

# 同时实现 OR 及 XOR 逻辑运算的多功能 计算全息光学元件

丁 剑 平

(南京大学物理系, 210008)

**提要:** 本文提出了一种在光学上同时实现两图像间的 OR 及 XOR 运算的方法, 利用计算全息制成了同时进行上述两种基本逻辑运算的光学元件, 并给出了实验结果。

**关键词:** 计算全息, 逻辑运算, 光学元件

## Computer-generated holographic optical element capable of simultaneously performing OR and XOR logic operations

*Ding Jianping*

(Department of Physics, Nanjing University, Nanjing)

**Abstract:** Optical realization of simultaneous OR and XOR operations between two images is proposed. The optical element which can perform the above-mentioned logical operations is made by means of CGH. Experimental results are presented and some discussions are given.

**Key words:** Computer-generated holography, optical element, logical operation

### 一、引 言

光计算机由于具有高速、并行处理及信号相互干扰小等显著的优点, 近年来受到人们的重视<sup>[1]</sup>。利用光信息处理技术, 可以实现多种逻辑运算及多种变换<sup>[2~5]</sup>。在借助计算全息(CGH)技术研制光计算元件方面已有许多尝试<sup>[5, 6]</sup>。显然, 利用一种光学元件同时实现多种运算操作是有意义的。本文提出一种由计算全息产生的, 用于两图像间同时进行或(OR)和异或(XOR)运算的光学元件, 并给出了实验结果。

### 二、基本 原理

在 Fourier 光学中, 利用光栅作为相干光  $4f$  系统(图 1)中的滤波器可分别进行两图像间的相加(对应于 OR)和相减(XOR)运算<sup>[2]</sup>。

为了能利用该系统同时实现 OR 及 XOR 运算, 需要设计新的滤波器。考虑透过率  $t(x, y)$  具有如下形式的滤波器:

$$t(x, y) \propto \sin(4\pi x/T) \cos(2\pi x/T) \quad (1)$$

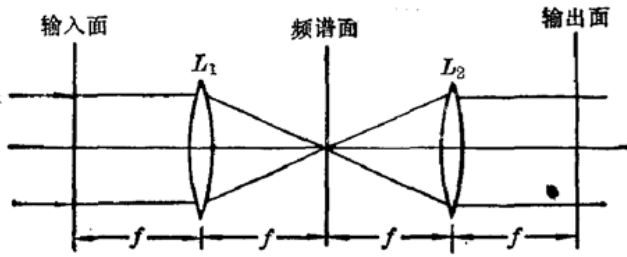


图1 相干光4f系统

$L_1, L_2$ —Fourier 变换透镜, 焦距为  $f$

这里的  $T$  为周期常数, 则  $4f$  系统的脉冲响应为:

$$h(x, y) = \frac{1}{\lambda f} FT\{t(x, y)\} |_{s=1/\lambda f}$$

$$\propto \left[ \delta\left(\frac{x}{\lambda f} - \frac{3}{T}\right) + \delta\left(\frac{x}{\lambda f} - \frac{1}{T}\right) - \delta\left(\frac{x}{\lambda f} + \frac{3}{T}\right) - \delta\left(\frac{x}{\lambda f} + \frac{1}{T}\right) \right] \delta\left(\frac{y}{\lambda f}\right)$$

$$\propto \left[ \delta\left(x - \frac{3\lambda f}{T}\right) + \delta\left(x - \frac{\lambda f}{T}\right) - \delta\left(x + \frac{3\lambda f}{T}\right) - \delta\left(x + \frac{\lambda f}{T}\right) \right] \delta(y) \quad (2)$$

其中  $\lambda$  为光波长,  $FT$  为 Fourier 变换,  $S$  为定标因子,  $\delta(x)$  为 Dirac 函数。

对于输入平面上分别位于坐标  $(\lambda f/T, 0)$  及  $(-\lambda f/T, 0)$  处的两幅图像  $O_1$  及  $O_2$ , 输出平面上的光场分布为

$$u(x, y) = [O_1(x - \lambda f/T, y) + O_2(x + \lambda f/T, y)] * h(x, y)$$

$$\propto [O_2(x, y) - O_1(x, y)] + [O_1(x - 2\lambda f/T, y) + O_2(x - 2\lambda f/T, y)]$$

$$- [O_1(x + 2\lambda f/T, y) + O_2(x + 2\lambda f/T, y)]$$

$$+ O_1(x - 4\lambda f/T, y) + O_2(x + 4\lambda f/T, y) \quad (3)$$

上式告诉我们, 当  $O_1, O_2$  在  $x$  方向上的最大尺度  $\Delta x$  满足下述关系时

$$\Delta x \leq \lambda f/T \quad (4)$$

$O_1, O_2$  两图像在输出平面上的  $(0, 0)$  处实现 XOR, 同时在  $(\pm 2\lambda f/T, 0)$  两个位置处实现 OR。

