

## 热光场与二能级原子多光子相互作用的量子统计模型\*

罗耕贤 郭光灿

(中国科学技术大学物理系, 合肥)

彭石安

(河北师范学院物理系, 石家庄)

**提要:** 本文详细讨论了单模热光场与单个二能级原子多光子相互作用过程中原子和场的动力学行为, 指出该模型中场不可能存在反聚束效应、亚泊松分布以及压缩效应; 又利用非经典光场的判据进一步断定了该模型中的场不可能存在任何一种非经典效应。

**关键词:** 量子统计, 光子分布, 多光子过程

### A quantum-statistical model of multiphoton interaction of a two-level atom with a single-mode thermal radiation field

*Luo Gengxian, Guo Guangcan*

(Department of Physics, University of Science and Technology of China, Hefei)

*Peng Shian*

(Department of Physics, Hebei Teachers' College, Shijiazhuang)

**Abstract:** The dynamic behavior of the atom and field has been discussed in detail in process of multiphoton interaction of a two-level atom with a single-mode thermal radiation field. It is pointed out that in this model it is impossible to have photon antibunching effect, sub-poissonian distribution and squeezed state in the field and no non-classical effect can exist in the field based on criterion of non-classical state of light.

**Key words:** quantum-statistics, photon distribution, multiphoton process

### 一、理论公式

我们考虑的系统——原子+单模辐射场的等效哈密顿量为(在RWA下)

$$H = \hbar\omega a^+ a + \hbar\omega_0 \sigma_z + \hbar g (\sigma_+ a^m + \sigma_- a^{+m}) \quad (1)$$

式中  $\omega$ 、 $\omega_0$  是场和原子的频率;  $g$  是场与原子进行多光子相互作用时的耦合常数(不失一般性已假设  $g$  为实数);  $m$  是单模一次跃迁的多光子数目;  $\sigma_z$ 、 $\sigma_+$  和  $\sigma_-$  分别是原子反转、上升和下降算符;  $a^+$ 、 $a$  分别是场的产生和消灭算符。

本文中,  $|1\rangle$ 、 $|2\rangle$  分别表示原子的基态与激发态。假定原子初始处于基态  $|1\rangle$ , 则原子能

级布居反转以及光场的密度矩阵元,可表示为

$$W(\tau) = - \sum_{n=0}^{\infty} P(n) \cos(2\tau \sqrt{n!/(n-m)!}) \tag{2}$$

$$\langle n | \rho_f(\tau) | n \rangle = P(n, \tau) = P(n) \cdot \cos^2(\tau \sqrt{n!/(n-m)!}) + P(n+m) \cdot \sin^2(\tau \sqrt{(n+m)!/n!}) \tag{3}$$

$$\langle n | \rho_f(\tau) | n' \rangle = 0, \quad (n \neq n') \tag{4}$$

类似地,若原子初始处于激发态 $|2\rangle$ ,则

$$W(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} P(n) \cos(2\tau \sqrt{(n+m)!/n!}) \tag{5}$$

$$\langle n | \rho_f(\tau) | n \rangle = P(n, \tau) = P(n-m) \sin^2(\tau \sqrt{n!/(n-m)!}) + P(n) \cos^2(\tau \sqrt{(n+m)!/n!}) \tag{6}$$

$$\langle n | \rho_f(\tau) | n' \rangle = 0, \quad (n \neq n') \tag{7}$$

其中,  $\tau \equiv gt$ ,  $P(n)$  是初始热光场的光子数分布,  $P(n) = \bar{n}^n / (\bar{n} + 1)^{n+1}$ ,  $\bar{n}$  为初始热光场的平均光子数。利用上述表达式可以讨论原子能级的布居数反转  $W(\tau)$ 、场的光子数分布  $P(n, \tau)$ 、平均光子数  $\langle n(\tau) \rangle$ 、场的压缩效应以及场的聚束或反聚束效应(由零延迟的二阶关联函数  $g^{(2)}(\tau, 0) = \frac{\langle a^{+2} a^2 \rangle}{\langle a \rangle^2} = \frac{\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2}{\langle n \rangle^2}$  来表征)。当  $g^{(2)}(\tau, 0) < 1$ , 光子呈反聚束效应;  $g^{(2)}(\tau, 0) = 1$ , 光子不聚束也不反聚束;  $g^{(2)}(\tau, 0) > 1$ , 光子呈聚束效应;  $g^{(2)}(\tau, 0) > 2$ , 光子呈超聚束效应)。下面将着重讨论双光子( $m=2$ )与三光子( $m=3$ )跃迁时的情形。

