

## 光学双稳系统的耗散与合作效应

欧 发

(华南理工大学应用物理系, 510641)

**提要:** 本文基于作者所导出的混合型光学双稳系统与原子相关的耗散表达式, 详细地讨论了光学双稳系统中原子间的相关效应, 即合作效应。证明了在低透支上原子的合作行为, 以及在高透支上的单原子行为, 是一种普遍现象, 不局限于理想化的二能级原子物质。

**关键词** 非线性效应, 双稳态, 合作效应

### Dissipation and cooperative effect in optical bistable systems

*Ou Fa*

(Department of Applied Physics, South China University of Technology, Guangzhou)

**Abstract:** This paper discusses the relation between the dissipation and the cooperative effect in optical bistable systems (OBS) far from thermodynamic equilibrium, which is based on the formulation of the dissipative power for mixed OBS. It has been shown that the cooperative behavior in lower branch and the one-atom behavior in higher branch are of universal significance to the optical bistability.

**Key words:** nonlinear effect, bistability, co-operative effect

### 一、引 言

远离热平衡的开系的合作现象, 或自组织, 在 Prigogine 的耗散结构理论以及 Haken 的协同学中占有中心位置。在量子光学领域, 它同样也受到人们的重视, 人们用一个特定的参量——合作参量  $C$  来描述光学耗散系统的集体行为<sup>[1]</sup>。Bonifacio 与 Lugiato(1977)根据共振荧光的特征讨论了光学双稳性的合作效应<sup>[2]</sup>。他们从反映二能级原子与场相互作用的 Maxwell-Bloch 方程定态情况出发, 导出在高透支上能级布居  $N_2$  与原子总数  $N$  的一次方成正比; 在低透支,  $N_2$  与  $N$  成反比。继而考虑到荧光强度应与  $N_2$  成正比, 因而得出结论: 在高透支的荧光辐射具有不相干的单原子行为; 在低透支的荧光具有原子间的合作行为。迄今为止, 这是说明光双稳系统合作效应的主要论据。荧光是一种由自发辐射跃迁引起的耗散, 此外还有无辐射跃迁的耗散。本文通过与原子相关的全部耗散, 而且依据比较广泛的前提来探讨光双稳系统的单原子行为和合作行为。

## 二、讨论问题的依据

在文献[3]中, 我们根据光与物质相互作用的能量守恒关系、腔的边界条件以及平均场极限<sup>[4]</sup>, 导出了吸收与色散兼容的光双稳系统中与原子相关的耗散功率表达式:

$$P = \frac{cA}{8\pi} [E_I(E_I + E_T^*) - 2|E_T|^2] \quad (1)$$

其中  $A$  为腔中介质的截面积,  $c$  为光速, 而  $E_I$  为入射场振幅(实数),  $E_T$  为透射场复振幅。令  $\phi$  为透射场相对入射场的相位, 则有

$$E_T = |E_T| e^{i\phi} \quad (2)$$

腔内沿光传播方向( $z$ 轴)的平均场  $\bar{E}$  与  $E_T$  有相同的相位, 即

$$\bar{E} = |\bar{E}| e^{i\phi} \quad (3)$$

因为根据平均场理论, 可以证明(见附录)

$$E_T = \sqrt{T} \bar{E} (= \sqrt{T} E(z) |_{z=L}) \quad (4)$$

其中  $T$  为输入与输出端半反镜的光强透过率(实数)。 $\phi$  则由非线性介质极化率的实部  $\chi_a(|\bar{E}|)$ (主色散)与虚部  $\chi_o(|\bar{E}|)$ (主吸收, 即主耗散)按下列诸式来决定<sup>[5]</sup>:

$$\cos \phi = R / \sqrt{R^2 + X^2}, \quad (5a)$$

$$R = 1 + \frac{\omega_0 L}{2cT} \chi_o(|\bar{E}|) = 1 + \tilde{\chi}_o(|\bar{E}|), \quad (5b)$$

$$X = \theta_c - \frac{\omega_0 L}{2cT} \chi_a(|\bar{E}|) = \theta_c - \tilde{\chi}_a(|\bar{E}|) \quad (5c)$$

