

激光聚变体点火的相似模拟解

刘仁红 谭维翰

(中国科学院上海光机所, 201800)

摘要: 本文首先用等压升温模型导出体点火数值计算的增益经验公式, 然后用相似模拟解数值计算了在考虑与不考虑 α 粒子的自加热情况下的增益与经验增益公式进行比较基本相符。

关键词: 激光聚变, 体点火, 增益

Self similarity solution for volume ignition of laser fusion

Liu Renhong, Tan Weihan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai)

Abstract: An isobar heating is used to derive Hora's empirical formula for fusion gains, then a self similarity solution and the calculation are presented. The numerical results obtained agree essentially with the analytical solution on the whole.

Key words: laser fusion, volume ignition, gain

一、引言

通过激光向心压缩靶, 使之到达高温高密度的等离子体。最早提出的是中心点火方案^[1~3], 即经过消融压缩, 靶中心密度超过液氘密度 1000 倍, 温度大于 10 KeV, 最先实现点火, 并产生一剧烈燃烧的热核波, 诱发周围的等离子体在更大的范围内实现自持的热核燃烧。这种方案, 对压缩的对称性要求很高, 中心的压缩达 1000~10000 倍液氘密度, 较难实现。后来又有体点火方案的提出^[4~8], 压缩可降低到液氘密度的 100 倍, 相应地降低了对激光器的要求, 也不需要由中心点火产生的热核燃烧波的诱发, 一开始就是在较大的体积内产生热核燃烧。Hora 等曾假定等离子体密度 $n(t)$ 、温度 $T(t)$ 的空间分布为均匀的, 并对时间 t 进行数值积分^[6, 7]。大量计算表明核聚变的能量增益 G 与输入激光能量 E_0 、靶球的初始密度等的复杂函数, 可用较为简单的经验公式来近似^[6, 7], 但其中的物理意义并不清楚^[8]。

Kidder 与 Hora 分别用下面公式来表示体点火情况下激光聚变的能量增益 G ,

$$G = C n_0 R_0, \quad C = 1.1 \times 10^{-22} \text{ cm}^2 \quad (1)$$

$$G = \left(\frac{E_0 n_0^2}{E_B n_s^2} \right)^{1/3}, \quad E_0 = \frac{4\pi}{3} R_0 n_0 2kT_0 \quad (2)$$

Kidder 增益公式(1)中 $n_0 R_0$ 与 Lawson 判据 $n_0 \tau$ 有明显的联系, 因靶球半径 R_0 用离子声速 v_i 除便是惯性约束时间 τ 。(2)式中 n_s 为固态粒子密度, E_B 为得失相当 ($G=1$) 能量(对于 DT

靶来说为 1.6 MJ, DT 质量 1.4 mg), E_0 为输入能量。当靶的初始密度 n_0 等于固体粒子密度 n_s 时, 达到得失相当的输入能量 E_0 即 E_B 。增益公式(2)是不考虑 α 粒子的自加热而得出的。当考虑 α 粒子自加热时, 由数值计算增益并在此基础上得出的经验公式^[6~8]如下:

$$G = \left(\frac{E_0 n_0^2}{E_B n_s^2} \right)^{1/3} \frac{E_0 / (7.1 \times 10^3 n_s / n_0)^2}{[1 + E_0 / (5 \times 10^3 n_s / n_0)^2]^{1/2} - 1} \quad (3)$$

靶球最佳初始温度为

$$\bar{T}_0 = 10.4 \frac{(25 + 10(E_0/E_B)^{1/3} (n_0/n_s)^{2/3})^{1/2} - 5}{\left(\frac{E_0 n_0^2}{E_B n_s^2} \right)^{1/3}} \quad (4)$$

