

# 液体复合波导法确定单模渐变型平面光波导的折射率轮廓\*

浦 远 赖祖猷 盛虞琴

(上海交通大学应用物理系, 200030)

**摘要:** 用模拟计算证明了液体复合波导法的理论可靠性, 并对  $\text{Ag}^+$  交换玻璃波导进行了实验测量, 得到了满意的结果

**关键词:** 复合波导, 折射率轮廓, 银离子交换波导

## Combined liquid waveguide method: determination of refractive index profile of a monomode graded planar optical waveguide

Pu Yuan, Lai Zuqiu, Shen Yuqin

(Department of Applied Physics, Shanghai Jiaotong University, Shanghai)

**Abstract:** The theoretical reliability of combined liquid waveguide method was confirmed by analogue computation and satisfactory experimental results were obtained from an  $\text{Ag}^+$  exchanged waveguide.

**Key words:** combined waveguide, refractive index profile,  $\text{Ag}^+$  exchanged glass waveguide

### 一、前 言

渐变型平面光波导的折射率轮廓的确定是波导研究中的一个重要内容。在许多确定渐变轮廓的方法中<sup>[1,2]</sup>, White 的逆 WKB 折线近似法运用得最为广泛<sup>[3]</sup>, 其依据是利用如下模式方程:

$$2k_0 \int_0^{z_{tm}} (n^2(z) - N_m^2)^{1/2} dz + 2\phi_{21} + 2\phi_{23} = 2m\pi \quad (1)$$

$N_m = \beta_m/k_0$  是有效折射率,  $m$  表示模序,  $n(z)$  为轮廓函数,  $\phi_{21}, \phi_{23}$  为反射相位移,  $z_{tm}$  为第  $m$  个导模的转折点。将积分式写成许多个分段积分之和, 各分段次设为各个导模的转折点  $z_{tm}$  ( $m = 0, 1, 2, \dots, M$ ,  $M$  为该波导所容纳的最高阶模的模序)。利用  $N_m = n(z_{tm})$ , 便可由假定  $n(z = 0)$  值, 递推出  $z_{tm}$ , 从而得出  $n(z) \sim z$  数据。当  $M$  足够大, 而  $z_{tm}$  又均匀稠密地分布在渐变轮廓范围内时, 则由数据点便可描出  $n(z) \sim z$  曲线。

显然, 对于单模或少模波导, 上述方法失效。但如果在待测的单模或少模波导上覆盖一层

收稿日期: 1988年7月21日。

\* 本文系上海交通大学青年科技基金资助项目。

高折射率介质,使之复合成一个多模波导,只要此介质的厚度及折射率选取合适,则该“复合”波导中的许多导模的转折点将落在待测的渐变区域内。利用 White 方法推出复合波导的整个轮廓,去除覆盖部分,即得到待测的少模波导的折射率轮廓。苏联科学家曾按此思想作过计算和实验<sup>[4]</sup>,效果较好。但采用真空镀膜方法覆盖固体介质,对样品有损坏作用,且步骤繁复。测量中,棱镜极易划破覆盖层。本文用液体介质作为覆盖层,在耦合棱镜上镀上低折射率介质作为迅衰层,克服了上述缺点,且简便易行。在计算上也采取了与文献[4]不同的方法。

本文先对液体覆盖法作计算机模拟,以确定此方法的可靠性和精确度,然后对  $\text{Ag}^+$  离子交换玻璃波导样品作了实验测量和验证。

## 二、原 理

“复合”波导的结构如图 1 所示,  $n_0$  为耦合棱镜的折射率;  $n_1$ 、 $d_1$  分别是衰减层的折射率和厚度;  $n_2$ 、 $d_2$  分别是液体覆盖层的折射率和厚度;  $n_3(z)$ 、 $d_3$  分别是单模渐变波导的折射率和有效厚度。并有  $n_0 > n_2 > n_3(0) > n_4 > n_1$ 。对于如图结构,“复合”波导的模式方程

$$2k_0 P_2 d_2 + 2\phi_{21}(m) + 2\phi_{23}(m) = 2m\pi \quad N_m > n_3(0) \quad (2)$$

$$2k_0 P_2 d_2 + 2k_0 \int_0^{z_m} [n_3^2(z) - N_m^2]^{1/2} dz + 2\phi_{21}(m) + 2\phi'_{23}(m) = 2m\pi \quad N_m < n_3(0) \quad (3)$$