其中  $L$ ——腔中介质的长度,  $\theta_c$ ——腔模相对入射场频率  $\omega_0$  的标度化失谐。而  $|E_T|$  与  $E_I$  之间的关系式可简写成<sup>[5]</sup>

$$E_I^2 = |E_T|^2 [R^2(|\bar{E}|) + X^2(|\bar{E}|)] \quad (6a)$$

也可以写成标度化的形式:

$$y^2 = x^2 [R^2(x) + X^2(x)] \quad (6b)$$

其中

$$y = E_I / \sqrt{S}, \quad x = |E_T| / \sqrt{S}, \quad \sqrt{S} \equiv \kappa \sqrt{\gamma_l \gamma_{\perp} T / \mu} \quad (6c)$$

标度化因子  $\sqrt{S}$  中的  $\gamma_l, \gamma_{\perp}$  及  $\mu$  依次代表纵、横向弛豫率及原子电偶极矩的模数。(5)与(6)式正是文献[5]中方程组(2a)与(2b)的静态解, 并考虑到其中合作参量  $\mathcal{O}$

$$\mathcal{O} = \frac{\alpha L}{2T} \quad (\alpha \text{——线性吸收系数}) \quad (7)$$

综合考虑(4)~(6)诸式, 不难将(1)式改写成如下的形式:

$$P = V \omega_0 \chi_o(|\bar{E}|) (|\bar{E}|^2 / 8\pi) \quad (8)$$

或

$$P = \frac{V \kappa^2 \gamma_l \gamma_{\perp} K_c}{4\pi \mu^2} \tilde{\chi}_o(x) x^2 \quad (9)$$

其中  $V$  为介质的体积:

$$V = LA \quad (10)$$

$K_c$  为腔的衰变率:

$$K_c = cT/L \tag{11}$$

值得指出,在推导(1)式<sup>[3]</sup>,以及将(1)转变成(8)式过程中都曾运用了腔的边界条件,并反复运用平均场理论,但是,最后的结果(8)式是一个普遍化的介质在交变电磁场中功率损耗公式<sup>[6]</sup>,它不受腔的形式和平均场近似的限制,而且适用于任何类型的物质。(9)式是(8)式的标度化形式,与(8)式完全等价。(8)或(9)式是我们下面讨论问题的依据或出发点。

### 三、纯吸收情况

首先就纯吸收型光双稳系统(简称 AOBS)讨论原子间的相关效应(即合作效应)对原子耗散的影响。纯吸收型意味  $\theta_c = \tilde{\chi}_a(x) = 0$ ,相相对于二能级原子物质,这时(9)式的  $\tilde{\chi}_a(x)$  为<sup>[4]</sup>

$$\tilde{\chi}_a(x) = 2C/(1+x^2) \tag{12}$$

以及(6b)式(5b)式,则有

$$y = x(1 + 2C/(1+x^2)) \tag{13}$$

其中合作参量  $C$ 可表达成

$$C = \left(\frac{\alpha L}{2T}\right) = g^2 \frac{\sigma N}{2} / K_c \gamma_{\perp} \tag{14}$$

上式的  $g$  为原子与场耦合强度:

$$g = (2\pi\omega_0/\hbar V)^{\frac{1}{2}} \mu \tag{15}$$

根据涨落-耗散定理,(14)式中  $\sigma$  是一个含热库温度  $T_b$  的因子<sup>[7]</sup>:

$$\sigma = \frac{1 - e^{-\lambda}}{1 + e^{-\lambda}}, \quad \lambda = \frac{\hbar\omega_0}{\hbar T_b} \tag{16}$$

而(14)式中的  $\sigma N/2$  代表在没外场,即热平衡时下能级与上能级布居差之一半。

当合作参量  $C$  足够大,即  $C \gg 1$ ,按(13)式绘出的入射场  $y$  与透射场  $x$  之间的关系曲线如图 1 所示。由此可见,在高透支  $\omega^2 \gg 1$ ,相应的(12)式与(13)式中,有近似:

$$1/(1+x^2) \simeq 1/x^2 \tag{17}$$

同时考虑到(14)与(15)两式,这样,在高透支介质中的耗散表达式就近似成为

$$P = \hbar\omega_0 \gamma_{\perp} (\sigma N/2) \tag{18}$$

由(18)式可见,当合作参量  $C$  足够大时,在高透支有:(1)虽有入射场存在,但介质中的耗散  $P$  与光场强度无关,这实质说明吸收达到完全饱和;(2)  $P$  与反映原子与热库不相干(无规)的非弹性碰撞(形成原子与热库之间不相干的能量交换)的纵向弛豫率  $\gamma_{\perp}$  成正比;(3)与热平衡时下、上能级布居差  $\sigma N/2$  成正比,即与原子总数  $N$  成正比。

