

## 介质膜波导中的非线性 $TE_m$ 模

后仰东 王 奇 蔡英时  
(上海科学技术大学物理系)

**摘要:** 本文用数值方法计算了由线性和非线性介质构成的三层平板结构波导中  $TE$  模的色散关系及模的演变。针对自聚焦和自散焦介质分别进行了讨论, 获得了具有潜在应用价值的结论。

**关键词:** 介质膜波导, 非线性  $TE_m$  模

## Nonlinear $TE_m$ mode in dielectric film waveguides

*Hou Yangdong, Wang Qi, Cai Yingshi*

(Department of Physics, Shanghai University of Science and Technology, Shanghai)

**Abstract:** Numerical calculation of  $TE_m$  mode dispersion relation and evolution in three-layered slab waveguide is presented. A linear dielectric layer is bounded by two nonlinear dielectric layers. The discussion is focused on both self-focusing and self-defocusing medium. Some results with potential applications are given.

**Key words:** dielectric film waveguide, nonlinear  $TE_m$  mode

### 一、引 言

八十年代以来, 国外广泛开展了对非线性薄膜波导中导波的理论研究和实验探索<sup>[1]</sup>。从波导结构来看, 就有线性和非线性介质组成的单一界面结构、三层平板结构、多层平板结构以及沟型波导等。从材料来看, 有自聚焦 Kerr 型、自散焦 Kerr 型、非 Kerr 型以及具有饱和和吸收特性的非线性介质。从导模的形式来看有 TE 和 TM 两种。

由自聚焦 Kerr 介质组成的三层平板结构波导是研究的一个热点。对波导中 TE 模的研究主要可分为两个方面。第一是求解波导中的稳态模, 由此来预测各种波导结构的潜在用途。第二是以稳态模解为基础, 利用数值方法确定各稳态模在波导中传播的特性并结合考虑波导中的损耗因素而进一步与实用器件相联系。

本文讨论有关波动方程的稳态解, 即认为 TE 波的电场幅值与传播距离无关。所利用的数值方法已在研究有限厚度的非线性材料薄膜波导中获得了成功<sup>[2]</sup>。本文将这种方法推广应用到中间层为线性介质的三明治式非线性波导中去, 并获得了一些较有价值的结论。

## 二、数值方法

波导结构如图 1 所示。它由中间均匀线性介质膜(介电常数  $\epsilon_f$ )和二边半无限均匀非线性介质构成。非线性系数分别为  $\alpha_c$  和  $\alpha_s$ 。下标  $c$  和  $s$  分别代表覆盖层和衬底。

沿  $+Z$  方向传播的 TE 波可以写成:  $E_x = E_z = 0, E_y = E(x) \cdot \text{EXP}[i(k_z \cdot Z - \omega t)]$ 。利用波动方程得到

$$\frac{\partial^2 E(x)}{\partial x^2} - k_x^2 E(x) = 0 \tag{1}$$

其中,  $k_x^2 = k_z^2 - s\omega^2/c^2$ ,  $s$  是介质的介电常数。根据方程(1)的形式, 可以想象在线性介质内沿  $\omega$  方向有正反二个波在传播。于是易验证其解为

$$E(x) = E^+ e^{ik_x x} + E^- e^{-ik_x x} \tag{2}$$

其中,  $k = (-k_x^2)^{\frac{1}{2}} = (s - \beta^2)^{\frac{1}{2}} \omega/c$ 。通常  $\beta$  称为有效折射率。下面分别讨论线性和非线性介质。

### 2.1 非线性介质的线性化

由于非线性介质的介电常数沿  $\omega$  方向随光波电场强度而变化, 因此不能把它当作整体来处理, 而必须将它沿  $\omega$  方向分割成很多薄片。如果每层薄片厚度  $\delta$  足够小, 就可把第  $i$  层看成是具有平均介电常数  $\epsilon_i$  的线性介质, 见图 2 所示。 $E_{n+2}^+, E_{n+2}^-$  分别代表界面  $n+2$  处正反向波的复场振幅。 $k_{n+2}$  和  $\epsilon_{n+2}$  是第  $n+2$  层内的波矢和平均介电常数。则

