效折射率随膜内峰值场强变化的曲线。曲线表明,由近似一阶解和一阶解的色散方程决定的 TE_m 模的 n_e 与 αE_{20}^2 成线性关系,且相互之间存在偏差。偏差量与 d/λ 、 αE_{20}^2 和模阶数 m 有关。 m 和 αE_{20}^2 给定时, d/λ 值越小,偏差量越大。当 d/λ 和 αE_{20}^2 不变时, m 越大,偏差量越大。据我们的波导结构参量和 αE_{20}^2 值,用近似一阶和一阶色散方程求得的 $n_e \sim \alpha E_{20}^2$ 关系曲线的最大 n_e 相对偏差小于 6%。图 2 表明,由二阶色散方程得到的曲线仅在各导波的 n_e 远离截止点 $\sqrt{\epsilon_3}$ 时,才与 αE_{20}^2

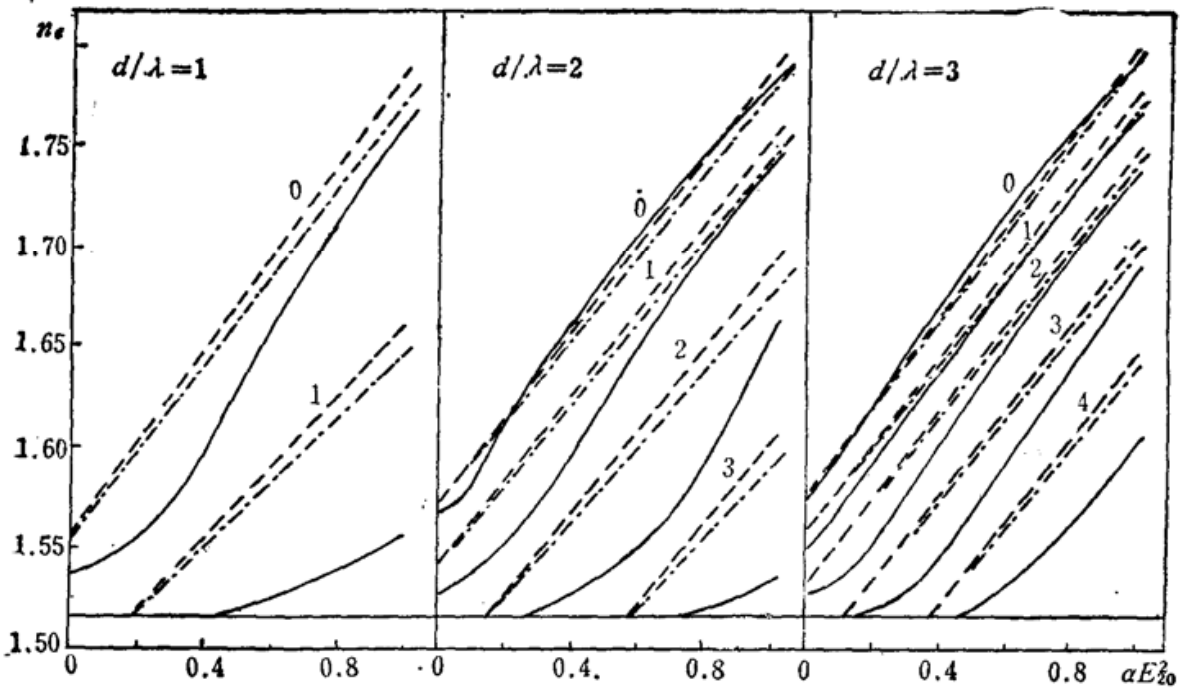


Fig. 2 Effective refractive index n_e of TE_m modes versus αE_{20}^2 .

The numbers labeled are the mode order m

--- the approximate first order approach; -.- the first order approach; — the second order approach

