

# 利用四波混频消除图像畸变的局限性

张逸新 张启新\*

(无锡轻工业学院物理教研室)

## Limitation of cancelling image distortion by degenerate four-wave mixing

Zhang Yixin, Zhang Qixin

(Department of Physics, Wuxi Institute of Light Industry, Wuxi)

**Abstract:** Limitation of cancelling the image distortion by degenerate four-wave mixing is studied by analysing the effect of phase-conjugated distortion by degenerate four-wave mixing and the turbulence effect on laser light propagation.

**Key words:** four-wave mixing, image processing, turbulence effect

### 一、引 言

在大多数理论研究中,人们仅在平面泵浦和探测波条件下研究四波混频产生位相共扼波的机理、手段。然而在实际应用简并四波混频共扼波补偿大气干扰时,入射到位相共扼镜上的探测波不可能是理想平面波。但是在大多用相位共扼消畸变的方案中都忽略了畸变探测波在简并四波混频中产生什么样的“共扼波”这个问题。本文将讨论利用简并四波混频消除通过湍流大气传输图像的畸变问题。

### 二、探测波位相共扼畸变

用位相共扼镜消除大气干扰的原理由图1所表示。其中  $E_1$  和  $E_2$  代表泵浦波,  $E_3$  为带有图像信息的波,  $E_4$  为  $E_3$  的“共扼波”。由于湍流大气的干扰和非线性晶体的线性吸收,泵浦波和探测波带有随机位相和振幅随时间变化,它们在非线性晶体中传播满足麦克斯韦方程:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}_j(\mathbf{r}, t)) + \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{D}_j(\mathbf{r}, t) = -\frac{4\pi}{C^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{P}_j^{NL}(\mathbf{r}, t) \quad (1)$$

其中

$$\mathbf{D}_j(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_j(\mathbf{r}, t) + 4\pi \mathbf{P}_j^{(1)}(\mathbf{r}, t)$$

$$\mathbf{E}_j(\mathbf{r}, t) = \mathcal{E}_j \exp[-i(\omega t - \mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r} - \sum \varphi_j)], \quad j=1, 2, 3, 4$$

$\sum \varphi_j$  是形变位相的展开级数,  $\mathbf{k}_j$  是光场波矢,  $\mathbf{P}_j^{(1)}$  是晶体线性极化强度,  $\mathbf{P}_j^{NL}$  是晶体的非线性

\*华东工学院八七届本科生。

极化强度,  $\mathcal{E}_i$  是含有吸收衰减因子的光场振幅, 各波传播方向满足  $\mathbf{k}_1 = -\mathbf{k}_2$ ,  $-\mathbf{k}_3 = \mathbf{k}_4 = \mathbf{k}$ 。

为简化讨论起见, 假设通过湍流层的探测光和泵浦光的电场偏振方向都平行于  $y$  轴, 并设“共轭波” $E_4$  沿轴对称轴  $z$  传播, 晶体的线性吸收系数为  $\alpha$ , 则“共轭波”满足

$$E_4 = \mathcal{E}_4 \exp \left[ \left[ -i(\omega t - kz - \sum \varphi_4) - \frac{\alpha}{2} z \right] \right] \quad (2)$$

利用微分算子

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$$

和  $\mathbf{E} \nabla \epsilon - E \hat{e}_y \left( \frac{\partial E}{\partial x} \hat{e}_x + \frac{\partial E}{\partial y} \hat{e}_y \right) = 0$ ,  $\hat{e}_x$ 、 $\hat{e}_y$  为沿

$x$ 、 $y$  轴向上的单位矢量, 则“共轭波”波动方程为

$$\frac{\partial^2 E_4(z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 D_4(z, t)}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{C^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P_4^{NL}(z, t) \quad (3)$$