## 二、原子能级布居数反转

图 1(a)、(b)和(c)分别是  $m=2, m=3$ , 且原子初始处于基态时,  $W(\tau)$  的时间特性曲线 ( $0 \leq \tau \leq 40$ )。观察图 1(a)与图 1(b), 可以看到在初始一段时间内, 随  $\bar{n}$  的增大, 崩塌期和复原期均变短, 而静止周期延长了。若比较单光子跃迁<sup>[1]</sup>与双光子跃迁下的结果, 可以发现, 随  $m$  增大, 崩塌、复原以及 Rabi 振荡周期都变短, 相邻崩塌(复原)信号之间的时间也减少; 将图 1(c) ( $m=3, \bar{n}=10$ ) 与图 1(b) 相比较也表明, 在三光子场合, 崩塌、复原以及 Rabi 振荡周期比

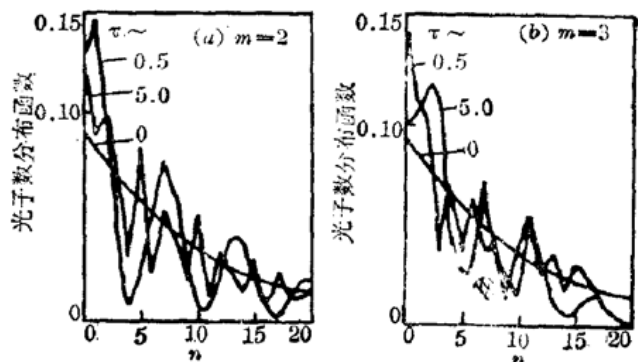
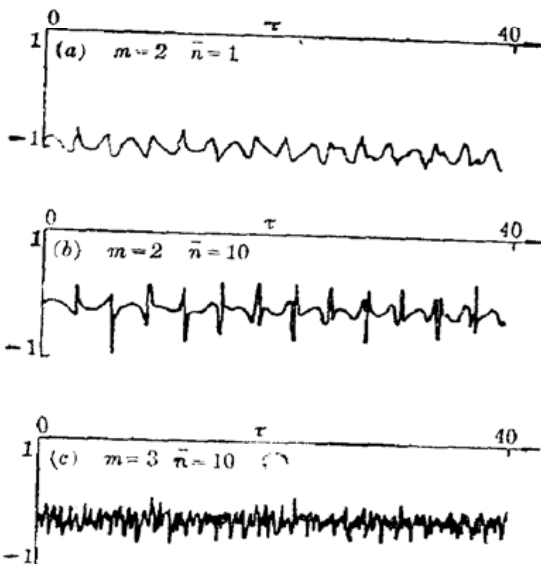


图 1 原子初始处于基态时,  $W(\tau)$  的时间特性曲线      图 2 原子初始处于基态时光子数的分布曲线( $\bar{n}=10$ )

$m=2$  时减小更加显著, 使得相邻振荡区域严重地互相重叠, 整个图形从  $\tau > 0$  开始就呈现出明显的混沌特征。

### 三、场的动力学性质

图 2(a) 与图 2(b) 分别是  $m=2$ 、 $m=3$  时, 光场光子数分布函数的变化曲线 (原子初始时处于基态)。可以看到, 在场与原子还未开始相互作用即  $\tau=0$  时, 曲线呈几何分布, 光子数分布函数值随光子数增多而单调减小; 当  $\tau$  取大于零之值时, 光子数分布函数值围绕着  $\tau=0$  时的几何曲线上下波动, 且随光子数  $n$  增多波动振幅减小, 逐渐趋于与  $\tau=0$  的曲线重合, 这说明初始热光场与原子发生多光子相互作用后, 确实一定程度上改变了光场的统计性质, 但由于相互作用后光子数分布随光子数变化的总趋势仍与初始热光场的光子数分布一致, 因此热光场即使通过与二能级原子进行高阶非线性相互作用, 场的统计性质的改变仍是有限的, 可从 (3) 式得到解释, 当  $n$  与  $m$  取值相差不太大时, (3) 式中的两个几率系数可分别看成是  $P(n)$  与  $P(n+m)$  的振荡调制因子, 当  $n$  取得远大于  $m$  时,  $P(n)$  ( $P(n+m)$ ) 是一个趋于零的很小的量, 而此时  $\cos^2(\tau\sqrt{n!/(n-m)!}) \rightarrow \cos^2 \tau$ ,  $\sin^2(\tau\sqrt{n!/(n-m)!}) \rightarrow \sin^2 \tau$ , 因此  $\cos^2 \tau$  与  $\sin^2 \tau$  分别同一个小量相乘后, 再取两项之和乃是一个趋于零的小量。