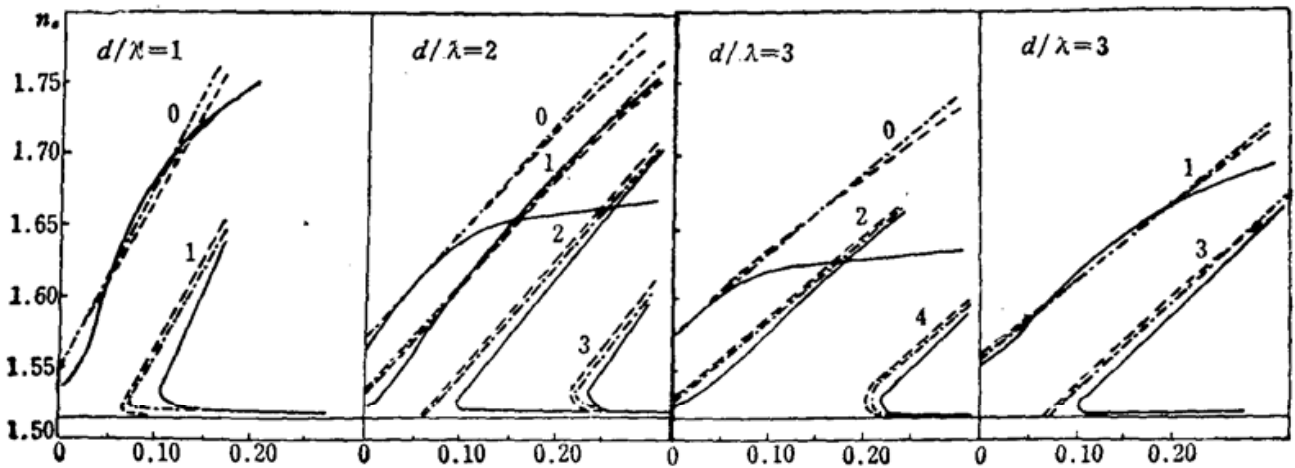


Fig. 3 Variation of effective refractive indices n_e of TE_m modes with the change of total wave power P . The numbers labeled are the order m

--- the approximate first order approach; -.- the first order approach; — the second order approach

成线性关系, 对于大 d/λ 值的低阶模来说, 各阶近似的 n_e 曲线几乎完全重合。一般来说, 在截止点附近二阶 n_e 曲线与近似一阶、一阶的 n_e 曲线有较大偏差, d/λ 值给定时, m 值越大, 这种偏差越大, 且对应于这种最大偏差的 αE_{20}^2 值也越大。对一具体导模来说, d/λ 值越大, 这种偏差的最大值越小, 相应的 αE_{20}^2 值也越小。

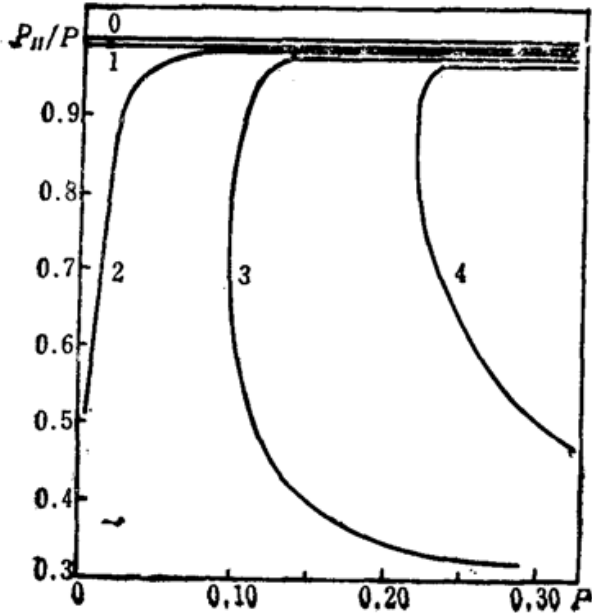


Fig. 4 Power ratio P_{II}/P versus total wave power P of 5 TE modes when $d/\lambda=3$

图 3 给出了在不同 d/λ 值情况下各阶导模有效折射率与传播总功率的关系曲线。可以看出, 近似一阶和一阶的 n_e 值随总功率的变化规律与图 1 中随 αE_{20}^2 的变化规律基本一致。 $d/\lambda=2$ 、 $d/\lambda=3$ 时的 TE_0 模的二阶近似 n_e 值与一阶近似 n_e 值偏离较大是由于两者传播功率的取值范围不同。图 3 还表明一些高阶模具有功率激发阈值, 在阈值之上, 一个传播功率可能对