把(2)式代入(3)式中, 我们有

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_4(z, t)}{\partial z} &= \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E}_4 + ik \mathcal{E}_4 + i \mathcal{E}_4 \frac{\partial \sum \varphi_4}{\partial z} - \frac{\alpha}{2} \mathcal{E}_4 \right\} \exp \left[ -i(\omega t - kz - \sum \varphi_4) - \frac{\alpha}{2} z \right] \\ \frac{\partial^2 E_4(z, t)}{\partial z^2} &= \left\{ \frac{\partial^2}{\partial z^2} \mathcal{E}_4 + ik \frac{\partial \mathcal{E}_4}{\partial z} + 2i \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E}_4 \frac{\partial \sum \varphi_4}{\partial z} + i \mathcal{E}_4 \frac{\partial^2 \sum \varphi_4}{\partial z^2} - \alpha \frac{\partial \mathcal{E}_4}{\partial z} \right. \\ &\quad \left. - k^2 \mathcal{E}_4 - 2k \mathcal{E}_4 \frac{\partial \sum \varphi_4}{\partial z} - ik \mathcal{E}_4 \alpha - \mathcal{E}_4 \left( \frac{\partial \sum \varphi_4}{\partial z} \right)^2 + \frac{\alpha^2}{4} \mathcal{E}_4 \right. \\ &\quad \left. - i \alpha \mathcal{E}_4 \frac{\partial \sum \varphi_4}{\partial z} \right\} \exp \left[ -i(\omega t - kz - \sum \varphi_4) - \frac{\alpha}{2} z \right] \end{aligned} \quad (4)$$

应用缓变振幅近似<sup>[1]</sup>:

$$\left| \frac{\partial^2}{\partial z^2} \mathcal{E}_4 \right| \ll \left| k \frac{\partial \mathcal{E}_4}{\partial z} \right|$$

和缓变相位近似:

$$\left| \frac{\partial^2}{\partial z^2} \sum \varphi_4 \right| \ll \left| k \frac{\partial \sum \varphi_4}{\partial z} \right|, \quad \left| \frac{\partial \sum \varphi_4}{\partial z} \right|^2 \ll \left| k \frac{\partial \sum \varphi_4}{\partial z} \right|$$

并忽略  $\alpha$  的二次项, 则(4)式简化为

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E_4(z, t)}{\partial z^2} &= \left\{ 2ik \frac{\partial \mathcal{E}_4}{\partial z} - \alpha \frac{\partial \mathcal{E}_4}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \sum \varphi_4 \left( 2i \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E}_4 - 2k \mathcal{E}_4 - i \alpha \mathcal{E}_4 \right) \right. \\ &\quad \left. - \mathcal{E}_4 (k^2 + ik \alpha) \right\} \exp \left[ -i(\omega t - kz - \sum \varphi_4) - \frac{\alpha}{2} z \right] \end{aligned} \quad (5)$$

而  $\sigma^{-2} \partial^2 D_4(z, t) / \partial t^2$  和  $\partial^2 P_4^{NL}(z, t) / \partial t^2$  则为<sup>[1]</sup>:

$$\begin{aligned} \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} D_4(z, t) &= \left[ -\frac{\omega^2}{C^2} \epsilon(\omega) \mathcal{E}_4(z, t) - \frac{2ik}{v} \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E}_4(z, t) \right] \\ &\quad \times \exp \left[ i(kz - \omega t + \sum \varphi_4) - \frac{\alpha}{2} z \right] \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 P_4^{NL}}{\partial t^2} = -\omega^2 P_4^{NL} \quad (7)$$

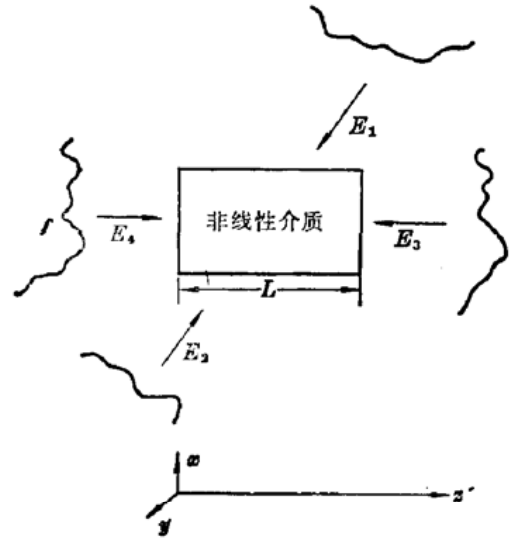


图1 四波混频原理图

其中,  $v = \frac{d\omega}{dk}, k^2 = \frac{\omega^2}{C^2} \epsilon(\omega)$ 。

由(5)、(6)和(7)式, (3)式给出下列“共轭波”波动方程:

