

频谱面的精确定位研究

鲍良弼

(合肥工业大学, 230009)

摘要: 本文通过理论分析和实验研究, 应用傅里叶分析、CCD和微机对信号进行采集与处理, 成功地解决了频谱面的精确定位问题, 相对精度 $\approx 0.25\%$ 。

关键词: 傅里叶分析, CCD

Study of exactly locating of frequency plane

Bao Liangbi

(Hefei University of Technology, Hefei)

Abstract: The problem of exactly locating of frequency plane was solved by theoretical analysis and experimental investigations. Fourier analysis methods, CCD-microcomputer data acquisition and processing system were used and a relative accuracy of 0.25% was obtained.

Key words: Fourier analysis, CCD

频谱面的精确定位, 在信息光学实验研究中是一个十分重要的问题。通常的方法是用单色平面光直接垂直照射透镜, 观察后焦面上聚焦光点的大小, 来判断是否调好频谱面。由于人眼的分辨能力有限, 并且因人而异, 所以时有误差发生, 这在频谱分析中造成分析误差; 在动态精密分析测量方面, 严重影响着实验的稳定性与重现性, 一直是困扰实验研究的一个难题。

我们根据标量衍射理论和傅里叶分析方法, 应用 CCD 和微机技术采集处理信息, 对频谱面的精确定位作了较深入的理论分析与实验研究, 解决了信息光学中这一问题。

一、原 理

光路系统如图 1 所示。L 是透镜, S_0 为点光源, P_1 为输入面, P_2 为输出面。输入函数是衍射屏的透过率 $t(x_1, y_1)$ 。由标量衍射理论和透镜的傅里叶变换性质, 在 $1/d_0 + 1/d_2 = 1/f$ 条件下, P_2 平面上的复振幅分布可写为^[1]

$$U(x_2, y_2) = C \exp\left[\frac{ik}{2} \mu (x_2^2 + y_2^2)\right] \cdot T\left(\frac{x_2}{\lambda d_2}, \frac{y_2}{\lambda d_2}\right) \quad (1)$$

$$\mu = \frac{(d_0 - f)(f - d_2)}{(d_0 - d_2)f^2} \quad (2)$$

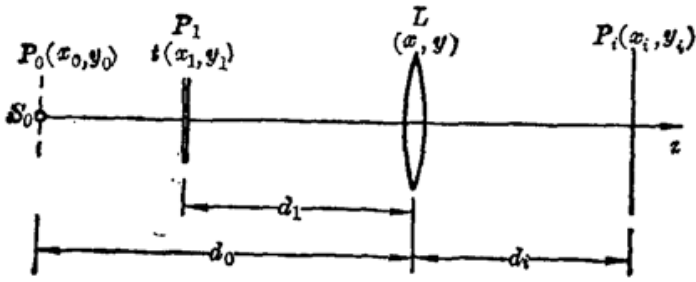


Fig. 1. Optical system

L —lens; S_0 —light source; P_1 —input plane;
 P_i —output plane

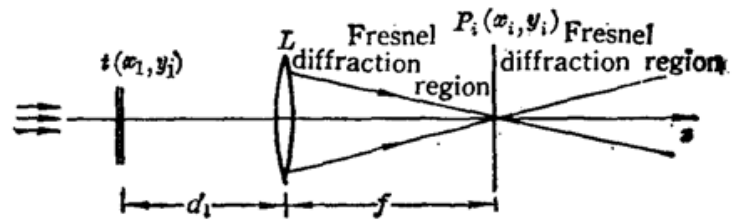


Fig. 2 Diffraction by plane wave illumination

$$\sigma = \frac{(d_0 - d_1)f}{d_0 - f} \quad (3)$$

式中 C 为积分号外的常数因子, $T\left(\frac{x_i}{\lambda\sigma}, \frac{y_i}{\lambda\sigma}\right)$ 的表达式为

$$T\left(\frac{x_i}{\lambda\sigma}, \frac{y_i}{\lambda\sigma}\right) = \iint_{-\infty}^{\infty} t(x_1, y_1) \exp\left\{-i2\pi\left(x_1 \frac{x_i}{\lambda\sigma} + y_1 \frac{y_i}{\lambda\sigma}\right)\right\} dx_1 dy_1 \quad (4)$$

函数 $T\left(\frac{x_i}{\lambda\sigma}, \frac{y_i}{\lambda\sigma}\right)$ 的大小与 σ 有关, σ 由公式(3)决定。