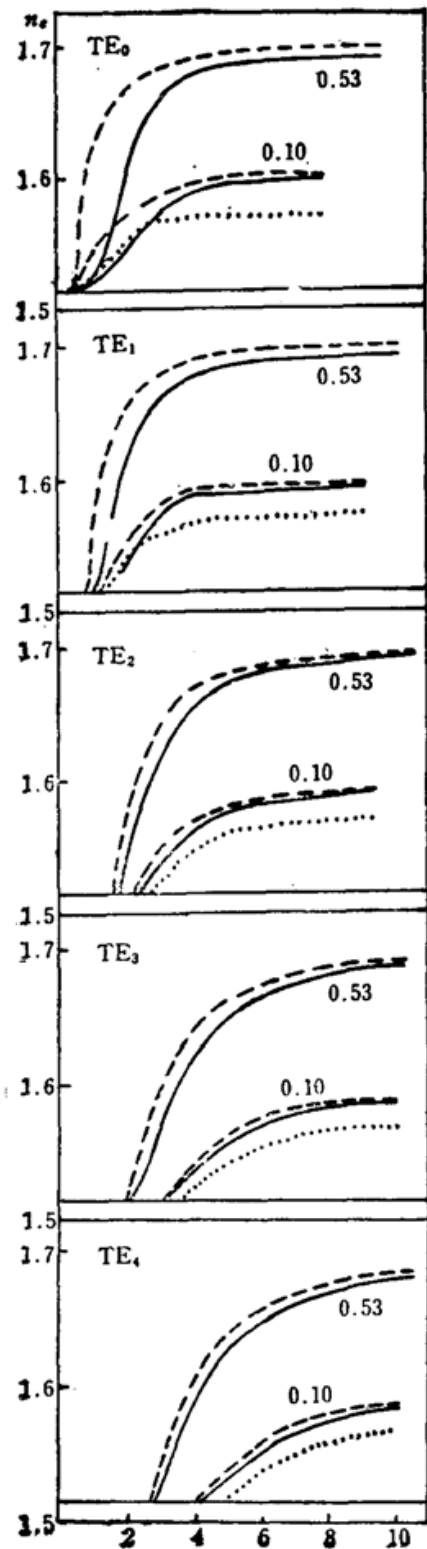


Fig. 5 Dispersion curves of TE_m modes. The numbers labeled are the values of αE_{20}^2
 — the first order approach;
 - - - the second order approach;
 for the case $\alpha=0$

应两个不同的 n_e 值,而这两个 n_e 值分属两个不同的 P_{II} 值。

图 4 给出了 $d/\lambda=3$ 时五个 TE 模的功率比 P_{II}/P 与总功率 P 的关系曲线,二阶近似下的这个计算结果揭示了这种非线性介质膜波导作为光学开关器件的可能性,它与文献[4]用 Jacobi 椭圆函数计算的结果相一致。

图 5 给出了五个 TE 模的色散曲线,由于近似一阶与一阶的曲线基本重合,前者没有画出。各组曲线表明,当峰值场强给定后各导模有一截止波长,而波导的非线性效应使得截止波长增大。 αE_{20}^2 值越大,模阶数越高,截止波长增加越多。曲线还表明,各阶近似的 n_e 值在各导模的截止点附近偏差较大,远离截止点时两条曲线 n_e 接近重合,模阶数越高,拟重合区就越大,重合性也越好。

四、结 束 语

用微扰法求解非线性偏微分方程是一种有效的数学方法^[8],我们现在使用了这种方法使得对非线性高阶 TE 模的分析避免了涉及 Jacobi 椭圆函数及其反函数的复杂的数学处理,使得非线性波导和线性波导的数学处理之间建立了一种比较直接的联系。二阶近似的计算结果表明,具有功率激发阈值的高阶模的一个传播功率有可能对应两个不同的传播常数,具有光学开关的特性。

另外,如果想要获得非线性波动方程(2)的三阶近似解,需要计算 $d^2 E_{21}/dz^2$ 中的 $O(\alpha^2)$ 项和 $d^2 E_{22}/dz^2$ 中的 $O(\alpha)$ 项,写出变分方程和微扰方程并迭代求解,这将是十分复杂的。但是可以预料,三阶近似的计算结果并不能揭示 TE_m 模更新的非线性传播特性。

参 考 文 献

- 1 A. D. Boardman *et al.*, *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-21**, 1701(1985)
- 2 W. R. Holland, *J. Opt. Soc. Am. B*, **3**, 1529(1986)
- 3 A. D. Boardman *et al.*, *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-22**, 319(1986)
- 4 N. N. Akhmedier *et al.*, *Opt. Spectrosc. (USSR)*, **53**, 1529(1986)
- 5 王奇,薛秉章,蔡英时,物理学报, **37**(5), 760(1988)
- 6 后仰东,王奇,蔡英时,中国激光, **17**(7), 420(1990)
- 7 G. I. Stegeman *et al.*, *Appl. Phys. Lett.*, **44**, 830(1984)
- 8 N. N. Bogoliubov, Y. A. Mitropolski, *Asymptotic Methods in the Theory of Nonlinear Oscillations*, New York, 1961