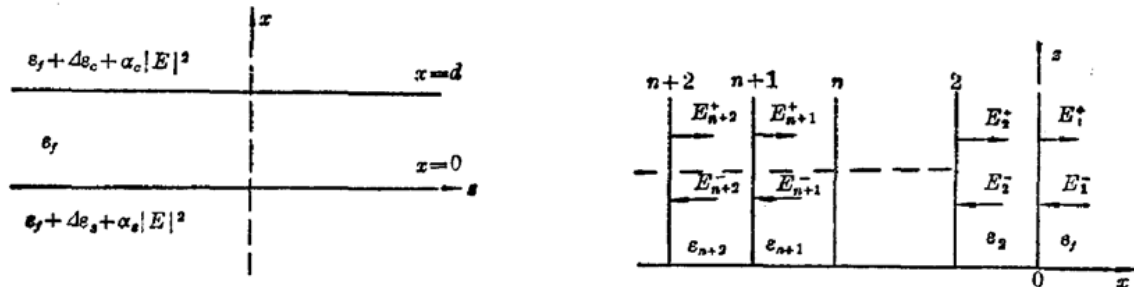


图 1 夹层为线性介质膜的非线性波导示意图      图 2 非线性介质的线性化分割(每层厚度为  $\delta$ )

$$k_{n+2} = \frac{\omega}{c} (\epsilon_{n+2} - \beta^2)^{\frac{1}{2}} \tag{3}$$

利用(2)式以及边界上电场和磁场切向分量连续条件可得

$$E_{n+2}^+ = e^{-ik_{n+2}\delta} (E_{n+1}^+ + r_{n+1,n+2} E_{n+1}^-) / (1 + r_{n+1,n+2}) \tag{4a}$$

$$E_{n+2}^- = e^{ik_{n+2}\delta} (r_{n+1,n+2} E_{n+1}^+ + E_{n+1}^-) / (1 + r_{n+1,n+2}) \tag{4b}$$

其中

$$r = (k_{n+2} - k_{n+1}) / (k_{n+2} + k_{n+1}) \tag{4c}$$

对(1)式进行一次积分, 并使电场在无穷远处趋于零, 再结合(2)式可得

$$-k_{n+2}^2 (E_{n+2}^+ - E_{n+2}^-)^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left[ \beta^2 - \epsilon_f - \Delta \epsilon_c - \frac{\alpha_c}{2} (E_{n+2}^+ + E_{n+2}^-)^2 \right] \cdot (E_{n+2}^+ + E_{n+2}^-)^2 \tag{4d}$$

联立上述(4a)~(4d)式组成一个关于  $k_{n+2}$  的超越方程, 数值求解后获得非线性介质内的电场分布曲线和 TE 波的功率。非线性介质中  $y$  方向单位长度内沿传播方向的 TE 波功率由坡印亭矢量的积分得到

$$P_e = \int_a^\infty \mathbf{E} \times \mathbf{H} dx \approx \frac{k_z}{2\omega\mu_0} \int_a^\infty E^2(x) dx \approx \frac{k_z}{2\omega\mu_0} \cdot S_e \quad (5a)$$

$$P_s = \int_{-\infty}^0 \mathbf{E} \times \mathbf{H} dx \approx \frac{k_z}{2\omega\mu_0} \cdot S_s \quad (5b)$$

其中,  $k_z = \frac{\omega}{c} \beta$ ,  $\omega$  和  $c$  是光波角频率及真空光速,  $\mu_0$  是真空磁导率。  $S_e$  和  $S_s$  由数值计算得到。

## 2.2 中间线性层的情况

根据(2)式, 线性层电场可写为

$$E(x) = E_1^+ e^{ik_1 x} + E_1^- e^{-ik_1 x} \quad (6)$$

其中,  $k_1 = \frac{\omega}{c} (\epsilon_f - \beta^2)^{\frac{1}{2}}$ 。对方程(1)进行一次积分并利用边界条件, 再结合(6)式得到

$$E_0^2 \left( -\Delta\epsilon_s - \frac{\alpha_s}{2} E_0^2 \right) = E_d^2 \left( -\Delta\epsilon_c - \frac{\alpha_c}{2} E_d^2 \right) \quad (7)$$

$$4k_1^2 E_1^+ E_1^- = \frac{\omega^2}{c^2} I_1 \left( -\Delta\epsilon_s - \frac{1}{2} I_1 \right) \quad (8)$$

$$I_1 = \alpha_s E_0^2 = \alpha_s (E_1^+ + E_1^-)^2 \quad (9)$$

其中,  $E_0$  和  $E_d$  表示边界  $x=0, d$  处的电场。联立(6)~(9)式可求出线性层内的电场分布。需要注意的是, 当(6)式中的  $k_1$  为实数时, 为保持  $E(x)$  也是实的形式, 可假设  $E_1^+ = a + ib$ ,  $E_1^- = a - ib$ 。  $k_1$  为虚数 ( $\beta^2 < \epsilon_f$ ) 时, TE 波是导波  $k_1$  为实数 ( $\beta^2 > \epsilon_f$ ) 时, TE 波是表面波。