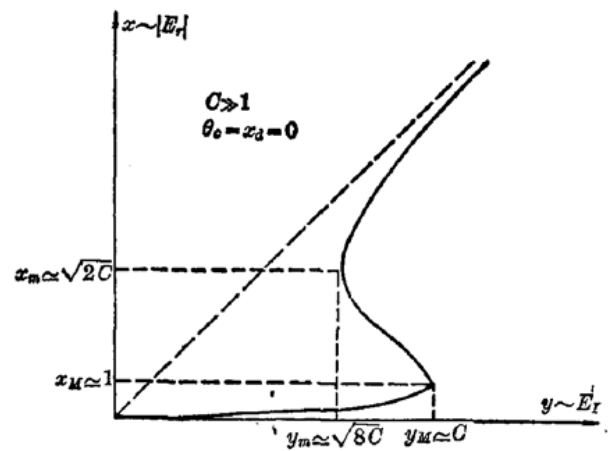


图 1

总之,在高透支的耗散,体现了互不相关的单原子行为。

下面再来考察低透支。当  $C \gg 1$ ,在低透支上,  $x$  最高为  $x_M \approx 1$ ,这样(13)式可近似表示为

$$y = 2O/x(1+x^2) \quad (19)$$

由此解出

$$x = y/O(1 \pm \sqrt{1-y^2/O^2}) \quad (20)$$

若取负号, 则当  $y=0$  时,  $x$  为  $0/0$  的不定式, 故只应取正号, 即  $x$  的唯一解为

$$x = y/O(1 + \sqrt{1-y^2/O^2}) \quad (21)$$

综合利用(19)式、(12)式及(21)式, 可将低透支上的(9)式转变成

$$P = \frac{V\hbar^2\gamma_l\gamma_\perp K_c}{4\pi\mu^2} \frac{y^2}{O(1 + \sqrt{1-y^2/O^2})} \quad (22a)$$

再按(6c)式将标度化入射场  $y$  还原为  $E_I$ , 同时考虑到

$$(OA/4\pi)E_I^2 = \phi_I = \text{入射光能流} \quad (22b)$$

则(22a)式可化为如下形式:

$$P = \frac{1}{O} \frac{\phi_I}{(1 + \sqrt{1 - \phi_I/(\phi_I)_M})} \quad (22c)$$

为了利于讨论问题, 用(14)式取代上式中的  $O$ , 再将其中各参量作适当的调整, 得

$$P = \frac{1}{2\bar{g}^2} \left(\frac{\bar{r}^3}{\tau}\right) \left(\frac{\gamma_\perp}{\sigma}\right) \frac{\phi_I}{1 + \sqrt{1 - \frac{\phi_I}{(\phi_I)_M}}} \quad (22d)$$

其中  $(\phi_I)_M$  为对应于上跳阈值  $y_M = O$  的入射光能流。

(22d) 式清楚地告诉我们: (1) 在低透支上介质耗散  $P$  与原子间的平均距离  $\bar{r} = \sqrt[3]{V/N}$  的三次方成正比, 说明原子间有相关效应, 而且这种相关效应约束了原子的耗散。原子相互靠得愈近, 对耗散的抑制愈强; (2)  $P$  与光子在腔中平均寿命  $\tau = 1/K_0$ , 以及光场-原子耦合强度  $\bar{g}^2 = (2\pi\omega_0/\hbar) \cdot \mu^2$  均成反比; 说明这种原子间的相关性是以光子场为媒介; (3) 与高透支不同, 在低透支耗散  $P$  不是与个别原子的纵向弛豫率  $\gamma_l$  成正比, 而是与横向弛豫率  $\gamma_\perp$  成正比。说明了从原子各自独立的行为考虑, 只有原子与热库的非弹性碰撞, 才能直接影响原子与热库的能量交换, 即影响耗散, 而横向弛豫率  $\gamma_\perp$  中包含了弹性碰撞, 弹性碰撞可以破坏原子相位上的有序, 即在一定程度上要破坏低透支上原子间的相关性, 相应降低了这种相关性对耗散的约束。这也说明在低透支上的耗散是原子集体的相关行为与不相干的个体行为竞争的结果。