图 3 是原子初始处于基态、在双光子与三光子跃迁条件下  $g^{(2)}(\tau, 0)$  随时间  $\tau$  的演化曲线 ( $0 \leq \tau \leq 10$ )。结果发现, 无论是双光子过程还是三光子过程, 在场与原子相互作用过程中,  $g^{(2)}(\tau, 0)$  曲线几乎一直在大于 2 的区域振荡, 这反映了此时场的聚束程度比初始热平衡状态下的热光场还要强烈——亦即处于超聚束状态。比较图 3(a) 与图 3(b) 可知, 在双光子跃迁条件下, 随初始平均光子数增大,  $g^{(2)}(\tau, 0)$  曲线的振荡振幅减小, 光子在绝大多数时间内的聚束程度减弱。而比较图 3(b) 与图 3(c) 可得, 若保持  $\bar{n}$  不变, 随  $m$  增大, 在多数时间内光子聚束程度增强, 且曲线振荡频率变高。分析  $\bar{n}$  与  $m$  分别对  $g^{(2)}(\tau, 0)$  的时间曲线的影响效果可得,

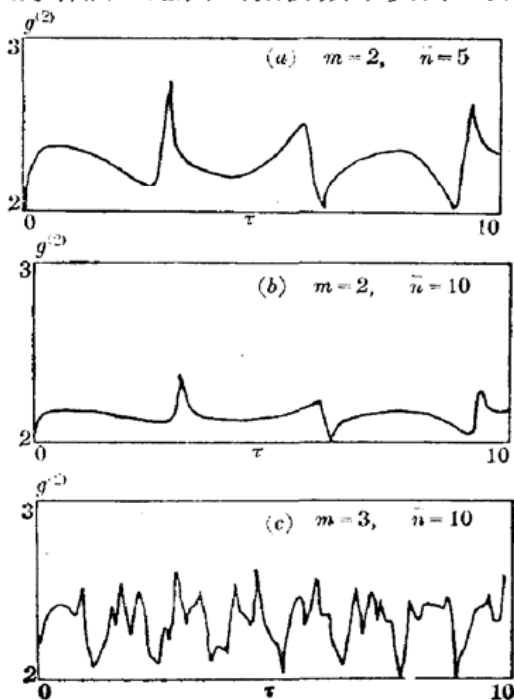


图 3 原子初始处于基态时,  $g^{(2)}(\tau, 0)$  的时间演化曲线

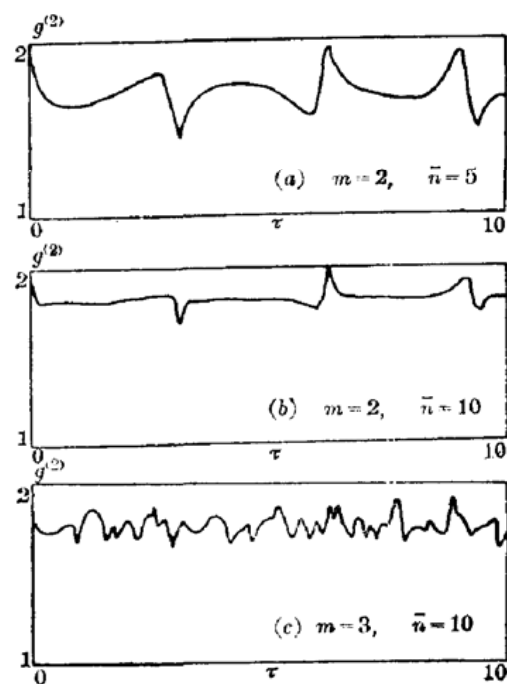


图 4 原子初始处于激发态时,  $g^{(2)}(\tau, 0)$  的时间演化曲线

光场的聚束效应随  $\bar{n}$  与  $m$  的变化规律是不一样的,  $\bar{n}$  的变化影响光场的聚束程度,  $m$  的变化既影响光场的聚束程度也影响聚束程度的时间变化率。