其中<sup>[2,5]</sup>

$$2\phi_{21}(m) = -\arctg \left[ \frac{2\text{th}(k_0 Q_1 d_1) \cdot [Q_1/P_2 + Q_1^3/(P_0^2 \cdot P_2)]}{Q_1^2/P_1^2 - Q_1^2/P_2^2 + \text{th}^2(k_0 Q_1 d_1)(1 - Q^4/(P_0^2 \cdot P_2^2))} \right] \quad (4)$$

$$2\phi_{23}(m) = -2\arctg^{-1} \left[ \frac{Q_4 + k_0 \int_1^{d_3} Q_3^2(z) dz_1}{P_2 + P_2 \cdot Q_4 k_0 d_3} \right] \quad (5)$$

$$2\phi'_{23}(m) = -\pi/2 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} P_0 &= \sqrt{n_0^2 - N_m^2}, \quad Q_1 = \sqrt{N_m^2 - n_1^2}, \quad P_2 = \sqrt{n_2^2 - N_m^2} \\ Q_3 &= \sqrt{N_m^2 - n_3^2(z)}, \quad Q_4 = \sqrt{N_m^2 - n_4^2} \end{aligned} \quad (7)$$

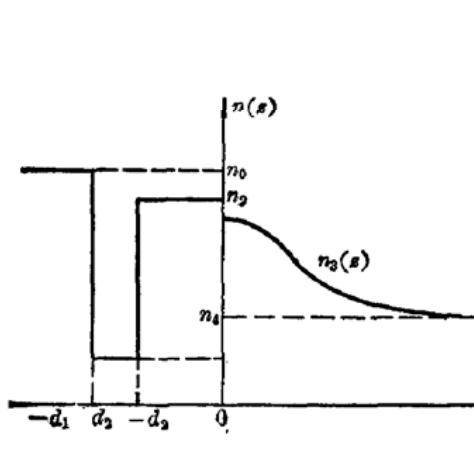


图 1 “复合”波导的折射率轮廓

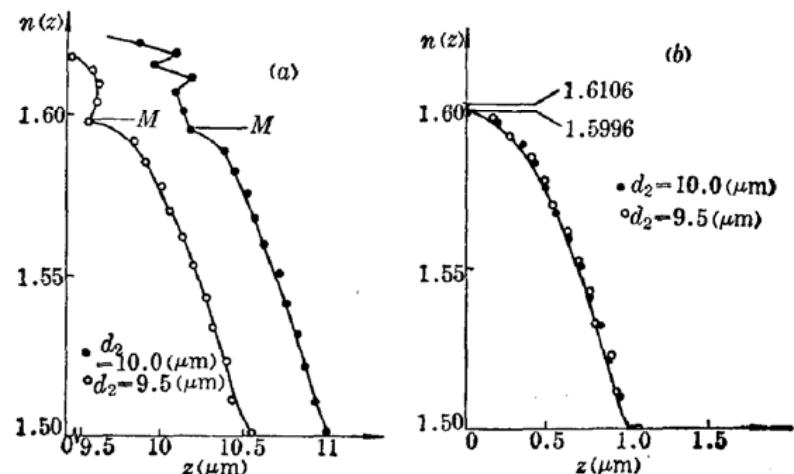


图 2

(a) “复合”波导折射率轮廓的模拟计算结果  
(b) 待测波导折射率轮廓的模拟计算结果

由(4)、(5)可见,低次模被限制在介质2内,从某一阶模开始,阶次比它高的模式进入待测渐变波导。

利用实验中测得的相邻两个模式 $m_0$ 和 $m_0+1$ 的有效折射率,可定出液体覆盖层的厚度 $d_2$ 和模式的级次(因在实验中最低级模的 $m$ 线很细,往往不易测量,故需定出模次)。

$$d_2 = \frac{2\pi - 2(\phi_{21}(m_0+1) - \phi_{21}(m_0)) - 2(\phi_{23}(m_0+1) - \phi_{23}(m_0))}{2k_0(P_2(m_0+1) - P_2(m_0))} \quad (8)$$

$$m_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot [2k_0 P_2 d_2 + 2\phi_{21}(m_0) + 2\phi_{23}(m_0)] \quad (9)$$