当我们用单色平面波照射时, 相当于点光源 S_0 在无穷远, $d_0 \rightarrow \infty$, 这时公式(2)、(3)变为

$$\mu = (1 - d_1/f)/f \quad (5)$$

$$\sigma = f \quad (6)$$

这时 $d_i = f$, P_i 平面与后焦面重合, P_i 平面则称为频谱面, 其光场分布为

$$U(x_i, y_i) = C \exp\left\{\frac{ik}{2f}\left(1 - \frac{d_1}{f}\right)(x_i^2 + y_i^2)\right\} \cdot T\left(\frac{x_i}{\lambda f}, \frac{y_i}{\lambda f}\right) \quad (7)$$

式中 $T\left(\frac{x_i}{\lambda f}, \frac{y_i}{\lambda f}\right)$ 称为 $t(x_1, y_1)$ 的频谱。这时的复振幅分布虽然还不是准确的傅里叶变换, 但在观察光强分布时, 位相因子被消除。光强 $I(x_i, y_i)$ 表示为

$$I(x_i, y_i) = |U(x_i, y_i)|^2 = C^2 \cdot \left| T\left(\frac{x_i}{\lambda f}, \frac{y_i}{\lambda f}\right) \right|^2 \quad (8)$$

就是说, 当用单色平面波照射衍射屏 $f(x_1, y_1)$ 时, 在透镜的频谱面上的光强分布是 $t(x_1, y_1)$ 的傅里叶变换绝对值的平方, 即 $t(x_1, y_1)$ 的功率谱。

注意, 在后焦面的前方或后方的光场分布仍是菲涅耳衍射区, 如图2所示。

另外, 当衍射物体 $t(x_1, y_1)$ 沿光轴前后移动时, 即改变 d_1 时, 由公式(5)、(6)可知, 参数 μ 改变, 而 σ 值不变。 μ 值改变, 仅引起频谱面上光场的位相变化; σ 是决定频谱尺寸的参数, σ 不变, 后焦面上的频谱 $T\left(\frac{x_i}{\lambda f}, \frac{y_i}{\lambda f}\right)$ 也不变。若 P_i 平面不在后焦面, 则 $1/d_0 + 1/d_i = 1/f$ 不成立, 公式(1)不能简化, $d_i \neq f$, $\sigma \neq f$, 这时公式(7)、公式(8)都不成立, 即 P_i 平面上的光强分布为

$$I(x_i, y_i) \neq C^2 \left| T\left(\frac{x_i}{\lambda f}, \frac{y_i}{\lambda f}\right) \right|^2$$

也就是说, 当 P_i 平面不在后焦面时, 前后移动衍射物体 $t(x_1, y_1)$, 则 P_i 平面上的光强分布不

再保持不变, 而只有 P_i 平面与后焦面重合时, 光强才为恒定分布。

二、实 验

实验装置如图 3 所示。单色平面波应用的是 He-Ne 激光, 波长为 $0.6328 \mu\text{m}$; $P(x_1, y_1)$ 是输入面, 我们选用的标样是朗奇光栅, 25 对线/mm; 固体摄像器件是 GS11 型 2048 线阵 CCD, 当 CCD 驱动电源工作频率为 244kHz 时, 每秒钟可以取样 100 次。透镜是 FJ-300 型傅里叶变换透镜。

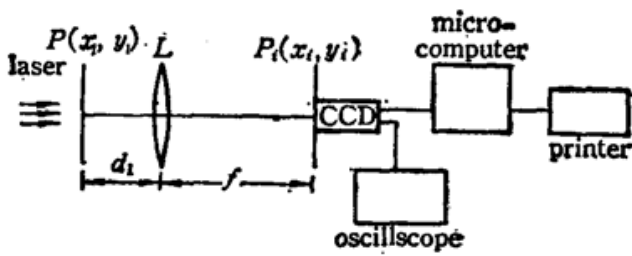


Fig. 3 Experimental configuration

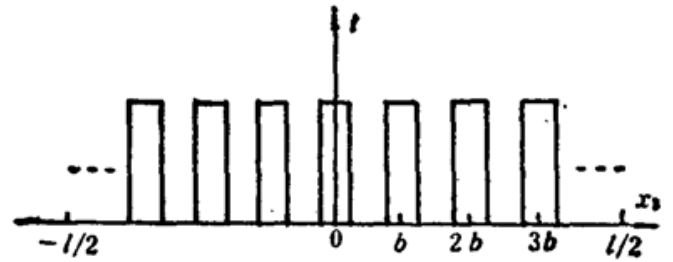


Fig. 4 Ronchi grating

实验时, 我们前后移动光栅, 即改变 d_1 大小, 若 P_i 面上光强分布作展宽或缩窄的变化时, 说明 $d_1 \neq f$, P_i 平面不在后焦面。当 P_i 平面调节到后焦面时, $d_1 = f$, 无论 d_1 增加或是减小, P_i 平面上光强分布恒定不变, 这时的 P_i 平面就是频谱面。