图 4 是原子初始处在激发态时,  $g^{(2)}(\tau, 0)$  的时间特性曲线 ( $0 \leq \tau \leq 10$ )。结果表明, 三个图中  $g^{(2)}(\tau, 0)$  曲线均在小于 2 区域(但大于 1)振荡, 而原子初始处于基态的  $g^{(2)}(\tau, 0)$  曲线均在大于 2 的区域振荡, 这些差异是由于原子初始状态不同造成的, 原子初始处于基态使得初始热光场的聚束程度增强, 原子初始处于激发态使得初始热光场的聚束程度减弱。但这个现象并不是普遍的, 我们在相干态 J-C 模中并未发现这种现象<sup>[2]</sup>, 因此, 即使是原子初始状态与非线性相互作用规律均相同的系统, 它们对初始不同统计性质场的聚束(反聚束)效应的影响效果也是不一样的。

由图 4 还可看到, 当保持  $m$  不变, 随  $\bar{n}$  的增大,  $g^{(2)}(\tau, 0)$  曲线的振荡振幅减小, 光子在大多数时间内的聚束程度增强; 而当保持  $\bar{n}$  不变, 随  $m$  增大,  $g^{(2)}(\tau, 0)$  曲线的振荡振幅变化不明显, 但曲线振荡次数增多。以上现象不太同于原子初始处在基态时的情形。

观察图 3 与图 4 可知, 对初始处于热平衡状态下的热光场, 无论其  $\bar{n}$  取何值,  $g^{(2)}(\tau, 0) |_{\tau=0} \equiv 2$ , 但它们经与原子相互作用后, 场的  $g^{(2)}(\tau, 0)$  不再保持为 2, 其时间特性不仅与  $\bar{n}$ 、 $m$  有关, 而且还与原子初始状态有关。因此热光场与原子相互作用后, 虽然光场仍为非相干的, 但光场的聚束程度却发生了变化。

因此, 就热光场 J-C 模而言, 在双光子与三光子跃迁(包括原子初始处于基态或激发态)条件下, 无论初始平均光子数取何值, 场均不可能处于反聚束状态。场的高阶相干性与在该场中进行的符合计数结果有直接的关系, 故该结果又进一步意味着热光场 J-C 模也不会出现二阶以上的相干性。由文献[3]可知, 此时我们也不可能获得亚泊松分布的光场。

文献[4]的结果表明, 若初始热光场被二能级原子长时间的多光子吸收后, 场的 Fano 因子  $F_n (\equiv \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2 / \langle n \rangle)$  之值小于 1, 亦即意味着此时场处在反聚束状态; 而本文的结果却不可能使场处在反聚束状态, 我们认为这是由不同的非线性光学过程决定的。文献[4]的结论是在多光子吸收条件下得到的, 本文的结果对应的非线性光学过程是多光子跃迁——既包括吸收也包括发射, 由此可见, 在热光场 J-C 模型中, 原子的受激发射使光场的聚束程度增强, 原子的受激吸收使光场的聚束程度减弱。这个结论与文献[5]相反。

至此我们已经研究了光场的光子数分布、表征光场光子数分布的二阶相干度  $g^{(2)}(\tau, 0)$ , 现在再来分析光场的平均光子数  $\langle n(\tau) \rangle$  与反映光场两个正交位相分量涨落的物理量  $(\Delta a_i)^2 (i = 1, 2)$ <sup>[6]</sup>。

若原子初始处于基态, 由系统能量守恒条件可直接得到,  $\langle n(\tau) \rangle = \bar{n} - (W(\tau) + 1)/2$ , 因此  $\langle n(\tau) \rangle$  具有与  $W(\tau)$  相类似的演变规律。同样, 若原子初始处于激发态,  $\langle n(\tau) \rangle$  与  $W(\tau)$  也有相类似的变化规律。

由  $(\Delta a_i)^2$  的表达式<sup>[6]</sup>可知,  $(\Delta a_i)^2$  之值与  $\langle n | \rho_f(\tau) | n \rangle$ 、 $\langle n | \rho_f(\tau) | n+1 \rangle$  以及  $\langle n | \rho_f(\tau) | n+2 \rangle$  之值密切相关, (4) 式和 (7) 式告诉我们, 初始热光场与二能级原子相互作用后, 光场密度矩阵的所有非对角矩阵元均为零, 即  $\langle n | \rho_f(\tau) | n+1 \rangle = \langle n | \rho_f(\tau) | n+2 \rangle = 0$ , 又  $\langle a^+ a \rangle = \langle n(\tau) \rangle$  恒大于零, 故  $(\Delta a_i)^2 = \frac{1}{4} (2\langle a^+ a \rangle + 1) > \frac{1}{4}$ , 亦即热光场与二能级原子相互作用后场总不可能被压缩。类似地可分析场也不可能出现高阶压缩<sup>[7]</sup>。可见, 在热光场 J-C 模型中, 场既不呈现相