如果滤波器沿  $x$  方向位移  $T/4$ , 按同样的分析步骤, 可知, 在  $(0, 0)$  处两图像实现 OR, 而同时在  $(\pm 2\lambda f/T, 0)$  处则实现 XOR。

(2) 式表明, 在  $4f$  系统中, 如果在输入平面的  $x$  轴上放置 4 个点光源, 位置分别在  $x = \pm 3\lambda f/T, \pm \lambda f/T$  处, 采用干涉方法在频谱面记录一个 Fourier 变换全息图, 可得到所需的滤波器。但这种光学记录方式相当麻烦, 由于要求其中两个点源与另外两个点源位相相反并需精确定位, 精度难以保证。

CGH 由于其编码的灵活性, 原则上可记录和再现任意波前, 用于制作具有复杂滤波函数的滤波器是方便的。事实上, (2) 式表示的 4 个点源可以由 CGH 的再现像获得, 但仍需要用干涉记录方式才能得到所需的滤波器。为了避免这一点, 我们设计了一种方案, 即在 Fourier 变换型 CGH 上记录如下的全息函数

$$H(x, y) = e^{j(2\pi x/T)} + \sin(4\pi x/T) \quad (5)$$

该 CGH 放在图 1 的输入平面上再现时, 频谱面将再现三个点光源的像, 仅让这三个点像通过, 置于输出面上的底片将记录光强分布  $I(x, y) = |H(x, y)|^2$ , 底片的透过率为

$$t(x, y) \propto I(x, y)$$

$$\propto 1 + \sin^2(4\pi x/T) + 2 \sin(4\pi x/T) \cos(2\pi x/T) \quad (6)$$

(实际  $t(x, y)$  与 (6) 式的表示在衬度上是反转的, 但这并不影响下面的讨论)。上式中的第三项正是所需的滤波函数, 而附加项  $[1 + \sin^2(4\pi x/T)]$  的 Fourier 变换 (取定标因子  $S = 1/\lambda f$ )

是

$$\left[ \frac{3}{2} \delta(x/\lambda f) - \frac{1}{4} \delta(x/\lambda f + 4/T) - \frac{1}{4} \delta(x/\lambda f - 4/T) \right] \delta(y/\lambda f),$$

与(2)、(3)、(4)式对照可知,由于输出平面上各图像彼此是空间分离的,上述附加项对 $(0, 0)$ 及 $(\pm 2\lambda f/T, 0)$ 处的 OR 及 XOR 运算没有影响。

### 三、滤波器的制作

采用 Lohmann III 型 CGH 的编码方式,对(5)式中的全息函数编码计算,再由绘图仪绘制全息图。选取有关绘图参数为: $T=20\text{ mm}$ ,采样单元的大小为 $\Delta x = \Delta y = 2\text{ mm}$ ,绘图仪走笔步长 $=0.1\text{ mm}$ ,整幅图的面积为 $720\text{ mm} \times 520\text{ mm}$ 。经相机精缩 200 倍记录在超微粒干板上,得到所需的 CGH,而对应于(5)式的 $T=0.1\text{ mm}$ 。该 CGH 放于图 1 的输入平面上,在频谱上仅让对应于(5)式的三个点源再现像通过,输出平面上的光强分布就是(6)式。在输出面上直接用全息底片记录,得到所需的滤波器。

### 四、实验结果与讨论

图 2(a)是(6)式的理论曲线,图 2(b)是滤波器的局部放大像(注意两者衬度相反)。图 2(c)是滤波器的频谱,图中最外侧的两个亮点对应于(6)式中附加项的脉冲响应 $\delta(x/\lambda f \pm 4/T)$  $\delta(y)$ ,照片表明其强度相对于有用的脉冲响应要低 4 倍左右,与理论相符。