朗奇光栅的衍射: 设 a 为缝宽, b 为光栅常数, l 为光栅总宽度, 用平面波照射时, 光栅的透过率可写为

$$t(x_1) = \left[\text{rect}\left(\frac{x_1}{a}\right) * \frac{1}{b} \text{comb}\left(\frac{x_1}{b}\right) \right] \cdot \text{rect}\left(\frac{x_1}{l}\right) \quad (9)$$

其频谱为

$$\begin{aligned} T(f_s) &= a \text{sinc}(af_s) \text{comb}(bf_s) * l \text{sinc}(lf_s) \\ &= \frac{a}{b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{an}{b}\right) \cdot \delta\left(f_s - \frac{n}{b}\right) * l \text{sinc}(lf_s) \\ &= \frac{al}{b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{an}{b}\right) \cdot \text{sinc}\left[l\left(f_s - \frac{n}{b}\right)\right] \end{aligned}$$

频谱面上光强分布为

$$I(f_s) = \left(\frac{al}{b}\right)^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{sinc}^2\left(\frac{an}{b}\right) \cdot \text{sinc}^2\left[l\left(f_s - \frac{n}{b}\right)\right] \quad (10)$$

从式(10)看到谱点间距由 $\text{sinc}^2\left[l\left(f_s - \frac{n}{b}\right)\right]$ 决定。已知 $f_s = x_i/\lambda f$, 又设谱点间距为 X , 则

$$X/\lambda f = 1/b$$

故

$$f = b/\lambda \cdot X \quad (11)$$

在光栅常数 b 已知后, 测出亮点间距 X , 即可求出焦距 f 。

三、分析与讨论

3.1 高斯光束的影响

激光束是高斯光束,用它来替代平面波照射光栅,将产生那些影响呢?基模高斯光束的光场表达式为^[2]

$$u(x_1, y_1, z) = \frac{A_0}{w(z)} \exp\left[-\left(\frac{x_1^2 + y_1^2}{w^2(z)}\right)\right] \cdot \exp\left\{-\left[\frac{i k}{2R(z)}(x_1^2 + y_1^2) + z\right] + i\varphi(z)\right\} \quad (12)$$

式中 A_0 为常数, $w(z)$ 为 z 点光斑半径, $R(z)$ 为高斯光束在 z 处波阵面的曲率半径, $\varphi(z)$ 为附加位相。对式(12),可分两部份讨论:第一部份 $\frac{A_0}{w(z)} \exp\left[-\left(\frac{x_1^2 + y_1^2}{w^2(z)}\right)\right]$ 为振幅部份,经透镜的傅里叶变换作用后,仍是高斯分布,它与 $T(f_\omega)$ 的卷积,是使谱点平滑展宽,不改变谱点间距;第二部份 $\exp\left\{-\left[\frac{i k}{2R(z)}(x_1^2 + y_1^2) + z\right] + i\varphi(z)\right\}$ 是位相部份可分解为无穷多个连续变换倾角 θ 的平面波,它们照射到光栅上,使光场增加一个位相因子,经过透镜变换后,使光栅频谱产生位移。由于倾角 θ 是连续变化的,又是轴对称的,因此频谱面上的谱点展宽成为一个圆斑。在对 1 m 氦氖管,在高斯光束的准直距离内,发散角 $\theta' \approx 0.316 \text{ mrad}$ ^[3],这样计算出它在频谱面上引起的最大位移量 $\Delta x_i = \pm 0.096 \text{ mm}$ 。与谱点间距相比较,约为 1%。测量时,只要注意取好谱点的中心位置,对谱点间距的测量没有影响。