$$\left\{ (2ik - \alpha) \frac{\partial \mathcal{E}_4}{\partial z} + \left( 2i \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E}_4 - 2k \mathcal{E}_4 - i\alpha \mathcal{E}_4 \right) \frac{\partial}{\partial z} \Sigma \varphi_4 - ik\alpha \mathcal{E}_4 \right. \\ \left. + \frac{2ik}{v} \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{E}_4(z, t) \exp \left[ -i(\omega t + kz - \Sigma \varphi_4) - \frac{\alpha}{2} z \right] \right\} = -\frac{4\pi}{C^2} \omega^2 P_4^{NL} \quad (8)$$

对(8)式中各项作拉氏变换:

$$e_4 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}_4(z, t) e^{-st} dt \\ e_3^* = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}_3^*(z, t) e^{-st} dt$$

则(8)式为

$$\frac{\partial}{\partial z} e_4 \left( k^{-1} \frac{\partial}{\partial z} \Sigma \varphi_4 + 1 - \alpha (2ik)^{-1} \right) + \frac{\partial \Sigma \varphi_4}{\partial z} \left( ie_4 - \frac{\alpha e_4}{2k} \right) - \frac{\sigma}{v} e_4 \\ = \left( \frac{i\omega^2}{k} \right) K \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 \mathcal{E}_3^* \exp [i\phi - i \Sigma \varphi_4] \quad (9)$$

其中

$$K = \left( \frac{2\pi}{C^2} \right) \hat{e}_4 \cdot \chi^{(3)}; \hat{e}_1 \hat{e}_2 \hat{e}_3, \phi = \Sigma \varphi_1 + \Sigma \varphi_2 - \Sigma \varphi_3 \\ \sigma = \frac{1}{2} \alpha v - s$$

经整理后, (9)式简化成

$$-iA \frac{\partial}{\partial z} e^{i\Sigma \varphi_4} + B e^{i\Sigma \varphi_4} = \left( \frac{i\omega^2}{k} \right) K \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 \mathcal{E}_3^* e^{i\phi} \quad (10)$$

其中

$$A = \left[ k^{-1} \frac{\partial}{\partial z} e_4 + ie_4 - \frac{\alpha e_4}{2k} \right] \\ B = \left[ \left( 1 - \frac{\alpha}{2ik} \right) \frac{\partial}{\partial z} e_4 - \frac{\sigma}{v} e_4 \right]$$

由此可得“共轭波”的位相  $\Sigma \varphi_4$  为

$$\Sigma \varphi_4 = i \ln \left\{ \left[ C - \int -\frac{\omega^2}{kA} K \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 \mathcal{E}_3^* e^{i\phi} dz \right] e^{-i \int \frac{B}{A} dz} \right\} \quad (11)$$

这里  $C$  为积分常数。为了更明确地说明问题, 我们考虑光波在弱湍流起伏区传输的情况。假设大气湍流起伏足够弱, 使得光波位相形变足够小, 即  $e^{-i\Sigma \varphi_4} \approx 1 - i \Sigma \varphi_4$ , 四波混频中能量交换不改变<sup>[1]</sup>, 同时不考虑介质吸收, 则探测波和“共轭波”振幅满足 (设  $\Sigma \varphi_1 = \Sigma \varphi_2 = 0$ )

$$\frac{d\mathcal{E}_3}{dz} = -\left( \frac{i\omega^2 K}{k} \right) \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 \mathcal{E}_3^*; \quad \frac{d\mathcal{E}_4}{dz} = \left( \frac{i\omega^2 K}{k} \right) \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 \mathcal{E}_3^* \quad (12)$$