总之, 光双稳系统在低透支上的耗散体现了原子的集体行为, 即合作行为。或者说, 在低透支上的耗散是一种有组织的耗散。

#### 四、普遍情况

所谓普遍情况, 指吸收与色散兼容, 而且腔中的非线性介质不局限于二能级原子物质。对于任何非线性介质, (5b) 式以及(9)式中的标度化主吸收的极化率  $\tilde{\chi}_a(x)$  与(5c) 式中标度化主色散的极化率  $\tilde{\chi}_s(x)$  都是与合作参量  $O$  成正比的<sup>[4]</sup>, 因此,  $\tilde{\chi}_s(x)$  与  $\tilde{\chi}_a(x)$  可表达成

$$\tilde{\chi}_s(x) = O\tilde{\chi}_s(x), \tilde{\chi}_a(x) = O\tilde{\chi}_a(x) \quad (23)$$

分别代入(5b)与(5c)后, 再用(5b)与(5c)分别取代(6b)中的  $R(x)$  与  $X(x)$ , 得

$$y^2 = x^2 [(1 + O\tilde{\chi}_s(x))^2 + (\theta_0 - O\tilde{\chi}_a(x))^2] \quad (24)$$

从此式可以大体上看出,在光双稳区的低透支,合作参量  $O$  愈大,透射光强  $x^2$  则愈低,当  $O$  足够大,即当

$$O\chi_a \gg 1, O\chi_d(x) \gg \theta_c \quad (25)$$

时,则在低透支,(24)式可表达成

$$y^2 = x^2 O^2 [\bar{\chi}_a^2(x) + \bar{\chi}_d^2(x)] \quad (26)$$

在低透支  $x$  总是相当低,譬如说,  $x \ll 1$ , 相应为零级近似下  $x$  的解为

$$x^{(0)} = y/O \sqrt{\bar{\chi}_a^2(0) + \bar{\chi}_d^2(0)} \quad (27)$$

于是按(9)式得在普遍情况下低透支上的耗散  $P$  (一级近似)为

$$P_{\text{低透}} = \frac{V\hbar^2\gamma_{\parallel}\gamma_{\perp}K_c}{4\pi\mu^2} \frac{1}{O} \frac{y^2\bar{\chi}_a(0)}{\bar{\chi}_a^2(0) + \bar{\chi}_d^2(0)} \quad (28)$$

这虽然是一个近似的结果,但代表在低透支上耗散  $P$  的主要部分。参照(22a)~(22d),显然可将(28)式改写成

$$P_{\text{低透}} = \frac{1}{2g^2} \left( \frac{\bar{\gamma}^3}{\tau} \right) \left( \frac{\gamma_{\perp}}{\sigma} \right) \frac{\phi_I \bar{\chi}_a(0)}{\bar{\chi}_a^2(0) + \bar{\chi}_d^2(0)} \quad (29)$$

该式与(22d)式完全相似,特别是其中说明在低透上原子间相关效应的因子,即  $\frac{1}{2g^2} \left( \frac{\bar{\gamma}^3}{\tau} \right) \left( \frac{\gamma_{\perp}}{\sigma} \right)$  因子,与(22d)完全相同。

因此,有相当充分的论据可以判断:本征型光子双稳系统在低透支上原子间的相关效应,或合作效应,是一个普遍现象,并不局限于吸收型的二能级原子物质。

在高透支上若吸收接近完全饱和,与原子相关的耗散则与光强无关。在这种情况下,(9)式中的

$$\tilde{\chi}_a(x)x^2 (= \bar{\chi}_a(x)x^2) = O \cdot W \quad (30)$$

$W$  为常数。考虑到  $O$  的表达式(14)及其中  $g^2$  的表达式(15),在高透支上耗散  $P$  成为

$$P_{\text{高透}} = \hbar\omega_0\gamma_{\parallel}(\sigma N/2) \cdot W \quad (31)$$

此式与(18)式也相同,仅差一个无关紧要的常数,(18)式可以看成(31)式的一个具体情况(吸收型二能级原子物质)。

因此,只要吸收接近饱和,光双稳系统在高透支的单原子行为也是一个普遍现象。

## 五、结 论

1. 本文发展了 Bonifacio 与 Lugiato 关于 OBS 高透支单原子行为与低透支的合作行为的论据,证实这是 OBS 的一个普遍现象。

2. 本文揭示了作为远离热平衡 OBS 所产生的合作效应与通过原子发生的耗散  $P$  有密切联系:(1)一方面是耗散——系统与环境的能量交换——维持着 OBS 高、低透支耗散的不对称,相应也维持着低透支上的合作行为。因为,由(8)式可见,对于入射光完全透明的介质,  $\chi_a = 0$ <sup>[4]</sup>,相应高、低透支上耗散  $P$  均为零,在此意义上,高、低透支的状态是完全对称的。另一方面又说明低透支上的合作行为是原子通过光场发生相干行为与耗散(不相干行为)竞争的结果。