干性也不呈现压缩性。

纵观以上分析,可得如下结论:无论场的初始平均光子数取何值,也无论初始热光场与原子是通过二阶还是三阶非线性相互作用,均不可能使光场出现已知的三种非经典效应<sup>[3]</sup>。这种模型中是否也不存在其它的非经典效应呢?下面运用文献[8]中给出的非经典态光场的判据来判定热光场 J-C 模中是否存在非经典效应。

由[8]可知,

$$\bar{T}(\bar{\alpha}, \bar{\alpha}^*; \sigma^2) = \frac{1}{\pi(1-\sigma^2)} \exp\left(\frac{|\bar{\alpha}|^2}{1-\sigma^2}\right) \cdot \int \frac{\alpha^2 \alpha}{\pi} \exp\left\{\left(\frac{1-2\sigma^2}{1-\sigma^2}\right)|\alpha|^2\right. \\ \left. + \frac{1}{1-\sigma^2}(\bar{\alpha}\alpha^* - \bar{\alpha}^*\alpha)\right\} \langle \alpha | \rho_f | -\alpha \rangle$$

热光场还未与原子相互作用( $\tau=0$ )时

$$\rho_f(0) = \sum_n P(n) |n\rangle \langle n|$$

则

$$\langle \alpha | \rho_f(0) | -\alpha \rangle = \exp(-|\alpha|^2) \sum_n \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} (-1)^n P(n) \quad (8)$$

$$\bar{T}(\bar{\alpha}, \bar{\alpha}^*; \sigma^2) = \frac{1}{\pi(1-\sigma^2)} \exp\left(\frac{|\bar{\alpha}|^2}{1-\sigma^2}\right) \int \frac{d^2\alpha}{\pi} \left(\sum_n \frac{(-1)^n}{n!} |\alpha|^{2n} P(n)\right) \\ \times \exp\left\{-\frac{\sigma^2}{1-\sigma^2} |\alpha|^2 + \frac{1}{1-\sigma^2} (\bar{\alpha}\alpha^* - \alpha^*\alpha)\right\} \\ = \frac{1}{\pi(1-\sigma^2)} \exp\left(\frac{|\bar{\alpha}|^2}{1-\sigma^2}\right) \left\{ \sum_n \frac{1}{n!} P(n) \frac{\partial^n}{\partial x^n} \left[ \frac{d^2\alpha}{\pi} \right. \right. \\ \left. \left. \times \exp\left[-x|\alpha|^2 + \frac{1}{1-\sigma^2} (\bar{\alpha}\alpha^* - \bar{\alpha}^*\alpha)\right] \right]_{x=\frac{\sigma^2}{1-\sigma^2}} \right\} \quad (9)$$

由文献[8]可得

$$\bar{T}(\bar{\alpha}, \bar{\alpha}^*; \sigma^2 \rightarrow 0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sum_n P(n) \frac{1}{n!} \frac{\partial^n}{\partial x^n} \left\{ \frac{1}{\pi x} \exp\left(-\frac{|\bar{\alpha}|^2}{x}\right) \right\} \quad (10)$$

由文献[9]可知,上式的无穷求和在取极限  $x \rightarrow 0^+$  时是广义函数空间中的一个元素,它所对应的场的  $P$  表示是存在的。其实我们已知道热光场的  $P$  表示是存在的,因此也反过来说明了(10)式的  $\bar{T}(\bar{\alpha}, \bar{\alpha}^*; \sigma^2 \rightarrow 0)$  一定是个正实数。

当原子与场发生相互作用以后( $\tau > 0$ ),此时由式(3)可得

$$\langle \alpha | \rho_f(\tau) | -\alpha \rangle = \exp(-|\alpha|^2) \sum_n \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} \langle n | \rho_f(\tau) | n \rangle \\ = \exp(-|\alpha|^2) \sum_n \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} [P(n) \cos^2(\tau \sqrt{n!/(n-m)!}) + P(n+m) \\ \times \sin^2(\tau \sqrt{(n+m)!/n!})] \quad (11)$$