这时“共轭波”的位相因子为

$$\Sigma \varphi_4 = \exp \left( - \int \frac{i\omega^2 K k \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 \mathcal{E}_3^*}{k^2 \mathcal{E}_4 + \omega^2 K \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 \mathcal{E}_3^*} e^{-i\Sigma \varphi_4} dz \right) \\ \times \left[ \int \frac{\omega^2 K k \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 \mathcal{E}_3^* dz}{k^2 \mathcal{E}_4 + \omega^2 K \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 \mathcal{E}_3^*} (e^{-i\Sigma \varphi_4} - 1) \exp \left( \int \frac{i\omega^2 K k \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 \mathcal{E}_3^* e^{-i\Sigma \varphi_4}}{k^2 \mathcal{E}_4 + \omega^2 K \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 \mathcal{E}_3^*} dz' \right) \right] \quad (13)$$

设  $z=0$  端没有  $\mathcal{E}_4$  输入, 并且相互作用  $\left| \frac{\omega^2}{k} K \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 L \right| \ll 1$ , 则由(12)式可得

$$E_4 \approx i \frac{\omega^2}{k} K E_1 E_2 E_3^* z; \quad E_3(z) = E_3(L)$$

而  $\Sigma \varphi_4$  为

$$\Sigma \varphi_4 \approx \exp \left( -i \int \frac{k e^{-i \Sigma \varphi_3}}{1 + i k z} dz \right) \left[ \int \frac{i k (e^{-i \Sigma \varphi_3} - 1)}{1 + i k z} \exp \int \frac{i k e^{-i \Sigma \varphi_3}}{1 + i k z} dz' dz \right] \quad (14)$$

上述讨论表明,即使在弱湍流起伏条件下,“共轭波”的位相仍为  $\Sigma \varphi_4 \neq \Sigma \varphi_3$ ,若  $\Sigma \varphi_3$  与  $z$  无关,由(14)仍可看到  $\Sigma \varphi_4 \sim \pi \Sigma \varphi_3 (\pi \neq 1)$ 。只有在理想平面波的情况下才因  $\Sigma \varphi_3 = 0$ ,有  $\Sigma \varphi_4 = \Sigma \varphi_3 = 0$ 。所以,由这种“共轭波”的位相起伏效应,不能用简并四波混频产生位相共轭补偿法完全消除大气干扰。

### 三、大气湍流效应

实际上,用位相共轭法消除大气干扰还受具体传输条件的限制。如所使用位相共轭镜的有限孔径、湍涡团的风致漂移等都影响位相共轭法消除图像畸变的质量<sup>[2~4]</sup>。

光波在湍流大气中传输可用抛物方程描述:

$$\frac{\partial E}{\partial z} = \frac{i}{2k} \Delta_{\perp} E + \frac{i k}{2} \epsilon(z, \rho) E, \quad E(0, \rho) = E_0 \left( \frac{\rho}{a} \right) \quad (15)$$

这里  $\rho$  为横向坐标,  $a$  为光束有效发射半径,  $\epsilon(z, \rho)$  为大气折射率起伏。设反射系数为  $f(\rho/l)$  的位相共轭镜放置在  $z=L$  平面,  $l$  是共轭镜等效半径。运用对易原理和马尔可夫近似后,回波场为

$$v_L(\rho) = \iint_{-\infty}^{\infty} E_0^*(p, a) f(q/l) G(0, \rho; L, q) G^*(0, p; L, q) dq dp$$

而  $G(0, q; z, \rho)$  为满足边条件  $G(0, q; 0, p) = \delta(q-p)$  的格林函数,相应的平均反射场为

$$\langle v_L(\rho) \rangle = \iint_{-\infty}^{\infty} E_0^*(p/a) f(q/l) \Gamma(\rho, p; q, 0; L) dp dq \quad (16)$$

其中  $\Gamma(\rho, p; q, s, z) = \langle G(0, \rho; z; q+s/2) G^*(0, p; z; q-s/2) \rangle$  满足

