

## 两元相位光栅光调制\*

刘立人

(中国科学院上海光机所)

**提要:** 基于两元相位光栅的自成像效应和相位补偿的原理, 本文提出了两元光学的一种新的双相位光栅光调制器。用菲涅耳衍射理论导出了任意光束的解析解, 进行了高斯光束的计算机模拟。表明调制度正比于光束直径而反比于两光栅的间距, 最后给出了实验。

**关键词:** 两元相位光栅, Talbot 效应, 光调制, 高斯光束

### Optical modulation with binary phase gratings

Liu Liren

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai)

**Abstract:** A novel light modulator based on binary optics is proposed, which is consisted of two binary  $\pi/2$  phase gratings, one for self-imaging and the other for phase compensation. An analytic expression for the modulation of any form of incident wave-front is obtained by using the Fresnel diffraction theory. Numerical simulations on the zero-order diffraction of Gaussian beams are given. It is concluded that the modulability is directly proportional to the beam radius and reversely to the distance between the two gratings. Experiments results are given, too.

**Key words:** binary phase grating, Talbot effect, light modulation, Gaussian beam

两元光学是近些年来迅速发展起来的一门技术。两元光学涉及的是利用两元相位分布图案控制光波面的相位、振幅和偏振的技术<sup>[1]</sup>。如已出现的光束成形器<sup>[2]</sup>、扫描器<sup>[3]</sup>、大离轴透镜<sup>[4]</sup>、光纤耦合器<sup>[5]</sup>、非锁相激光列阵的相干叠加<sup>[6]</sup>、锁相激光列阵的孔径装填<sup>[7]</sup>等。

光栅在相干光照明下经过特定距离传播后能自成像的现象称为 Talbot 效应。特别是纯相位分布的光栅也可能正确地自成像<sup>[8~10]</sup>。

利用两元相位光栅自成像特性, 并用第二个可移动相位光栅进行相位补偿, 这就构成了一种光调制器, 也能用作可变分束器或光纤星型耦合器。可见这也是种新型的两元光学器件, 已证明其调制性能与电光晶体调制器相当, 但结构较简单。与声光调制器比较, 具有较高的调制度和大的衍射角。这种光栅调制器和破坏全内反射调制器一样同属于压电机械控制式, 但后者只能分成两个光束, 而光栅调制器能分成三个光束, 并易于实现周期性调制。

本文先用菲涅耳衍射理论分析了任意波面形状的入射光束的远场衍射调制过程, 导出了一般性解析表达式, 对零级衍射存在三角调制函数而对一级是余弦函数。给出了高斯光束的计算机模拟。估计了调制度, 与光束直径成正比, 与两光栅距离成反比, 最后给出了初步实验。

## 一、原理简述

图 1 所示为原理结构。\$g\_1(x, y)\$ 和 \$g\_2(x, y)\$ 为相同的 \$\pi/2\$ 相位差相位光栅。第二光栅(或第一光栅)用压电陶瓷控制横向平移, 移动量记作 \$d\$。

设相位光栅的相位分布为

$$g(x) = \sum_n \left[ e^{-j\frac{\pi}{4}} \text{rect}\left(\frac{x-nT}{T}\right) + e^{j\frac{\pi}{4}} \text{rect}\left(\frac{x-nT-\frac{T}{2}}{T}\right) \right] \quad (1)$$

则

$$g_1(x, y) = g(x), \quad (2)$$

$$g_2(x, y) = g(x-d). \quad (3)$$

两光栅间的距离满足自成像条件:

$$z = p \frac{T^2}{\lambda}. \quad (4)$$

这里 \$T\$ 为光栅周期, \$\lambda\$ 为入射光波长, \$p\$ 为正整数。

先假定入射光束为平面波, 即 \$e\_0(x, y) = 1\$。因此第一相位光栅在第二光栅面上的自成像为<sup>[9, 10]</sup>

$$e_2(x, y) = g\left(x - p \frac{T}{2}\right). \quad (5)$$

当 \$p\$ 为偶数时正确自成像, \$p\$ 为奇数时自成像横向平移半个周期。

所以输出光场为

$$e_3(x, y) = g\left(x - p \frac{T}{2}\right) g(x-d). \quad (6)$$

当 \$P\$ 为偶数和 \$d=0\$ 时, \$e\_3\$ 为 \$\pi\$ 相位差相位分布, 零级衍射强度为零。而当 \$d=T/2\$ 时, \$e\_3\$ 为恒定相位分布使零级达到最大值 100%。因此平移第二光栅从零至 \$T/2\$, 零级光强从零至 100% 调制。同样, 当 \$p\$ 为奇数时, 平移光栅从零至 \$T/2\$, 光强从 100% 至零调制。显然当光栅移动 \$n\$ 个周期时, 可方便地产生 \$n\$ 个周期的周期性调制。