## 参 考 文 献

- 1 R. Bonifacio *et al.*, Dissipative systems in Quantum Optics, ed. by R. Bonifacio, Springer-Verlag, 1982, 1—9
- 2 R. Bonifacio *et al.*, Coherence and Quantum Optics IV, Proc. Fourth Rochester Conf., 1977, eds L. Mandel and E. Wolf, Plenum, New York, 249
- 3 Fa. Ou *et al.*, *Opt. Commun.*, **65**(3), 221(1988).
- 4 L. A. Lugiato, Theory of Optical Bistability, in: Progress in Optics XXI, ed. by E. Wolf, Elsevier Science Pub. 1984, 87
- 5 欧发, 蔡永强, 物理学报, **37**(2), 330(1988)
- 6 A. Yariv, Quantum Electronics, 2nd ed, John Wiley and Sons, 1975
- 7 F. Casafrande and L. Lugiato, Quantum Optics, ed. by G. A. Engbrecht, Springer-Verlag, 1982, 55, 64, 75, 76.
- 8 R. Bonifacio *et al.*, Dissipative systems in Quantum Optics, ed. by R. Bonifacio, Springer-Verlag, 1982, 69.

## 附 录

鉴于静态下的关系式(4)只有在纯吸收情况下得到证明<sup>[8]</sup>,对于一般情况,有必要重新作证明。为此,首先写下慢包络近似的 Maxwell 方程,

$$\frac{\partial E}{\partial t} + c \frac{\partial E}{\partial Z} = -g\mathcal{P} \quad (\text{A1})$$

环腔的边界条件<sup>[4]</sup>,

$$E(0, t) = \sqrt{T} E_I + R e^{-i\delta_0} E(L, t - \Delta t),$$

$$E_T = \sqrt{T} E(L, t) \quad (\text{A2})$$

和平均场近似条件,

$$T (=1-R) \ll 1, \alpha L \ll 1, \delta_0 \ll 1 \quad (\text{A3})$$

在以下时空坐标变换下,

$$t' = t + \Delta t \frac{Z}{L}, \quad \left( \Delta t = \frac{L-L}{c} \right) \quad (\text{A4})$$

并考虑到条件(A3),方程(A1)和边界条件(A2)可变换成<sup>[4]</sup>

$$\frac{\partial E}{\partial t'} + c \frac{L}{\mathcal{L}} \frac{\partial E}{\partial Z} = -iK\theta_0 E - K \left( E - \frac{E_I}{\sqrt{T}} \right) - g \frac{L}{\mathcal{L}} \mathcal{P} \quad (\text{A5})$$

其中  $\mathcal{L}$  是环腔的全长,而

$$E(0, t') = E(L, t'), \quad E_T(t') = \sqrt{T} E(L, t') \quad (\text{A6})$$

$$K = cT/\mathcal{L}, \quad \theta_0 = \delta_0/T \quad (\text{A7})$$

在静态情况( $\partial E/\partial t=0$ )下,对方程(1)沿介质长度  $L$  取平均,得

$$E_{st}(L) - E_{st}(0) = -\frac{gL}{c} \bar{\mathcal{P}}_{st} \quad (\text{A8})$$

据(A4)式,边界条件(A2)的第一条可近似表达成

$$E_{st}(0) = \sqrt{T} E_I + (1 - i\delta_0 - T) E_{st}(L) \quad (\text{A9})$$

综合(A7)、(A8)与(A9),得

$$-iK\theta_0 E_{st}(L) - K \left[ E_{st}(L) - \frac{E_I}{\sqrt{T}} \right] - \frac{gL}{\mathcal{L}} \bar{\mathcal{P}}_{st} = 0 \quad (\text{A10})$$

另一方面,由时空坐标变换后的(A5)与(A6)得

$$-iK\theta_0 \bar{E}_{st} - K \left( \bar{E}_{st} - \frac{E_I}{\sqrt{T}} \right) - \frac{gL}{\mathcal{L}} \bar{\mathcal{P}}_{st} = 0 \quad (\text{A11})$$

将(A11)与(A10)比较,得

$$\bar{E}_{st} = E_{st}(L)$$

因而有

$$E_T = \sqrt{T} E_{st} \quad \text{Q. E. D.}$$