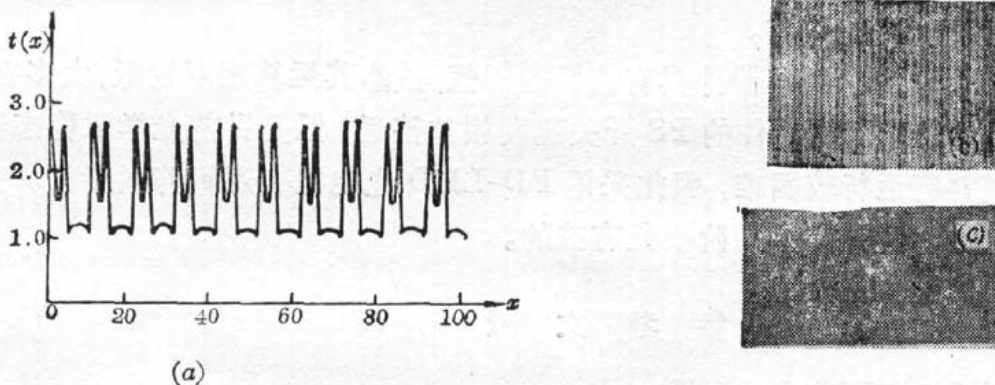


图 2

(a) (6)式的理论曲线  $T=10$ ; (b) 滤波器的局部放大像; (c) 滤波器的频谱

在所用的  $4f$  系统中, Fourier 变换透镜的焦距  $f=450\text{ mm}$ , 激光波长  $\lambda=632.8\text{ nm}$ 。选用图 3(a)所示的字符图像“—”、“|”、“+”, 实现“—”、“|”的 OR 和 XOR 及“—”与“+”的 OR 和 XOR。图像的大小应  $\leq \lambda f/T = 2.8\text{ mm}$ 。图 3(b)、图 3(c)为同时进行 OR 和 XOR 运算的结果。

绘图仪的最大绘图尺寸和绘图精度以及精缩相机和超微粒干板的分辨率,限制了 CGH 的空间带宽积,影响了滤波器的质量,从而使实验结果不够完善,利用高精度的制图设图,可改进实验结果,并通过减小周期  $T$ ,放宽对图像大小的限制。

OR 和 XOR 是两种基本的逻辑运算,本文提出的方法避免了通常利用 CGH 产生光学元件时的干涉拷贝过程,简便可靠。



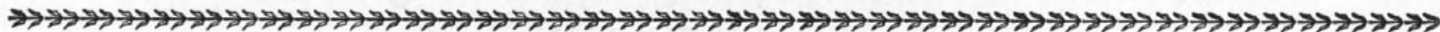
图 3

(a)一输入像;(b)、(c)一输入像的同时 OR 和 XOR 运算结果。

在本项工作中,高文琦副教授提出了有益的建议,杨凡、姚刚两位同学参与了部分实验工作.在此表示感谢。

### 参 考 文 献

- 1 R. A. Athale *et al.*; *Appl. Opt.*, **25**, 1541(1986)
- 2 Sing H. Lee, *Appl. Opt.*, **10**, 303(1976)
- 3 O. Bryngdahl, *J. Opt. Soc. Am.*, **64**, 1092(1974)
- 4 H. Bartelt *et al.*, *J. Opt. Soc. Am. A*, **1**, 944(1984)
- 5 Yang Guozhen *et al.*, *Optik*, **75**, 68(1987)
- 6 Sing H. Lee, *Appl. Opt.*, **26**, 4350(1987)



(上接第 676 页)

困难。余数数制具有较好的并行处理能力,但从输入的十进制到余数制的转换以及输出的余数制到十进制的转换归结为一个巨大的线性矩阵方程的求解。二进制在并行性方面的劣势严重地影响了其在光计算中的应用。本文将先行进位引入到光计算中,部分地解决了二进制数在并行性方面的困难,有一定的前途。

本文采用的 PD-LED 混合逻辑器件具有较低的阈值,虽然其运算速度较低,大多在  $\mu s$  的数量级,和 GaAs 半导体光学双稳器件的 PS 开关速度相差甚远,但是目前光学双稳态器件的光逻辑阈值较高,阵列并行运行较困难,因此采用 PD-LED 光电混合逻辑阵列器件研究光计算的体系和结构,在光计算研究的早期阶段是有益的。

### 参 考 文 献

- 1 A. W. Lohmann, *Appl. Opt.*, **25**(12), 1543(1986)
- 2 H. J. Caufield, *Opt. News*, (12), 9(1986)
- 3 J. W. Goodman *et al.*, *Opt. Lett.*, **2**(1), 1(1978)
- 4 R. A. Heinz *et al.*, *Appl. Opt.*, **9**(15), 2161(1970)
- 5 H. M. Gibbs *et al.*, *Appl. Phys. Lett.*, **35**(2), 451(1979)
- 6 A. W. Lohmann *et al.*, *Appl. Opt.*, **25**(18), 3047(1986)
- 7 Y. Jin *et al.*, *Opt. Commun.*, **65**(1), 11(1988)
- 8 S. T. Liu *et al.*, *Opt. Acta Sinica*, to be Published
- 9 S. Fukushima *et al.*, *Opt. Lett.*, **12**(12), 965(1987)
- 10 B. S. Wherrent, *Opt. Commun.*, **56**(1), 85(1985)