3.2 精度分析

从实验原理看出,频谱面定位精度与标样的选取、OOD 的分辨率、信号处理及透镜误差有关。

由公式(11),得焦距误差公式:

$$\Delta f/f = \Delta b/b + \Delta \lambda/\lambda + \Delta X/X \quad (13)$$

$\frac{\Delta b}{b}$ 是光栅的相对误差,我们应用测量显微镜,读出 100~200 条条纹的宽度,共测十余次,得出光栅常数平均值 $\bar{b} = 39.809 \mu\text{m}$, $\sigma = \pm 0.014 \mu\text{m}$ 。取极限误差 3σ ,则相对误差为

$$\Delta b/b = 3\sigma/b = \pm 0.10\%$$

对于氦氖激光器, $\Delta \lambda/\lambda$ 很小,可以忽略不计。为了测量 X ,在频谱面放置 OOD,它将光强信号转变为电压信号,输入到电压比较器,转换为一系列方波,将相邻方波的中点作为谱点位置,并同时测量几个谱点之间的距离用逐差法处理,可将误差控制在一个光敏元之内。设 X 在 OOD 上分布为 NS ,即 $X = NS$, S 为每个光敏元的尺寸, N 为一个间距中的光敏元数。则

$$\Delta X/X = \Delta N/N + \Delta S/S \quad (14)$$

$\frac{\Delta S}{S}$ 是光敏元尺寸的相对误差,测量得 $< \pm 0.07\%$ 。由于采用多点测量平均求 X 方法, $\frac{\Delta N}{N}$ 可取 $\pm 1/2000 = \pm 0.05\%$ 。

透镜误差:我们选用了桂林光仪厂特制的 FJ-300 型傅里叶变换透镜,通光孔径 60 mm,在直径 30 mm 范围内,频谱线性相对误差 $< 0.03\%$ 。若要应用一般成像透镜替代傅里叶变换透镜,则要严格控制其谱点位置的误差在一个分辨点尺寸之内。

最后总误差综合为

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta S}{S} + \text{透镜误差} \quad (15)$$

应用极差法进行处理:

$$\Delta f/f = \pm(0.10\% + 0.05\% + 0.07\% + 0.03\%) = \pm 0.25\%$$

式(15)中前三项都是遵守正态分布的随机误差,因此实际的测量误差 $\leq \pm 0.25\%$ 。为了保证这一精度,要求频谱面的微调机构的最小读数 $\leq 0.01 \text{ mm}$ 。

通过理论分析和实验研究,我们较满意地完成了频谱面精确定位研究,满足了动静测量的实验要求,解决了有关仪器的重现性与稳定性问题,具有重要的实用价值^[4]。

本项研究还派生一项测量技术,提出一个测量正透镜焦距的新方法,和最常用的平行光管测焦距方法比较,测量精度相似^[5]。

参 考 文 献

- 1 清华大学,信息光学基础,机械工业出版社,1985,100~110
- 2 陈天杰,激光基础,高等教育出版社,1987,38
- 3 陈天杰,激光基础,高等教育出版社,1987,48
- 4 吴世雄, *et al.*, 中国激光, **15**(5), 286~288
- 5 吴金康 *et al.*, 光学测量,机械工业出版社,1985,123

NYAB 晶体通过鉴定

NYAB[$\text{Nd}_x\text{Y}_{1-x}\text{Al}_3(\text{BO}_3)_4$]晶体是一种既有高非线性系数、很大受激发射截面而又有良好物化性能的自倍频激光晶体。它既可输出基频光($1.32\mu\text{m}$ 和 $1.06\mu\text{m}$),又可输出倍频光($0.66\mu\text{m}$ 和 $0.53\mu\text{m}$)。正因为具有这些特点,因此,它已成为目前国际上较为重视的一种激光工作物质。

中国科学院福建物构所研制的 NYAB 晶体,无论是晶体质量还是器件输出水平(包括激光功率和效率),从总体上看都处于国际较先进的地位。

他们利用 $\phi 42 \times 12 \text{ mm}$ 晶体棒所做的激光器,用半导体二极管泵浦,其 $0.531\mu\text{m}$ 的阈值为 4.7 mW ,输出功率 70 mW ,效率 17.5% ;用脉冲钛宝石激光泵浦时,其同样波长的激光阈值 $< 1 \text{ mW}$ (平均功率),激光输出功率 27.6 mW (平均功率),效率为 27.6% 。

该成果已于 1991 年 7 月 4 日至 6 日在中国科学院数理化学局在北京主持的鉴定会上通过了专家们的鉴定。

(开 云)