在波导结构对称的特殊情况下,  $\Delta\epsilon_c = \Delta\epsilon_s = \Delta\epsilon$ ,  $\alpha_c = \alpha_s = \alpha$ 。由(7)式得到

$$E_0^2 = E_d^2, \quad \alpha E_0^2 + \alpha E_d^2 = -2\Delta\epsilon \quad (10)$$

说明对称结构波导中既可存在对称场分布, 也可存在非对称场分布。具体情况是: (a)  $\alpha > 0$ ,  $\Delta\epsilon > 0$  和 (b)  $\alpha < 0$ ,  $\Delta\epsilon < 0$ , 只有对称模; (c)  $\alpha > 0$ ,  $\Delta\epsilon < 0$  和 (d)  $\alpha < 0$ ,  $\Delta\epsilon > 0$ , 有对称模也有非对称模。TE 波在线性层内的功率类似于(5)式, 积分区间改为从 0 到  $d$ 。

## 三、数值结论

简明地选择对称结构波导来讨论, 即  $\alpha_c = \alpha_s = \alpha$ ,  $\Delta\epsilon_c = \Delta\epsilon_s = \Delta\epsilon$ 。非线性介质的折射率通常可以表为:  $n = n_i + n_{2i} \cdot s'$ , 下标  $i = c, s$ 。而  $s'$  是局域能量密度。取近似关系  $\alpha_i = n_i^2 c \epsilon_0 n_{2i}$ <sup>[3]</sup>。非线性介质选用液晶 MBBA<sup>[4]</sup>。

### 3.1 $\alpha > 0$ , $\Delta\epsilon < 0$

这是中间层折射率较高的情况。算得的各阶 TE 模功率与有效折射率关系如图 3 所示。图中共有 A、B、C、D 和 E 五个分支。其中, A、B、E 代表对称模, C 和 D 代表非对称模。当  $\beta$  由小增大时, 各模电场分布的演化如图 4。

分析图 3、图 4 可知, A、B 模在  $\beta^2 < \epsilon_f$  时,  $k_1$  为实数, 它们以导波形式存在, 且横向场分布与普通线性介质波导内的 TE<sub>0</sub>、TE<sub>1</sub> 模近似。当  $\beta^2 > \epsilon_f$  时, 导波电场峰值移至非线性介质中,  $k_1$  变为虚数, 波形畸变形成表面波。  $\beta$  越大, 电场峰值越高, 且峰值离界面距离趋于一个常数。以 A 模为例,  $k_1$  为虚数时出现了双峰结构。图 5 和图 6 分别表示  $\beta^2 > \epsilon_f$  时 A 模的峰值强度和峰值离界面距离与有效折射率  $\beta$  的关系。由图可见, 当峰值距离趋于一常数时, 峰值场强随

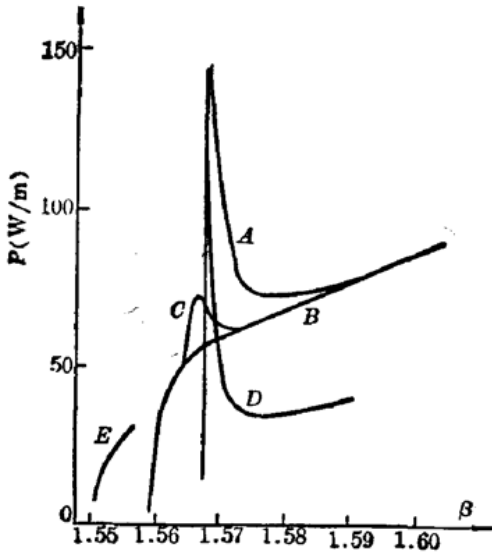


图 3 导波功率  $P$  与有效折射率  $\beta$  的关系

取  $n_c = n_s = 1.55$ ,  $n_f = 1.57$ ,  $n_{2c} = n_{2s} = 10^{-9} \text{ m}^2/\text{W}$ ,  $d = 2.0 \mu\text{m}$