二、 α 粒子自加热的定压升温模型

我们定义 $G_0 = \left(\frac{E_0 n_0^2}{E_B n_s^2} \right)^{1/3}$, 并将 Hora 的(3)、(4)式表示为

$$G = G_0 \frac{\frac{1}{2} (2G_0/5)^3}{\sqrt{1 + (2G_0/5)^3} - 1} = G_0 \frac{\sqrt{1 + (2G_0/5)^3} + 1}{2} \quad (5)$$

$$\bar{T}_0 = T_0 2 \frac{(1 + 2G_0/5)^{1/2} - 1}{2G_0/5} = T_0 \frac{2}{\sqrt{1 + 2G_0/5} + 1} \quad (6)$$

采用定压升温模型后, 等离子体的最佳初始温度 \bar{T}_0 升温至 T' , 所吸收的热量是初始热量 $2K\bar{T}_0$ 的 G_0 倍。按定压比热 $C_p = \gamma/(\gamma-1)$ 计算, 便得

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} 2K(T' - \bar{T}_0) = 2K\bar{T}_0 G_0 = \delta \int \langle \sigma v \rangle' n dt \quad (7)$$

$$\delta = 17.6 \text{ MeV}$$

注意 $\gamma = 5/3$, $\gamma/(\gamma-1) = 5/2$, 则

$$2KT' = 2K\bar{T}_0 + \frac{2}{5} G_0 2K\bar{T}_0 \quad (8)$$

有自加热与没有自加热的等离子体自由膨胀的 v'_∞ 、 v_∞ 分别正比于 $\sqrt{KT'}$ 与 $\sqrt{K\bar{T}_0}$ 。由(8)式有

$$v'_\infty / v_\infty = \sqrt{1 + 2G_0/5} \quad (9)$$

(8)式表明, 如果初始温度 \bar{T}_0 就取为聚变最佳温度 T_0 , 则由于升温, 等离子体的温度 T' 已超过最佳温度 T_0 。十分明显应将最佳温度 T_0 设计在 \bar{T}_0 与 T' 之间, 即初始温度 \bar{T}_0 不足最佳温度, 而末了温度已超过最佳温度, $\bar{T}_0 < T_0 < T'$ 。具体来说由(9)与(6)式 Hora 所得出的有自加热情况下的最佳初始温度 \bar{T}_0 可表示为

$$\bar{T}_0 = T_0 \frac{v_\infty}{\frac{v_\infty + v'_\infty}{2}} \quad (10)$$

$$\frac{T_0 - \bar{T}_0}{T_0} = \frac{v'_\infty - v_\infty}{2v_\infty} = \frac{v'^2_\infty - v^2_\infty}{2v_\infty(v'_\infty + v_\infty)}$$

$$\frac{T_0 - \bar{T}_0}{T' - T_0} = \frac{(v'^2_\infty - v^2_\infty) \bar{T}_0}{(T' - T_0) 2v_\infty(v'_\infty + v_\infty)} = \frac{v_\infty}{2(v'_\infty + v_\infty)} \leq \frac{1}{4}$$

即

$$T' - \bar{T}_0 \geq 4(T_0 - \bar{T}_0), T' - T_0 \geq 3(T_0 - \bar{T}_0) \quad (11)$$

至于增益公式(5),与体增益有关,因为定压升温,使得有自加热情况下的体胀不同于没有自加热情况下的体胀。若将(5)式改写为

$$\begin{aligned} G/G_0 &= \frac{\sqrt{(1+2G_0/5)^3+1}}{2} = \frac{\left(\sqrt{\frac{KT'}{KT_0}}\right)^3+1}{2} \\ &= \frac{(v_\infty'^3+v_\infty^3)\tau^3}{2v_\infty^3\cdot\tau^3} = \frac{V_\infty'+V_\infty}{V_\infty} \end{aligned} \quad (12)$$

式中 τ 为惯性约束时间, V_∞' 、 V_∞ 为惯性约束时间内的体胀。在定压升温过程中,压力不变即能密度不变,体积增大,就意味着总的内能增大,由核聚变产生的能量增益 G 也相应地增大。各个时刻的体胀与能量增益均在变,但可取初始与末了体胀的算术平均来估算整个过程的平均增益,这就是(12)式。

