

激光全息光弹用于断裂力学

郭懋林 王亦工

(哈尔滨工业大学力学系工程力学教研室, 150006)

摘要: 本文提出用等和线或等差线最大直径外推逼近法确定 K_I 值, 并与有关理论进行了比较。

关键词: 激光全息光弹, 断裂力学

Application of laser holographic photoelastic method to fracture mechanics

Guo Maolin, Wang Yigong

(Harbin Institute of Technology, Harbin)

Abstract: This paper presents the measurement of K_I by linear extrapolation using maximum diameter of isoline of stress sum or isochromate.

Key words: laser, holograph, photoelastic, fracture mechanics

众所周知, 断裂力学的表征量——应力强度因子(简称 SIF) K_I 是力学计算的重要参量。无论是构件的 K_I 还是材料常数 K_{I0} 都有一个如何准确测定的问题。目前仅用局部场理论公式作为测定和计算的理论基础。但该理论所建立的公式只有在裂纹尖端附近才准确成立, 离尖端愈远误差愈大^[1,2]; 且因小范围塑性区的存在以及尖端曲率半径的影响, 裂尖位置难以准确确定, 从而离裂尖愈近矢径 r 的相对测量误差愈大。本文提出以等和线或等差线最大直径线性外推逼近法确定 K_I 值, 基本上解决了上述问题。所测 K_I 较为可信。

一、理论分析

双悬臂梁(D. C. B)试件楔型加载, 载荷 p 可沿楔型块斜面分解为两个力(摩擦被忽略), 而裂纹尖端距销孔较远。因此可以把 D. C. B 试件看成是简单压缩和紧凑拉伸试件受力情况的组合。

简单压缩:

$$\sigma_y = \sigma_1 = 0$$

$$\sigma_x = \sigma_2 = -p/Bh = \sigma_0 \quad (1)$$

式中, p 为楔型块所加载荷; h 为试件宽度; B 为试件厚度;

紧凑拉伸可看做 I 型裂纹, 裂纹尖端应力场分布^[1]为

$$\sigma_1 = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2}\right) \quad (2)$$

$$\sigma_2 = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2}\right) \quad (3)$$

考虑两种情况的叠加和关系 $\sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_a + \sigma_y$ (张量不变量) 则

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \frac{2K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} + \sigma_0 \quad (4)$$

由光不敏材料的应力光学定律得

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \frac{N_p f_p}{B} \quad (5)$$

联立(4)和(5)得到

$$K_I = \frac{\frac{N_p f_p}{B} - \sigma_0}{2 \cos \frac{\theta}{2}} \sqrt{2\pi r} \quad (6)$$

这就是裂纹尖端等和线与 K_I 关系的曲线方程。由等和线条纹级数 N_p 和相应的 r 和 θ 即可确定 K_I 。因为 r 和 θ 的测量误差以及(6)式在 r 非常小时才近似成立, 从而给 K_I 的准确计算带来了困难。本文意在寻求一种更准确简便的方法确定断裂应力强度因子 K_I 这一断裂力学的重要表征量。由(6)式得

$$r = \frac{K_I^2 \cdot 4 \cdot \cos^2 \frac{\theta}{2}}{S} \quad (7)$$

其中 $S = \left(\frac{N_p f_p}{B} - \sigma_0\right)^2 \cdot 2\pi$, 对一条等和线 S 为常数。由图2知

$$y = r \sin \theta = \frac{4K_I^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}{S} \sin \theta \quad (8)$$

为寻求等和线最大直径, 由条件 $\partial y / \partial \theta = 0$ 得 $\cos \theta = 1/2$, 将有关数字代入(8)式得

$$y_{\max} = 3\sqrt{3}/2S \cdot K_I^2$$

等和线最大直径 D_m 为

$$D_m = 2y_{\max} = 3\sqrt{3}/S \cdot K_I^2 \quad (9)$$

由(9)式知由等和线条纹曲线测得 D_m 和条纹级数 N_p , 就可唯一确定 K_I , 条纹离尖端愈近, K_I 值的准确度愈高。这一算法避免了因 θ 和 r 难以测准带来的误差(可以想象当 r 很小时, 因裂尖位置难定, r 和 θ 的测量相对误差都是很大的)。为了进一步提高测量计算精度, 设由各条等和线所测得的 D_m 和 K_I 成线性关系:

$$K_I = a + bD_m \quad (10)$$

称(10)为 K_I 对 D_m 的线性回归方程。用最小二乘法确定这一最佳直线。以 K_{Ii} 、 D_{mi} 代表同一图片测量和按(9)式计算得到的一组数据, 其离差为

$$\delta_i = K_{Ii} - K_I = K_{Ii} - a - bD_{mi} \quad (11)$$

总离差平方和为

$$Q = \sum_{i=1}^n \delta_i^2 = \sum_{i=1}^n (K_{Ii} - a - bD_{mi})^2 \quad (12)$$

令 $\partial Q / \partial a = 0$; $\partial Q / \partial b = 0$ 得

$$\alpha = \bar{K}_I - b\bar{D}_m \quad \text{其中: } \bar{K}_I = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_{Ii}; \quad \bar{D}_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_{mi}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n D_{mi} \sum_{i=1}^n K_{Ii} - n \sum_{i=1}^n K_{Ii} D_{mi}}{(\sum_{i=1}^n D_{mi})^2 - n \sum_{i=1}^n D_{mi}^2} \quad (13)$$