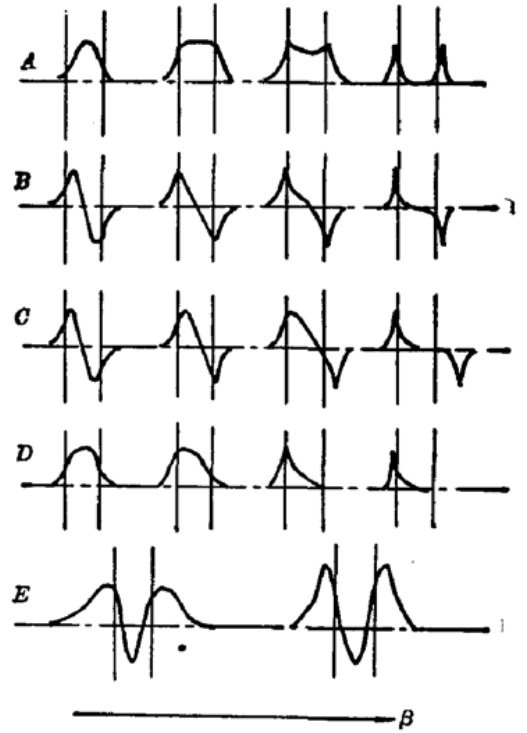


图 4 各模电场分布随  $\beta$  值的演化  
(波导结构参数与图 3 相同)

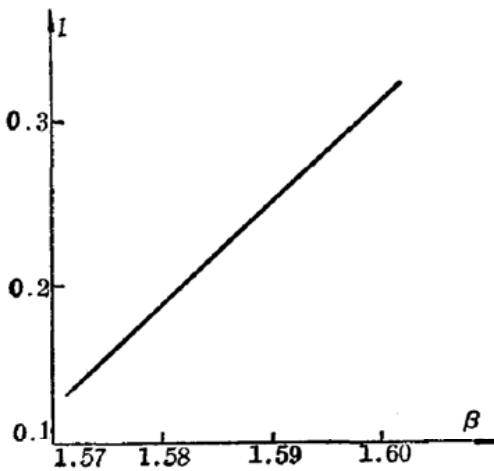


图 5 表面波 A 模峰值场强  $I$  与有效折射率  $\beta$  的关系

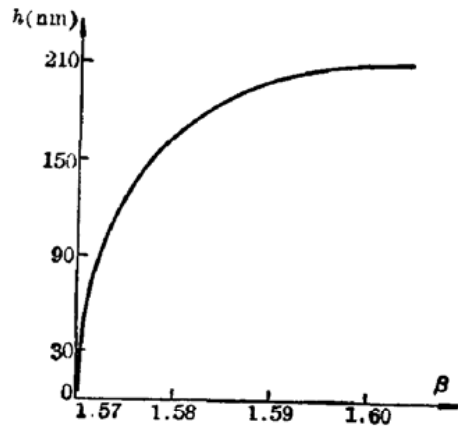


图 6 表面波 A 模峰值离界面距离  $h$  与  $\beta$  的关系

$\beta$  仍线性递增。

$C$  模和  $D$  模是对称结构波导中的非对称模<sup>[5]</sup>。它们分别和  $B$  模、 $A$  模相近。从图 3 看, 这二个非对称模在  $\beta$  比较小 ( $k_1$  为实数) 时均有阈值功率。功率低于一定的值, 非对称模将不能存在, 各自退化为  $B$  和  $A$  模。 $C$  模的非对称性还体现在它的二个峰值随  $\beta$  变化的不一致性, 见图 4。当  $\beta$  由小逼近  $\beta_f$  时, 一个峰值先移出线性层, 另一个峰值在  $\beta^2 > \beta_f$  后移出线性层。当  $\beta$  继续增大, 二个峰值中后移出的那个紧临于覆盖层或衬底的表面, 前移出的那个则深入相应的非线性介质内部, 这时由图 3 可见, 总传输功率与  $A$  和  $B$  模趋于一致。 $D$  模在  $\beta$  较大时形成只有一个峰值的表面波, 其功率趋于  $A$  模的一半。

$E$  分支代表  $TE_2$  模,只存在于  $k_1$  为实数的区域内。随着  $\beta$  值的上升,它在非线性介质中的峰值也逐步升高,但并不紧临于界面,它以导波形式传播。