三、DT 气体相似解与聚变反应率计算

取相似变量 $\eta=r/R$, $\xi=v_\infty t/R_0$,可证明对于等熵运动 $p=A\rho^\gamma$ 的D-T气体,存在着如下形状的相似解^[9],下面将质量密度 ρ 用粒子数密度 n 来表示:

$$\left. \begin{aligned} p &= p_0(1+\xi^2)^{-\gamma/(\gamma-1)}(1-D'\eta^2)^{\gamma/(\gamma-1)} \\ n &= n_0(1+\xi^2)^{-1/(\gamma-1)}(1-D'\eta^2)^{1/(\gamma-1)} \\ KT &= K\bar{T}_0(1+\xi^2)^{-1}(1-D'\eta^2) \\ R &= R_0\sqrt{1+\left(\frac{v_\infty t}{R_0}\right)^2} = R_0(1+\xi^2)^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中 p_0 、 n_0 、 $K\bar{T}_0$ 分别为球心的初始压力、粒子数密度与温度,参数 $D' \leq 1$ 。将(13)式代入激光聚变增益公式:

$$G = \frac{\delta}{2K\bar{T}_0 n_0 V_0} 4\pi \int_0^\infty dt \int_0^{R(t)} n^2 \langle \sigma v \rangle r^2 dr \quad (14)$$

式中 \overline{KT}_0 为初始温度对初始粒子分布求平均。

$$\begin{aligned} \overline{KT}_0 &= \int K\bar{T}_0(1-D'\eta^2)n_0(1-D'\eta^2)^{3/2} \cdot 4\pi r^2 dr / \int n_0(1-D'\eta^2)^{3/2} 4\pi r^2 dr \\ &= 0.628 K\bar{T}_0 \end{aligned} \quad (15)$$

在做上面积分时,为免除发散,我们将 D' 取为0.9,靶球的初始体积 $V_0 = \frac{4\pi}{3} R_0^3$,采用相似变量 $\xi = \frac{v_\infty t}{R_0}$ 、 $\eta = \frac{r}{R}$,在不计及 α 粒子自加热情况下,增益表示式(14)可写为

$$G = \frac{3\delta R_0 n_0}{2K\bar{T}_0 v_\infty} \int_0^\infty d\xi \int_0^1 \eta^2 d\eta \langle \sigma v \rangle (1+\xi^2)^{-3/2} (1-D'\eta^2)^3 \quad (16)$$

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{AA}{\left(\frac{KT}{\text{keV}}\right)^{2/3}} \exp\left[-BB/\left(\frac{KT}{\text{keV}}\right)^{1/3}\right] \quad (17)$$

式中

$$AA = 1.28 \times 10^{-12} \text{ cm}^3/\text{s}, \quad BB = 16.5.$$

令

$$\lambda = \frac{K\bar{T}_0}{\text{keV}(BB)^3},$$

于是有

$$G = D \left(\frac{E_0 n_0^2}{E_B n_s^2} \right)^{1/3} \lambda^{-5/2} \cdot 3 \iint (1 + \xi^2)^{-5/6} (1 - D'\eta^2)^{7/3} \\ \times \exp[-\lambda^{-1/3} (1 + \xi^2)^{1/3} (1 - D'\eta^2)^{-1/3}] \eta^2 d\eta d\xi \\ D = \frac{(AA/\text{cm}^2/\text{s}) (\delta/\text{keV}) \left(\frac{E_0 n_0^2 \text{ cm}^6}{\text{keV}} \right)^{1/3} \sqrt{\frac{\text{mcm}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{keV}}}}{\left(\frac{4\pi}{3} \right)^{1/3} \sqrt{3} 2^{4/3} BB^2 (BB^3)^{11/6} (0.628)^{11/6}} \quad (18)$$

令

$$F(\xi) = \int_0^1 (1 - D'\eta^2)^{7/3} \exp[-\lambda^{-1/3} (1 + \xi^2)^{1/3} (1 - D'\eta^2)^{-1/3}] \eta^2 d\eta,$$