按(13)式确定(10)式中的 α 和 b 值后, 令 $D_m \rightarrow 0$, 即得所求之 K_I 值。上述方法称为等和线最大直径线性外推逼近法。

同理, 根据局部场理论, 因裂尖存在应力奇异性, 可忽略常应力简单压缩的影响, 由式(2)、(3)和应力光学定律完成等差线最大直径值线性外推逼近法。得到

$$K_I = \sqrt{2\pi} \sqrt{2} \frac{N_o f_o}{B} \sqrt{D_m} \quad (14)$$

式中 f_o 为等差线材料条纹值; N_o 为等差线条纹级数(相当于普通光弹明场中的半级数条纹); D_m 为等差线最大直径; B 为试件厚度。由一组 K_{Ii} 、 D_{mi} 值再应用(11)、(12)、(13)类似的公式即可最后求得 K_I 最佳值。

三、实 验

实验所用设备为上海 711 所生产的全息光弹仪, 光场直径 $\phi 300 \text{ mm}$, 光路如图 1。

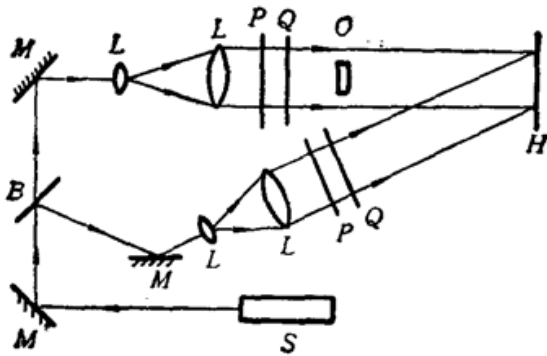


Fig. 1 Schematic diagram for experimental arrangement
 S-Laser source; M-Mirror; B-Beam splitter; L-Lens;
 P-Polarizer Q-Quarter-wave plate; O-Object; H-Holographic film

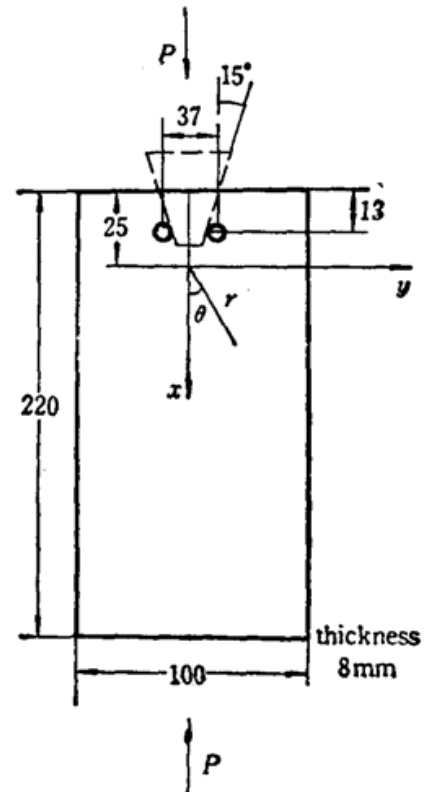


Fig. 2 Schematic diagram of specimen size and loading

采用圆偏振光场, 加载前后各曝光一次记录等和线。加载后一次曝光记录等差线条纹图。再现时将原光路物光档住仅用参考光照射。

试件尺寸及加载示意图如图 2 所示。两种试件外型尺寸相同。

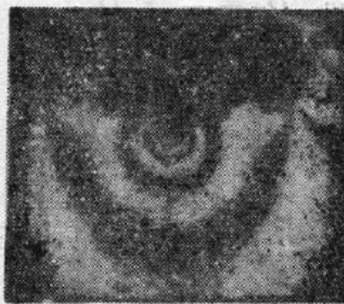


Fig. 3 Isochrone of stress sum



Fig. 4 Isochromatic images

记录等和线时用光不敏材料有机玻璃制成试件, 条纹值 $f_p = 9 N/mm$ 条。

记录等差时用环氧树脂做模型。材料条纹值 $f_e = 12 N/mm$ 条。

试验结果:

双曝记录后再现等和线条纹如图 3。图中比例(与实物)为 1:1.875; 单曝光记录后再现等差线条纹如图 4。图中图物比例为 1:1.3636。

三、 K_I 值计算结果的比较

按本文所述方法与[2]中所涉及的两理论计算结果比较如表 1 所示。

Table 1 Comparison of caculated values of K_I (unit $N mm^{3/2}$)

The method	$P(N)$		
	196	245	294
	K_I		
Linear extrapolation using maximum diameter of isoline of tress sum	19.40	24.28	30.97
Linear extrapolation using maximum diameter of isochromate	20.44	25.11	30.21
Theory of double cantilever beams jointed by half-cylinder	20.58	25.35	30.42
The theory of independent double catilever beam	22.82	28.53	34.24

由表中可看出, 半圆柱体连接两悬臂梁理论与等和线最大直径外推逼近法以及等差线最大直径外推逼近法所得结果接近。

参 考 文 献

- 1 褚武扬, 断裂力学基础, 科学出版社, 北京, 1979, 261, 132
- 2 陈麓, 蔡其巩, *et al.*, 工程断裂力学, 上册, 国防工业出版社, 北京, 1979, 30, 243