知道了 $m_0$ ,即可依次得出各个模式的级次,从而知道 $N_m \sim m$ 关系。

把整个“复合”波导看成一个特殊的多模波导,采用 White 方法<sup>[3]</sup>,将 $N_m \sim m$ 关系代入计算,得到各个导模的转折点

$$\begin{aligned} z_m &= \frac{z_{tm}}{\lambda} \\ &= z_{m-1} + \left[ \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{N_{m-1} + 3N_m}{2} \right)^{1/2} (N_{m-1} - N_m)^{1/2} \right] \cdot \left\{ \left( \frac{4m+1}{8} - \frac{2\phi_{23}(m)}{4\pi} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{3} \sum_{k=m_0}^{m-1} \left( \frac{N_{k-1} - N_k}{2} + N_m \right)^{1/2} \cdot \left( \frac{z_k - z_{k-1}}{N_{k-1} - N_k} \right) \cdot [(N_{k-1} - N_m)^{3/2} - (N_k - N_m)^{3/2}] \right\} \\ &\quad m = m_0 + 1, m_0 + 2, \dots \end{aligned} \quad (10)$$

从而得出 $n(z_m) \sim z_m$ 关系(参见图2(a)),由图可见,轮廓从某一导模开始由阶跃状态变为渐变状态,这个导模就是进入待测波导的第一模 $M$ 。

已知阶次高于 $M$ 的导模进入待测波导,利用其有效折射率按 White 方法进一步精确地定出单模波导的轮廓。计算中须考虑导模在介质2中传输所造成的相位移。

$$\begin{aligned} z_m &= z_{m-1} + \left[ \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{N_m + 3N_m}{2} \right)^{-1/2} \cdot (N_{m-1} - N_m)^{-1/2} \right] \cdot \left\{ \frac{4m+1}{8} - \frac{2\phi_{23}(m)}{4\pi} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2k_0 P_2(m) d_2}{4\pi} - \frac{2}{3} \sum_{k=M}^{m-1} \left( \frac{N_{k-1} + N_k}{2} + N_m \right)^{1/2} \cdot \left( \frac{z_k - z_{k-1}}{N_{k-1} - N_k} \right) \cdot [(N_{k-1} - N_k)^{3/2} \right. \\ &\quad \left. - (N_k - N_m)^{3/2}] \right\} \quad m = M + 1, M + 2, \dots \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} z_M &= \left[ \frac{3}{2} \left( \frac{n_3(0) + 3N_m}{2} \right)^{-1/2} (n_3(0) - N_M)^{-1/2} \right] \cdot \left[ \frac{4M+1}{8} - \frac{2\phi_{23}(m)}{4\pi} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2k_0 P_2(M) d_2}{4\pi} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

(11)、(12)式中, $\phi_{23}(m)$ 本身是 $n_3(z)$ 的函数,而 $n_3(z)$ 正是待求的,但 $n_3(z)$ 对 $\phi_{23}(m)$ 值大小的影响主要决定于 $n_3(0)$ ,而 $\phi_{23}(m)$ 比 $2m\pi$ 小很多,故在计算 $\phi_{23}(m)$ 时可以假设 $n_3(z)$ 为某种常见的渐变轮廓,如双曲余割函数。模拟计算表明这样假设并不影响最后结果的精确性。由(8)式可以看出, $\phi_{23}(m)$ 对 $d_2$ 的影响颇大。此外,(11)、(12)式中, $n_3(0)$ 是未知的。为了求得最后结果,可将 $d_2$ 值置于由(8)式计算得到的值的附近,并令 $n_3(0)$ 在 $(N_{M-1}, N_M)$ 范围内作扫描试探,使所得到的待测波导轮廓最光滑,即使

$$G = \sum_{i=M}^{k-2} \left\{ \left[ \frac{N_{i+2} - N_{i+1}}{z_{i+2} - z_{i+1}} - \frac{N_{i+1} + N_i}{z_{i+1} - z_i} \right] / \left[ \frac{z_{i+2} - z_{i+1}}{2} - \frac{z_{i+1} - z_i}{2} \right] \right\}^2 \quad (13)$$

达到最小<sup>[3]</sup>。由此便可定出待测波导的表面折射率 $n_3(0)$ 和 $d_2$ ,并选取与此相应的一组 $n(z_m) \sim z_m$ 作为最后结果。