则

$$G = G_0 D \lambda^{-5/2} 3 \int_0^\infty d\xi (1 + \xi^2)^{-5/6} F(\xi) \quad (19)$$

由 $\delta G/\delta \lambda = 0$, 便得

$$\lambda^{-1/3} = \frac{15}{2} \int_0^\infty (1 + \xi^2)^{-5/6} F(\xi) d\xi / \int_0^\infty (1 + \xi^2)^{-1/2} F'(\xi) d\xi \\ F'(\xi) = \int_0^1 (1 - D'\eta^2)^2 \exp[-\lambda^{-1/3} (1 + \xi^2)^{1/3} (1 - D'\eta^2)^{-1/3}] \eta^2 d\eta \quad (20)$$

解积分方程(20), 便可确定最佳温度参量 λ 。当 λ 确定后代入(18)式, 并改变 E_B 则有

$$D \lambda^{-5/2} \times 3 \iint (1 + \xi^2)^{-5/6} (1 - D'\eta^2)^{7/3} \exp[-\lambda^{-1/3} (1 + \xi^2)^{1/3} (1 - D'\eta^2)^{-1/3}] \eta^2 d\eta d\xi = 1 \quad (21)$$

这样, 不考虑自加热时的增益公式为

$$G = G_0 = \left(\frac{E_0 n_0^2}{E_B n_s^2} \right)^{1/3} \quad (22)$$

现考虑自加热带来的影响, 首先是(8)式, 有

$$KT' = K\bar{T}_0 (1 + 0.4G), \quad \lambda^{-1/3} = \lambda^{1/3} (1 + 0.4G)^{-1/3} \\ v_\infty' = \sqrt{KT'} = \sqrt{K\bar{T}_0} \sqrt{1 + 0.4G} = v_\infty (1 + 0.4G)^{1/2} \quad (23)$$

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{AA}{(K\bar{T}_0)^{2/3}} \frac{1}{(1 + 0.4G)^{2/3}} \exp \left(-\lambda^{-1/3} \left(\frac{1 + \xi^2}{(1 + 0.4G)(1 - D'\eta^2)} \right)^{1/3} \right)$$

则(18)式变为

$$G = G_0 D \lambda^{-5/2} \iint \frac{(1 + \xi^2)^{-5/6} (1 - D'\eta^2)^{7/3} \left(1 - \frac{G \cdot 2\overline{KT}_0}{\delta} \right)^2}{(1 + 0.4G)^{1/2} (1 + 0.4G)^{2/3}} \exp[-\lambda^{-1/3} \\ \times (1 + 0.4G)^{-1/3} (1 + \xi^2)^{1/3} / (1 - D'\eta^2)^{1/3}] \eta^2 d\eta d\xi \quad (24)$$

(24)式中因子 $\left(1 - \frac{G \cdot 2\overline{KT}_0}{\delta} \right)^2$ 是考虑到粒子的燃耗而引进的。

四、数值计算

1. 不考虑自加热情形

由(20)式,得最佳温度参量

$$(\lambda^{-1/3})_{OPT} = 6.5$$

对于

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{AA}{\left(\frac{KT}{\text{keV}}\right)^{2/3}} \exp\left(-BB / \left(\frac{KT}{\text{keV}}\right)^{1/3}\right)$$

取

$$AA = 1.28 \times 10^{-12} \text{ cm}^3/\text{s}, \quad BB = 16.5。$$

由此确定的 $\langle \sigma v \rangle$ 与 KT 之关系如图1中的曲线 a , 曲线 c 为实验所得曲线。比较可知曲线 a 与实验值较接近,尤其在 $10 \sim 40 \text{ keV}$ 。文献[10]的参数 $AA = 3.68 \times 10^{-12} \text{ cm}^3/\text{s}$, $BB = 19.94$, 如图1中的曲线 b 。在低温部分与实验曲线 c 符合得更好,但在 10 keV 附近偏低些,不如曲线 a 符合得好,考虑到对核聚变贡献较大的在 10 keV 附近,故本文仍取曲线 a 。