实际上,膜层厚度  $d$  也会对  $TE_m$  模的传播产生重要影响。减小膜厚  $d$  可以抑制较高阶模的出现。而增加  $d$  则会导致出现较高阶对称模和非对称模。图 7 和图 8 画出了膜厚增加一倍( $d=4\mu\text{m}$ )时,对称高阶模的色散曲线及场分布。

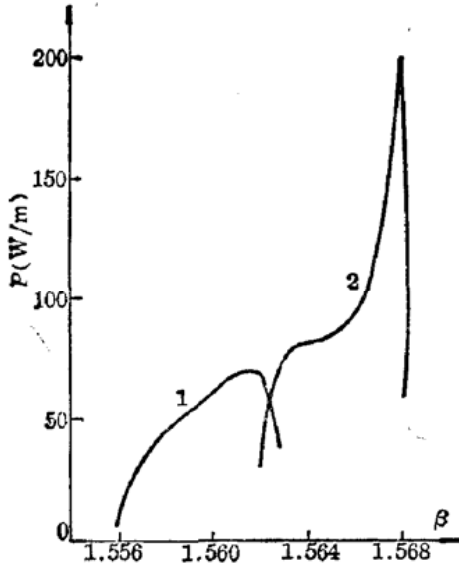


图7 高阶模功率与  $\beta$  的关系

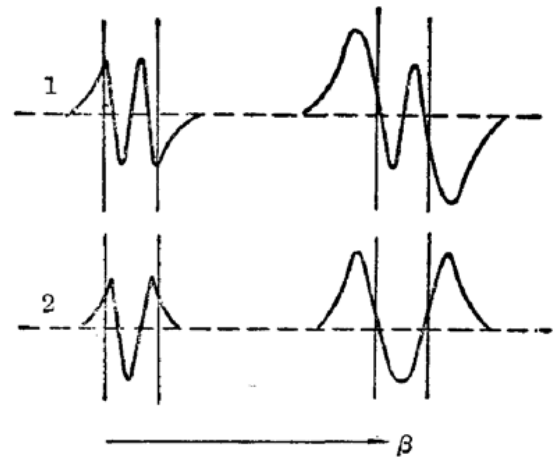


图8 关于图7中模随  $\beta$  的演化

取  $n_c=n_s=1.55, n_f=1.57, n_{2c}=n_{2s}=10^{-9}\text{m}^2/\text{W}, d=4.0\mu\text{m}$

根据计算,高阶模的特点是随着  $\beta$  的上升,它在非线性介质中的电场峰值也越来越高并逐步移入其中而不定域在表面。这是因为高阶模只存在  $k_1$  为实数的条件下,形成导波。

值得注意的是,图 7 的分支“2”与图 3 的分支“E”虽同属  $TE_2$  模,但因膜厚  $d$  的变化,导致色散关系也有较大的改变。导模功率上限随  $d$  的增加而增加。然而高阶模的共同点是它必定存在于有效折射率  $\beta^2 < \epsilon_f$  的一个较小范围内。

### 3.2 $\alpha > 0, \Delta\epsilon > 0$

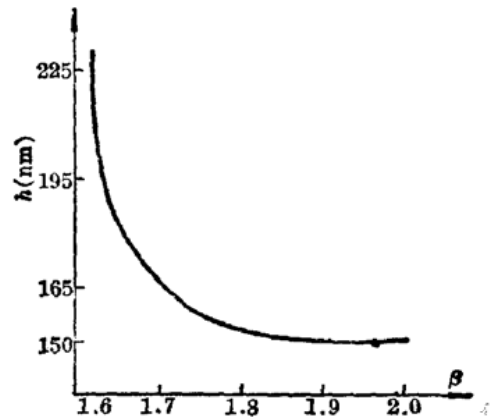
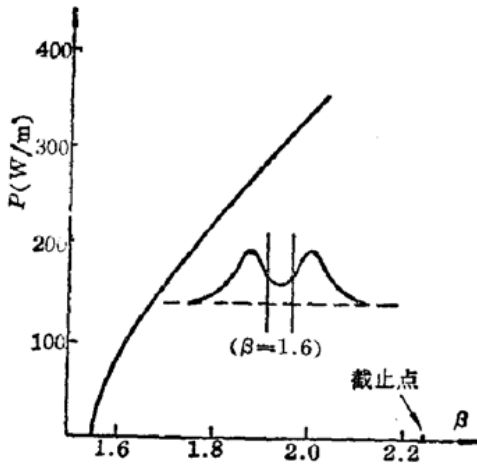
这是中间层折射率较低的情况。根据前述理论部分的分析,这时波导中只能在  $\beta^2 > \epsilon_f$  (即  $k_1$  为虚数,TE 模表现为表面波)的某个范围内存在对称场分布。实际计算中取  $n_f=1.53, d=0.25\mu\text{m}$ 。仅得到一个对称模如图 9 所示。此模的特点是能量有上限,  $\beta$  也有一定的范围,即  $\beta$  的允许值约在 1.55 到 2.24 之间。计算结果如图 10 所示。值得注意的是图 10 和图 6 的差别。前者  $TE_0$  模峰值距离随  $\beta$  的变化方向正好与后者  $TE_0$  模的情况相反。由图 9 可见,这种波导结构具有光学限制器的特点。