### 三、模拟计算

假定“复合”波导及测量机构的参数(参见图(1)):  $n_0=1.7500$ 、 $n_1=1.3796$ 、 $d_1=0.2000 \mu\text{m}$ 、 $n_2=1.6300$ 、 $d_2=10.0000 \mu\text{m}$ 、 $n_4=1.5000$ ,  $n_3(z)$ 为抛物线型

$$n_3(z)=n_4+(n_3(0)-n_4)(1-z^2/d_3^2) \quad (14)$$

$n_3(0)=1.6000$ ,  $d_3=1.0000 \mu\text{m}$  (这样的渐变波导在  $0.6328 \mu\text{m}$  波长光源的激发下只能容纳一个导模)。

将这些参数代入(2)~(7),由插值法求出“复合”波导的各个导模的有效折射率,然后,将它们视为实验测出的数据,按上述方法代入(10)~(13)式,得出  $n_3(z)$ ,将其与(14)所示的函数比较,从而验证本文方法的可靠性和精确度。图2是由(10)式得出的“复合”波导的轮廓,由图可见,从第M级开始,导模进入渐变部分。图2(b)是由(11)、(12)式得出的待测波导的轮廓,其中的曲线为(14)式所示的函数曲线,空心点是  $d_2=10 \mu\text{m}$  时的模拟数据;实心点是  $d_2=9.5 \mu\text{m}$  时的模拟数据。可见,模拟结果与理想轮廓相当逼近,  $\Delta n(z) \simeq 10^{-3} \sim 10^{-4}$ 。

### 四、实 验

将经表面抛光的钠玻璃放入硝酸银溶液中,在  $290^\circ\text{C}$  左右保持 1 分钟,获得在  $0.6328 \mu\text{m}$  下能容纳两个导模的  $\text{Ag}^+$  交换玻璃波导,衬底折射率  $n_4=1.5112$ 。液体覆盖层采用煤油( $n=1.4470$ )和溴化萘( $n=1.6598$ )配制而成,其折射率用阿贝折射率仪测得,理论精度为  $10^{-4}$ ,配得覆盖液  $n_2=1.6309$ 。耦合棱镜采用重火石,  $n_0=1.7496$ ,底角  $\alpha=44^\circ 59' 29''$ ,底面镀上  $d_1=0.2 \mu\text{m}$  的  $\text{MgF}$  膜作为衰减层,镀膜真空度为  $3 \times 10^{-5} \text{ Torr}$ 。

实验光路见图3。以 He-Ne 激光器作光源,初始角  $\theta_0$  由自准法测出,转动度盘至小孔像中出现最清晰的  $m$  线,读出角度  $\theta_l$ ,耦合角(同步角)  $\gamma_l=\theta_l-\theta_0$ ,与之对应的有效折射率为