于是由(21)式,便得

$$\begin{aligned} & \left(\frac{E_B n_s^2 \text{ cm}^6}{\text{keV}}\right)^{1/3} \\ &= \frac{\sqrt{3} \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3} 2^{4/3} BB^{15/2} (0.628)^{11/6} \lambda^{5/2}}{\left(\frac{AA}{\text{cm}^3/\text{s}}\right) \left(\frac{\delta}{\text{keV}}\right) \sqrt{\text{m} \cdot \text{cm}^2/\text{keV} \cdot \text{s}^2}} \\ & \times \frac{1}{3 \iint (1+\xi^2)^{-5/6} F(\xi) d\xi} \\ &= \frac{2.997 (BB/\lambda^{-1/3})^{15/2}}{33.9 \times 10^{-16} \iint (1+\xi^2)^{-5/6} F(\xi) d\xi} \end{aligned}$$

$$E_B = 1.6 \times 10^{-19} \times \left(\frac{2.997 \times \left(\frac{16.5}{6.5}\right)^{15/2}}{33.9 \times 10^{-16} \times 2.967 \times 10^{-3}} \right)^3 / (5.8 \times 10^{22})^2$$

$$E_B = 1.6 \text{ MJ}$$

$$KT_0 = BB^3 \lambda = \left(\frac{16.5}{6.5}\right)^3 = 16.35 \text{ keV}$$

$$\overline{KT}_0 = 0.628 KT_0 = 10.26 \text{ keV}$$

2. 考虑自加热情形

由(24)式及(21)式可算得 G/G_0 。由图2给出 G/G_0 按参量 G_0 、 \overline{KT}_0 而变的曲线。图中 $\overline{KT}_0 = 0.628 KT_0$ 。

计算得到 G/G_0 极大值按 \overline{KT}_0 参量变化关系如图3中曲线 a 所示,曲线 b 是按公式(12)