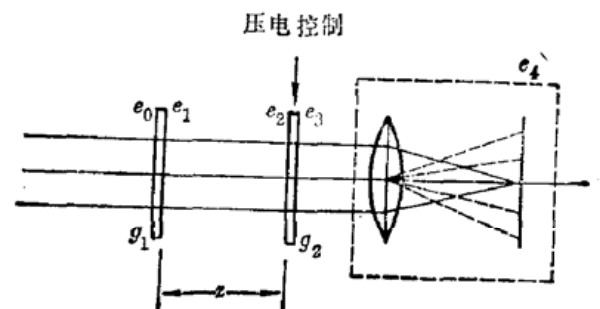


图 1 双相位光栅调制器基本结构

## 二、理 论

事实上光束不是无穷大。现用菲涅耳线性衍射理论分析任意光束截面函数下的光调制效应。由文献[11], 显然输出光场为

$$e_3(x, y) = \frac{e^{jkz}}{j\lambda z} \left\{ [e_0(x, y) g(x)] ** q\left(x, y; \frac{1}{\lambda z}\right) \right\} g(x-d). \quad (7)$$

其中, \*\*表示两维卷积,  $q$  为两次项相位因子。其远场衍射在图 1 中用虚线框出的变换透镜后焦面上表示。远场衍射  $e_4$  可用  $e_3$  的傅里叶变换求得。空间频率为  $f_x$  和  $f_y$ 。则有:

$$\begin{aligned} e_4(f_x, f_y) &= \int_{-\infty}^{\infty} e_3(x, y) \exp[-2\pi i(xf_x + yf_y)] dx dy \\ &= e^{j\frac{2\pi}{\lambda}z} \{ [E_0(f_x, f_y) ** G(f_x) \delta(f_y)] q^*(f_x, f_y; \lambda z) \} \\ &\quad ** [G(f_x) \exp(-2\pi i d f_x) \delta(f_y)]. \end{aligned} \quad (8)$$

这里  $E_0(f_x, f_y)$  为入射光束  $e_0(x, y)$  的傅里叶变换,  $G(f_x)$  是  $g(x)$  的傅里叶变换。可以求得

$$\begin{aligned} G(f_x) &= \sum_n C_n \delta\left(f_x - \frac{n}{T}\right), \\ C_n &= \frac{1}{2} \text{sinc}\left(\frac{n}{2}\right) \exp\left(-\frac{\pi}{2} i n^2\right). \end{aligned} \quad (9)$$

通过计算, 得到

$$\begin{aligned} e_4(f_x, f_y) &= e^{j\frac{2\pi}{\lambda}z} q^*(f_x, f_y; \lambda z) \sum_n \sum_m C_n C_m \exp(-\pi i m^2 p) \\ &\quad \times \exp\left(-2\pi i \frac{m}{T} d\right) E_0\left(f_x - \frac{m}{T} - \frac{n}{T}, f_y\right) \exp\left(2\pi i \frac{m}{T} \lambda z f_x\right). \end{aligned} \quad (10)$$

我们主要关心的是零级衍射, 即取  $m+n=0$ , 则

$$\begin{aligned} e_4(f_x, f_y; 0) &= e^{j\frac{2\pi}{\lambda}z} q^*(f_x, f_y; \lambda z) E_0(f_x, f_y) \sum_m C_m^2 \exp(-\pi i m^2 p) \\ &\quad \times \exp\left(-2\pi i \frac{m}{T} d\right) \exp\left(2\pi i \frac{m}{T} \lambda z f_x\right) = e^{j\frac{2\pi}{\lambda}z} q^*(f_x, f_y; \lambda z) \\ &\quad \times E_0(f_x, f_y) \left[ g(\lambda z f_x) * g(\lambda z f_x) * \delta\left(\lambda z f_x - \frac{T}{2} p - d\right) \right]. \end{aligned}$$

这里已使用了傅里叶变换卷积定理。对于  $-\pi/4$  和  $\pi/4$  相位光栅, 可以求得

$$\begin{aligned} g(\alpha z f_x) * g(\lambda z f_x) &= \frac{1}{T} \int_0^T \sum_n \left[ e^{-j\frac{\pi}{4}} \text{rect}\left(\frac{\alpha - nT}{\frac{T}{2}}\right) + e^{j\frac{\pi}{4}} \text{rect}\left(\frac{\alpha - nT - \frac{T}{2}}{\frac{T}{2}}\right) \right] \\ &\quad \times \sum_n \left[ e^{-j\frac{\pi}{4}} \text{rect}\left(\frac{x - \alpha - nT}{\frac{T}{2}}\right) + e^{j\frac{\pi}{4}} \text{rect}\left(\frac{x - \alpha - nT - \frac{T}{2}}{\frac{T}{2}}\right) \right] d\alpha \\ &= \sum_n A \left( \frac{\lambda z f_x - nT - \frac{T}{2}}{\frac{T}{2}} \right). \end{aligned}$$

最终为

$$\begin{aligned} e_4(f_x, f_y; 0) &= e^{j\frac{2\pi}{\lambda}z} q^*(f_x, f_y; \lambda z) E_0(f_x, f_y) \\ &\quad \times \sum_n A \left( \frac{\lambda z f_x - nT - \frac{p+1}{2} T - d}{\frac{T}{2}} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