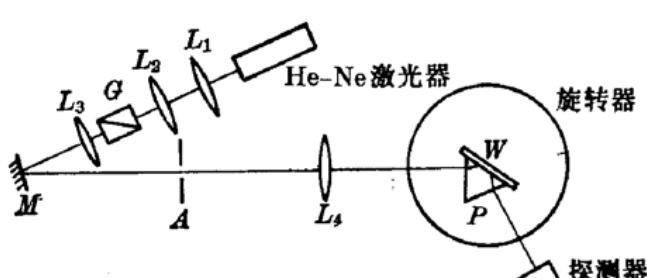


图3 液体复合波导法确定单模波导折射率的实验装置

G—格兰棱镜; A—测角叉丝; W—波导; P—耦合棱镜; L—透镜; M—反射镜

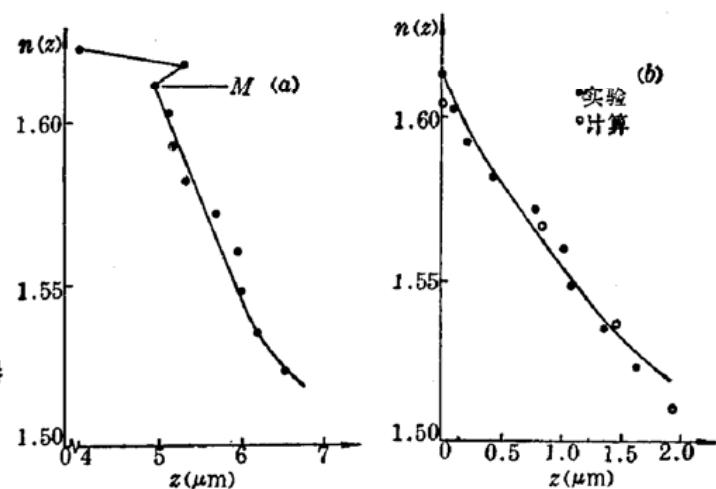


图 4

(a) “复合”波导折射率轮廓的实验测算结果;  
(b)  $\text{Ag}^+$  交换玻璃波导折射率轮廓的实验测算结果

$$N_t = n_0 \sin \left[ \alpha + \arcsin \left( \frac{\sin \gamma_t}{n_0} \right) \right] \quad (15)$$

由第一、第二个被测到的导模折射率, 利用(8)、(9)算得  $d_2=5.58 \mu\text{m}$ ,  $m_0=0.8438$ , 由此可断定, 第一个导模的模序  $m=1$  ( $m=0$  模因为太细未能测到)。利用(10)式得出“复合”波导的轮廓, 见图 4(a), 由图可以断定,  $N_8 < n_8(0) < N_4$ ,  $M=4$ , 再由(11)、(12)式精确计算出待测波导的折射率轮廓, (见图 4(b)), 并得到  $n_8(0)=1.614$ ,  $d_2=5.87 \mu\text{m}$ 。

## 五、讨 论

1. 采用如下方法验证利用“复合”波导法测得的待测波导的折射率轮廓。激发光波长为  $0.5093 \mu\text{m}$  时, 该波导有四个导模, 利用文献[6]的测量装置及 White 方法<sup>[3]</sup>, 得出该波导的四对轮廓数据, 以空心点标志在图 4(b) 中, 由比较可见, 误差在  $10^{-3}$  范围内。

2. 液体覆盖层厚度可方便地加以调节, 故可在不同  $d_2$  情况下测算出多组待测波导的轮廓, 有利于提高测量精度。此外, 液体可方便地去除, 对待测波导无损坏作用。

3. 本实验所用的覆盖液是由煤油和溴化萘混合而成, 两种液体之间是互溶的, 呈透明, 无悬浮体, 故可认为它的折射率是均匀的。但其对光的散射比透明晶体大, 对精度的影响主要体现在实验中看到的  $m$  线变粗, 测角叉丝难以对准每一  $m$  线的中间位置。我们作过测量, 最高模序(往往最粗)的角宽度约为  $30''$ , 由(15)式, 由此引起的最大误差  $\Delta N_t < 10^{-3}$ 。这一误差可通过同一配置作多组重复测量加以降低。

4. 实验中液体层厚度不可能绝对均匀, 而测量时光线又不能严格地聚焦于一点入射在液层上, 即在液面上光斑直径  $d > 0$ , 这也会导致误差。由模式方程知, 在入射光波长不变情况下, “复合波导”容纳的模式数增加一个, 液层厚度  $d_2$  需相应增大  $\Delta d_2$

$$\Delta d_2 \simeq \frac{\lambda}{2\sqrt{n_2^2 - n_4^2}} \quad (16)$$

代入实验值, 求得  $\Delta d_2 \simeq 5 \times 10^{-4} \text{ mm}$ 。本实验的耦合棱镜的半底宽为  $10 \text{ mm}$ , 我们将入射点在此范围内移动, 发现模式数目没有变化, 这说明在此范围内厚度的变化小于  $5 \times 10^{-4} \text{ mm}$ 。假如棱镜和波导都足够平整, 则液层厚度的不均匀主要表现为液层呈劈状。由上述理由, 劈的角度  $\theta \simeq \operatorname{tg} \theta < 5 \times 10^{-4}/10 = 5 \times 10^{-5}$ 。实验中  $d < 0.1 \text{ mm}$  (不然  $m$  线将很模糊), 故在此光斑范围内,  $\Delta d_2 < d \cdot \theta = 5 \times 10^{-6} \text{ mm}$ 。即厚度变化至多使条纹移动百分之一一个条纹间距, 而本实验相邻模线( $m$  线)的角间隔最大为  $1.5''$ , 可见厚度不均匀造成的影响小于  $1'$  的测角误差, 同样由(15)得  $\Delta N_t < 10^{-5}$ 。