$$G/G_0 = \frac{\sqrt{(1+0.4G_0)^2 + 1}}{2}$$

算得的理论值。曲线 a 与曲线 b 在低增益 G_0 时很符合。

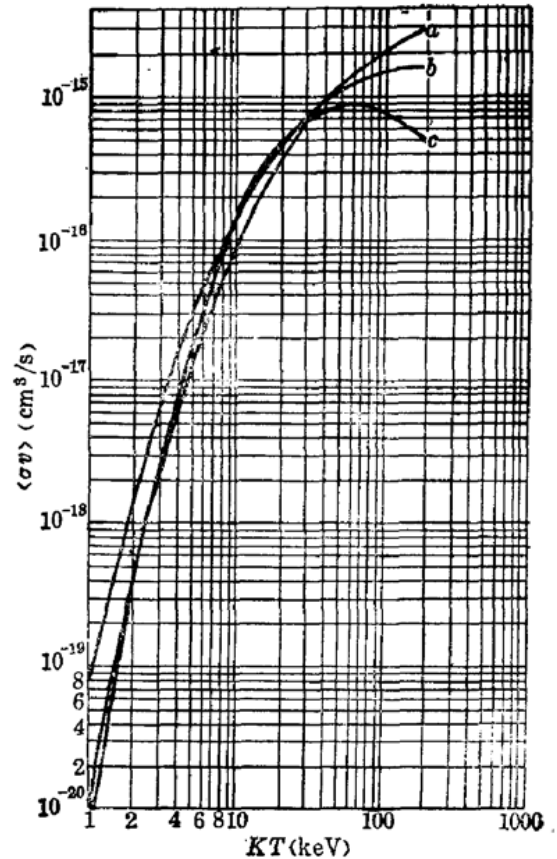


图1 $\langle \sigma v \rangle$ 实验曲线与理论曲线

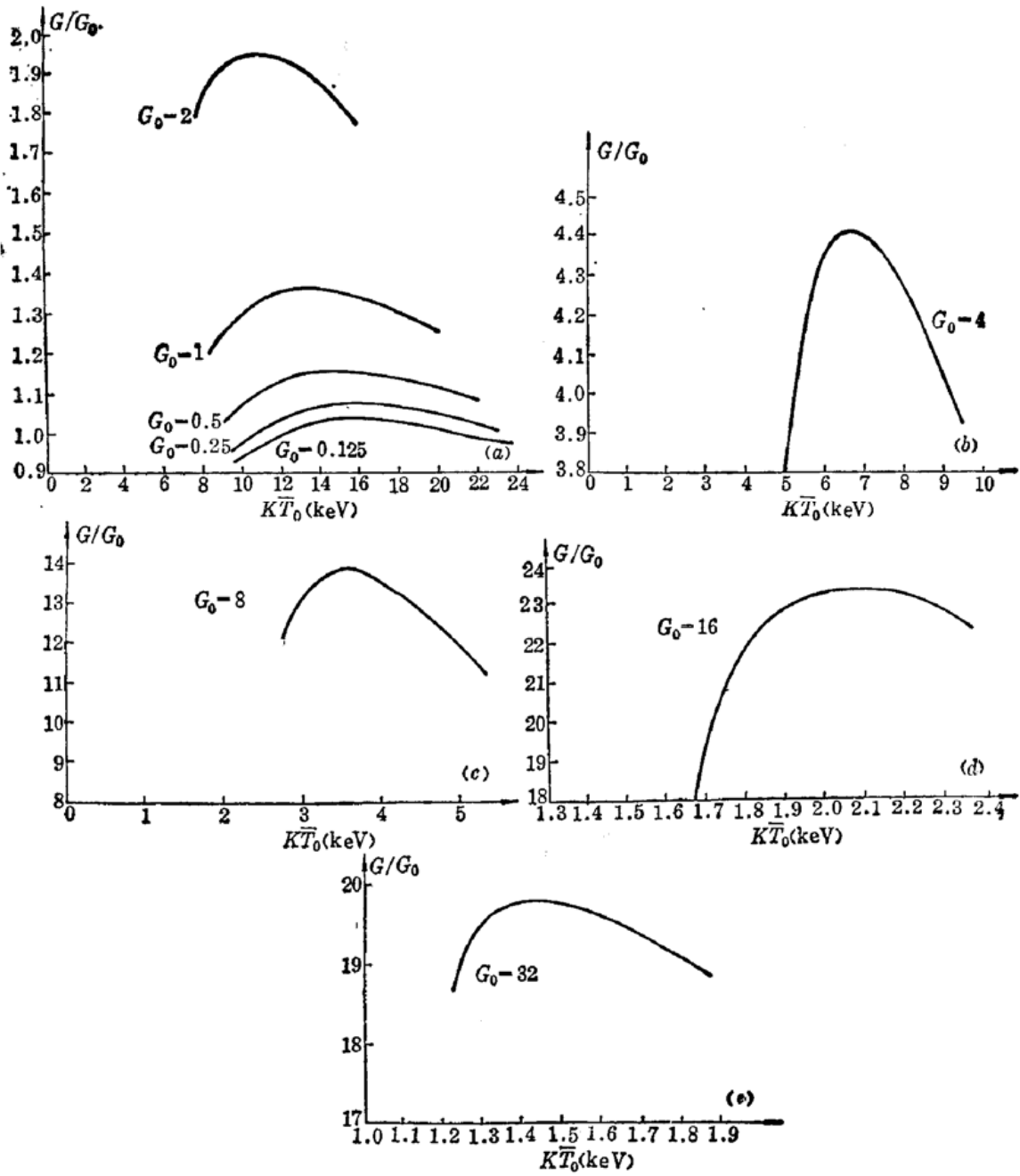


图2 G/G_0 随 G_0 、 $K\bar{T}_0$ 的变化曲线

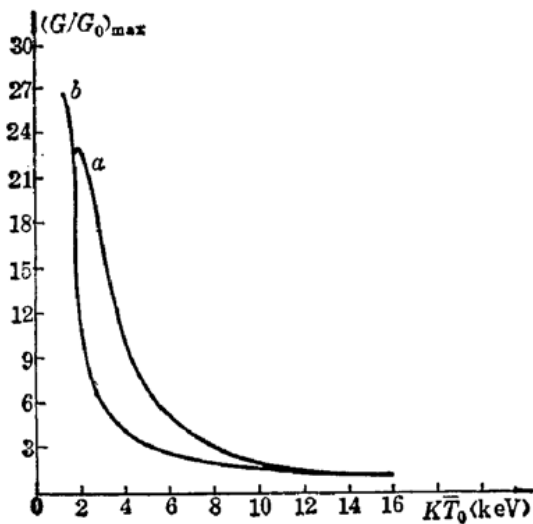
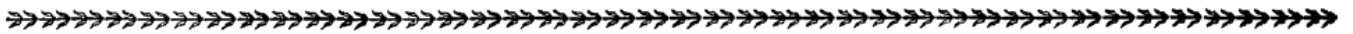


图3 $(G/G_0)_{max}$ 随 $K\bar{T}_0$ 变化的计算曲线及由公式计算的理论曲线

参 考 文 献

- 1 J. H. Nuckolls, *Laser Interaction and Related Plasma Phenomena*, II. J. Schwarz and H. Hora eds., Plenum New York 3B, 1974, p. 399
- 2 K. A. Bruckner, *ibid*, 3B, 1974, p. 427
- 3 K. A. Bruckner, *S. Zh. Na. Rev. Mod. Physics*, **46**, 325 (1974)
- 4 N. G. Basov and O. N. Krokhin, *3rd International Con. Quant. Electr.*, Paris (1963)
- 5 R. E. Kider, *Nuclear Fusion*, **14**, 797 (1974)
- 6 H. Hora and P. S. Ray, *Naturforsch*, **33A**, 890 (1978)
- 7 L. Ciechitelli *et al.*, *Laser and Particle Beams*, **6**, Part 2, 163~182 (1988)