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial z} = (i/k) (\nabla_q \nabla_s) \Gamma - \frac{1}{2} [D_s(s) + D_s(s)] \Gamma$$

$$\Gamma(\rho, p; q, s, 0) = \delta(\rho - q - s/2) \delta(p - q + s/2)$$

$D_s(s) + D_s(s)$  为包含气溶胶散射影响的位相结构函数,通过变换运算后  $\langle v_L(\rho) \rangle$  为

$$\begin{aligned} \langle v_L(\rho) \rangle = & \left( \frac{k}{L} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} E_0^* \left( \frac{\rho+q}{a} \right) F \left( \frac{l k q}{L} \right) \exp \left[ -i \frac{k}{L} (q \cdot \rho) - \frac{i k}{2 L} q^2 \right. \\ & \left. - r \left( \frac{q}{\rho_c} \right)^{5/3} - \alpha_a L - (S_a L k^2 \theta_{RMS}^2 q^2 / 12) \right] dq \end{aligned} \quad (17)$$

这里

$$F(\bar{\Omega} l) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} f \left( \frac{q}{l} \right) e^{i(q \cdot \bar{\Omega})} dq$$

$r = 1.38\pi/32$ ,  $\rho_c = (4C_n^2 k^2 L)^{-3/5}$ ,  $\alpha_a$  为气溶胶吸收系数,  $\theta_{RMS}$  为对全部气溶胶粒径平均的散射角,  $S_a = \int_0^{\infty} \sigma_a(a) n(a) da$ ,  $n(a) da$  为单位体积粒子数,  $\sigma_a$  为气溶胶吸收横截面。

为简单起见,仅考虑共轭镜孔径  $l$  对恢复质量的影响。当图像由准直光束在洁净湍流大

气中传送时,  $\langle v_L(\rho) \rangle$  为<sup>[4]</sup>

$$\left. \begin{aligned} \langle v_L(\rho) \rangle &= E_0^*(\rho/a) \int_{-\infty}^{\infty} f(q/l) W(\rho-q; L) dq \\ W(\rho; L) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-i(\rho \cdot \Omega) - r \left(\frac{L\Omega}{k\rho_0}\right)^{5/2} d\Omega \right] \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

由(18)式可见要完全恢复入射到共轭镜上光波的波前, 即  $\langle v_L \rangle = E_0^*(\rho/a) 4\pi^2 F(0) W(0; L)$ , 要求共轭镜线度  $l \rightarrow \infty$ 。

综合位相共轭畸变效应和湍流大气的光波随机相干性质, 可以看到用上述方法消除图像大气传输的大气畸变效应是不彻底的, 畸变消除程度受到大气湍流的强弱、共轭镜孔径、风速和光学系统的限制。即使不考虑位相共轭畸变效应, 干扰的消除也受具体波形、气象条件限制。

### 参 考 文 献

- 1 Shen Y. R., *The Principles of Nonlinear Optics*, John Wiley and Soc. Inc., New York, 1984
- 2 Polovinkin A. V., *Radiophys. Quant. Electr.*, **30**(6), 563(1987)
- 3 Malakhov A.N. *et al.*, *Radiophys. Quant. Electr.*, **26**(5), 432(1983)
- 4 Polovinkin A. V., Saichev A. I., *Radiophys. Quant. Electr.*, **24**(4), 297(1981)

(收稿日期: 1988年7月1日)

## YAG 激光切除包皮的探讨

梁 勋 孟凡学 王荣华

(山东滨州医学院附属医院)

### YAG laser application in preputial resection

*Liang Xun, Meng Fanxue, Wang Ronghua*

(The Affiliated Hospital, Binzhou Medical College, Binzhou)

**Abstract:** This paper reports the application of laser in preputial resection and compares it with traditional surgical operation. The results shows that laser therapy is superior to the surgical operative treatment.

**Key words:** laser, prepuce

传统外科手术切除包皮存在着某些弊病, 作者试用 YAG 激光改进其手术方法, 为证实激光治疗的可行性, 特设手术切除为对照组, 对比观察, 现介绍如下。

### 资 料 与 方 法

一、临床资料: 共 80 例患者, 其中包茎 45 例, 包皮过长 35 例; 年龄 16~29 岁之间, 随机