5. 实验中由于光线的聚焦射入, 使介质温度升高, 其折射率与事先测定的值不同, 但由此引起的误差很小, 可以忽略。因为一方面液体以较大的接触面积散热, 使在测量中的液体温度很快达到动态稳定; 另一方面液体折射率的温度效应很小。我们作了如下实验, 将叉丝对准一根  $m$  线, 然后将光在棱镜前挡住, 使液体温度回复到室温(保持装置位置不变), 再去除挡板, 同时观察叉丝和  $m$  线的相对位置, 结果未发现有相对移动。

6. 棱镜底角和同步角测量误差将导致有效折射率值的误差, 由(15)式可知,  $\Delta N_t \simeq 0.7 \times \Delta \alpha$ ,  $\Delta N_t \simeq 0.4 \gamma_t$ , 故对  $\alpha$ 、 $\gamma_t$  的测量误差小于  $1'$  的情况下,  $N_t$  的误差在  $10^{-4}$  量级, 将不影响整数值  $m_0$  和  $M$ , 对整个轮廓曲线的测算影响也在这一数量级上, 本文采用如图 3 所示的测量装

置能满足以上要求。

## 六、结 论

在单模或少模渐变型波导上覆盖一层折射率高于表面折射率的液体介质，形成一个折射率由阶跃和渐变组合而成的“复合”波导，测量此波导的有效折射率，按“复合”波导法运算程序，可确定单模或少模波导的折射率轮廓。理论精度在 $10^{-3} \sim 10^{-4}$ 范围。就实验而言，液体层厚度和折射率可方便地改变，有利于在同一待测波导上测出多组数据，提高轮廓的精度。实验对原待测波导无损坏作用。若 $\Delta\theta < 1'$ ,  $\Delta\alpha < 1'$ , 实验测量精度达 $10^{-3}$ 。本文还对 $\text{Ag}^+$ 交换玻璃波导进行了实验测量，所确定的轮廓得到了粗略的验证。

## 参 考 文 献

- 1 浦远 et al., 光学学报, 8(6), 534(1988)
- 2 G. B. Hocker et al., IEEE J. Quant. Electr., QE-11(6), 270(1975)
- 3 J. M. White et al., Appl. Opt., 15(1), 151(1976)
- 4 A. L. Voitenkov, Sov. J. Quant. Electr., 13(10), 1423 (1983)
- 5 M. Born et al., 光学原理, (上册) (科学出版社 1978), 58
- 6 浦远 et al., 中国激光, 待发表。

(上接第 358 页)

$$I = \frac{\exp(-x^2/\Delta^2)}{\sqrt{\pi}\left(\frac{x}{\Delta} + \frac{\Delta}{x_0}\right)} \left[ 1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{(2k-1)!!}{\left\{2\left(\frac{x}{\Delta} + \frac{\Delta}{x_0}\right)^2\right\}^k} \right]. \quad (\text{A-8})$$

当  $\frac{\Delta}{x_0} \gtrsim 10$  时，(A-8) 的方括弧中后一项总比前一项的  $10^{-2}$  还小，故只有第一项是主要的，即

$$I \approx \frac{\exp(-x^2/\Delta^2)}{\sqrt{\pi}\left(\frac{x}{\Delta} + \frac{\Delta}{x_0}\right)}. \quad (\text{A-9})$$

$x=0$  时(A-9)式值最大

$$I(0) \approx \frac{x_0}{\sqrt{\pi}\Delta}; \quad (\text{A-10})$$

随  $x$  的增大， $I(x)$  将以比  $e$  的负平方指数还要快的速度下降。

表 A-1 典型条件下  $I(0)$  值 ( $x_0 = 0.02\text{cm}$ )

$\Delta(\text{cm})$	0.25	0.5	1	2
$I(0)$	0.045	0.023	0.011	0.0056

一些典型数值列于表 A-1。而当  $x=0$  时  $1+\text{erf}\left(\frac{x}{\Delta}\right)$  为 1，这就是说，(A-4) 式右端第二项远小于第一项，即包括  $x$ -方向热传导项的影响是小量。更何况， $x_0$  与气流速度成反比； $x_0$  越小，热传导项的影响越小。热传导项的贡献小到可以忽略，也体现在 [9] 文中的图 2 与本文的图 2 相比完全看不出差别。