- 8 H. Hora. *Z. Naturforsch*, **42 A**, 1239~1240 (1987)
- 9 丁丽明, 谭维翰 *et al.*, *核聚变*, **1**, 187 (1980)
- 10 S. Glasstone, R. M. Lovberg, *Controlled Thermonuclear Reactions*, D. Van. Nostrand Company, Inc. Princeton 1960, p. 20

掺 Nd 石英单模光纤 $1.088\mu\text{m}$ 连续光纤激光

中国科学院上海光机所光纤总体研究组最近用 Ar 离子 514.5nm 激光泵浦, 在石英单模光纤中产生了 $1.088\mu\text{m}$ 的连续激光输出, 阈值 7mW , 获最大输出 1.6mW 。

实验所用光纤是一根长 2.7m , 芯径 $5\mu\text{m}$ 的掺 Nd 石英光纤, 该光纤在 514.5nm 处的吸收约为 $50\text{dB}/\text{m}$ 。激光谐振腔由两块介质膜片构成, 将平整光滑的光纤端面分别耦合在两块介质膜片上。这种方法与端面抛光镀膜方法相比简单易行, 且可通过更换腔片来改变腔面反射率。泵浦激光经显微镜聚焦透过腔片进入光纤, 后腔片对 514.5nm 光的透过率是 80% , 输出腔片分别采用两种不同反射率的膜片, $R_1=97.5\%$, $R_2\sim 99.8\%$, 都可产生激光输出。用 R_2 膜片时阈值最低, 在 $1.0884\mu\text{m}$ 处产生激光的吸收阈值是 7mW 。此时激光线宽很窄, 随着泵浦功率的增加, 激光输出线宽也逐渐增大并在 $1.0852\mu\text{m}$ 处也产生振荡, 最后两条激光谱线连在一起, 线宽增大到 6nm 。测得最大输出为 1.6mW , 斜率效率为 8% 。

(中国科学院上海光机所 陈一斌 程瑞华 沈红卫 于福熹 1990年9月5日收稿)