上式与  $\tau=0$  的(8)式比较可知,前者仅多含因子  $\cos^2(\tau \sqrt{n!/(n-m)!})$ 、 $\sin^2(\tau \sqrt{(n+m)!/n!})$ ,因此可直接得到

$$\bar{T}(\bar{\alpha}, \bar{\alpha}^*; \sigma^2 \rightarrow 0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sum_n P(n) \cos^2(\tau \sqrt{n!/(n-m)!}) \frac{1}{n!} \frac{\partial^n}{\partial x^n} \left\{ \frac{1}{\pi x} \exp\left(-\frac{|\bar{\alpha}|^2}{x}\right) \right\} \\ + \lim_{x \rightarrow 0^+} \sum_n P(n+m) \sin^2(\tau \sqrt{(n+m)!/n!}) \frac{1}{n!} \frac{\partial^n}{\partial x^n} \left\{ \frac{1}{\pi x} \exp\left(-\frac{|\bar{\alpha}|^2}{x}\right) \right\} \quad (12)$$

(下转第 68 页)

mm。该方向上各点泵浦光强的大小用一个带针孔光阑的硅光二极管测出。图3给出了氙灯中心距离板条10 mm、5 mm二种情况的泵浦光强分布。实验值与理论计算值基本一致。在开口中心附近测得泵浦光强比理论计算值高,这可能是闪光灯自吸收系数小于1以及部分被吸收的光再度发射所致。

### 三、讨 论

对现有适用于面照明的各种聚光器的计算结果表明,三角形聚光器具有聚光效率和均匀性都比较好,对闪光灯的位置精度要求不高的优点,而且结构简单,加工方便。但三角形聚光器由于顶角和闪光灯自吸收引起的光能损失,限制了聚光效率的提高。计算中发现,聚光效率和均匀性之间有一定矛盾,因此要实现高效率均匀照明,采用单一曲面的照明器是困难的,一般要用多曲面组合,关于这方面的计算结果,将另文讨论。

在上述计算中,忽略了不在闪光灯横截面上的光线和不同频率、偏振态的光线在灯表面、冷却水套表面和板条表面的反射和折射效应等,同时在计算中各参数的单一变化也带来一些局限性,但要五个参数同时考虑,将增加二个数量级的计算量。虽然这些因素对聚光效率和均匀性计算影响不大,但要进一步提高计算精度,必须予以考虑。

### 参 考 文 献

- 1 Santanu Basu *et al.*, *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-22**, 2052(1986)
- 2 J. M. Eggeston *et al.*, *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-20**, 289 (1984)
- 3 陈炎兴 *et al.*,《激光》, **7**, 21 (1980)
- 4 M. R. Siegrist, *Appl. Opt.*, **15**, 2167 (1976)

(上接第103页)

可见, (12)式右边两项分别比(10)式多了  $\cos^2(\tau\sqrt{n!/(n-m)!})$  和  $\sin^2(\tau\sqrt{(n+m)!/n!})$ , 因此(12)式右边两项仍是非奇异的,亦即热光场 J-O 模型中场的  $P$  表示存在。总之,热光场与初始处于基态的二能级原子相互作用后,无论  $\bar{n}$ 、 $m$  如何变化,辐射场均不可能出现非经典特征。类似易推得,热光场与初始处于激发态的原子相互作用后也不可能导致场出现非经典效应。

### 参 考 文 献

- 1 P. L. Knight, P. M. Radmore, *Phys. Lett. A*, **90**(7), 342 (1982)
- 2 郭光灿,彭石安,罗耕贤,待发表
- 3 郭光灿 *et al.*, 量子电子学, **4**(1), 1(1987)
- 4 M. S. Zubairy, J. J. Yeh, *Phys. Rev. A*, **21**(5), 1624(1980)
- 5 刘正东,物理学报, **36**(12), 1645(1987)
- 6 A. S. Shumovssky *et al.*, *Phys. Lett. A*, **124**(6, 7), 351(1987); P. Meystre, M. S. Zubairy, *Phys. Lett. A*, **89**(8), 390(1982)
- 7 C. K. Hong, L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.*, **54**(4), 323(1985)
- 8 姚德明,郭光灿,物理学报, **37**(3), 463(1988)
- 9 Jan Perina, *Coherence of Light* (D. Reidel Publishing Company, Holland, 1985), p. 180