### 3.3 $\alpha < 0, \Delta\epsilon < 0$

这是中间膜层折射率较高且非线性介质是 Kerr 自散焦型的波导。前述(10)式已说明了这种条件下波导中只能存在对称场分布。取一定的结构参量来计算。结果表明在  $\beta$  值的不同范围内存在各阶对称模。其中,  $TE_0$  模在  $\beta$  值减小时功率迅速增大,而在  $\beta$  值增大时,导模趋于截止,这意味着具有光学限制器的潜在用途。

### 3.4 $\alpha < 0, \Delta\epsilon > 0$

这是中间层折射率较低,非线性介质为 Kerr 自散焦型的情况。取结构参量:  $n_{2c}=n_{2s}=-$

图 9 导波功率  $P$  与有效折射率  $\beta$  的关系图 10 关于图 9 中模峰值离界面距离  $h$  与  $\beta$  的关系

取  $n_c = n_s = 1.55$ ,  $n_f = 1.53$ ,  $n_{2c} = n_{2s} = 10^{-9} \text{m}^2/\text{W}$ ,  
 $d = 0.25 \mu\text{m}$

$-10^{-9} \text{m}^2/\text{W}$ ,  $n_c = n_s = 1.55$ ,  $n_f = 1.53$ ,  $d = 0.8 \mu\text{m}$  和  $0.25 \mu\text{m}$ 。计算表明, 此结构下的对称场和非对称场在非线性介质内发散, 不构成导波。联想到线性介质构成薄膜波导的条件, 这是可以理解的。

### 参 考 文 献

- 1 C. T. Seaton *et al.*, *Opt. Eng.*, **24**, 339(1985)
- 2 W. R. Holland, *J. Opt. Soc. Am. B*, **3**(11), 1529(1986)
- 3 C. T. Seaton *et al.*, *IEEE J. Quant. Electr.*, **21**(7), 774(1985)
- 4 H. Vach *et al.*, *Opt. Lett.*, **9**, 233(1984)
- 5 A. D. Boardman, *IEEE J. Quant. Electr.* **21**(10), 1701(1985)

(上接第 428 页)

LiNbO<sub>3</sub> 波导在调出  $m$  线时已经出现损伤,  $m$  线极弱, 强度几乎均匀分布; MgO:LiNbO<sub>3</sub> 波导经 20 分钟照射后  $m$  线呈图 4 的形状, 说明已受到严重损伤。计算的光功率密度为  $228 \text{W}/\text{cm}^2$ 。质子注入波导中传输的光功率密度计算值为  $549 \text{W}/\text{cm}^2$ , 工作七小时观察不到  $R/T$  有明显的变化。表明在这段时间内未发生光损伤。

实验结果表明, 对于质子交换波导和钛内扩散波导, 掺 MgO 材料与不掺 MgO 材料相比抗光损伤能力有明显的提高; 质子注入波导即使在不掺 MgO 材料中也有优异的抗光损伤能力, 这种波导制作方法具有诱人的发展前景和广泛的应用可能。

### 参 考 文 献

- 1 D. A. Bryan *et al.*, *Appl. Phys. Lett.*, **44**, 847(1984)
- 2 D. A. Bryan *et al.*, *Optical Engineering*, **24**(1), 133(1985)
- 3 M. Digonnet *et al.*, *Opt Lett.* **10**(5), 235(1985)
- 4 C. N. Bulmer, *Electr. Lett.* **20**(22), 902(1984)
- 5 A. Ashkin *et al.*, *Appl. Phys. Lett.*, **9**(1), 72(1966)
- 6 R. L. Holman *et al.*, *Ferroelectrics*, **27-28**, 85(1980)