该式的物理意义极为明确, 表明零级衍射分布为光束远场分布与周期三角函数的乘积。三

角函数随光栅平移而移动, 因此该三角函数相当于对零级的调制函数。当  $\frac{p+1}{2} T+d$  为  $T$  整数倍时光强最大, 而为  $T/2$  奇数倍时最小。这与上节讨论一致。应当注意到三角调制函数只与  $x$  方向有关。

对  $\pm 1$  级衍射,  $m+n=\pm 1$ , 同样可求得

$$e_{\pm 1}(f_x, f_y; \pm 1) = e^{j\frac{2\pi d}{\lambda z}} q^*(f_x, f_y; \lambda z) E_0\left(f_x \mp \frac{1}{T}, f_y\right) \\ \times \frac{2}{\pi} e^{-j\frac{\pi}{2}} \sin\left(\pm \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\pm \pi \frac{\left|\lambda z f_x - p \frac{T}{2} - d - nT\right|}{T}\right) \\ \times \exp\left(\mp \pi j \frac{\lambda z f_x - p \frac{T}{2} - d - nT}{T}\right). \quad (12)$$

这里

$$-\frac{T}{2} \leq \lambda z f_x - p \frac{T}{2} - d - nT \leq \frac{T}{2}.$$

显然对于一级衍射的等效调制函数是余弦函数。注意, 三角和余弦函数之间  $T/2$  有位移差。

### 三、数值分析

首先考虑无限大平面入射波的理想情况。这时  $E_0(f_x, f_y) = \delta(f_x, f_y)$ , 由 (11) 式和 (12) 式可得零级和一级衍射光强为

$$I(f_x, f_y; 0) = \sum_n A^2 \left( \frac{-\frac{p+1}{2} T - d - nT}{\frac{T}{2}} \right), \quad (13)$$

$$I(f_x, f_y; \pm 1) = \frac{4}{\pi^2} \cos^2 \left( \pi \frac{\pm \frac{\lambda z}{T} - p \frac{T}{2} - d}{T} \right). \quad (14)$$

图 2 给出了相应的理论调制曲线, 横坐标为标位移量  $d$  从  $(0-0.5)T$  或  $(0.5-0)T$  的范围, 这视上述讨论中  $p$  的数值而定。

绝大多数情况下激光光束可用高斯光束来表示。进一步也可假设调制器位于束腰附近, 即

$$e_0(x, y) = \exp\left(-\pi \frac{x^2 + y^2}{b^2}\right). \quad (15)$$

其傅里叶变换仍为高斯型:

$$E_0(f_x, f_y) = b^2 \exp[-\pi b^2 (f_x^2 + f_y^2)]. \quad (16)$$

因此, 高斯光束所含总能量为

$$E_0 = \int_{-\infty}^{\infty} E_0^2(f_x, f_y) df_x df_y = \frac{b^2}{2}. \quad (17)$$

一般使用情况下光束中占据足够多的光栅栅线, 而且光栅间距离不大, 即有  $b \gg PT$ 。

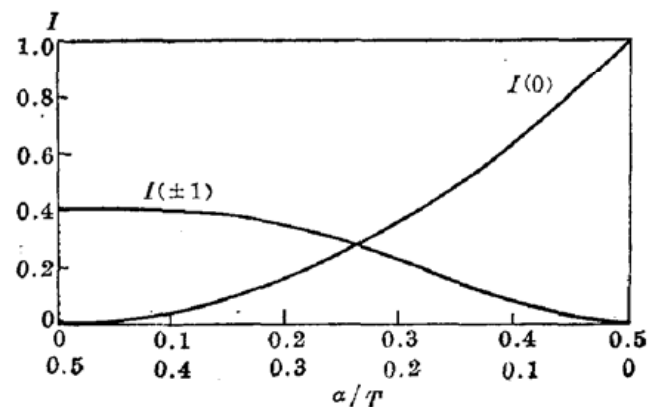


图 2 零级和一级衍射的理想调制曲线

这时,最大调制透过能量为

$$E_y^{\max} \approx \int_{-\infty}^{\infty} E_0^2(f_x, f_y) A^2\left(\frac{\lambda f_x}{2}\right) df_x df_y \approx E_0 \left(1 - \frac{\sqrt{2} p T}{\pi b}\right). \quad (18)$$

同样,最小调制透过能量为

$$E_y^{\min} \approx \int_{-\infty}^{\infty} E_0^2(f_x, f_y) \left[1 - A\left(\frac{\lambda f_x}{2}\right)\right]^2 df_x df_y \approx E_0 \frac{p^2 T^2}{2\pi b^2}. \quad (19)$$

因此,调制器的调制度(消光比)为

$$C_1 = E_y^{\max} / E_y^{\min} \approx \frac{2 - \sqrt{2}}{p^2 T^2}. \quad (20)$$

调制器的最大透过能量与总能量比为

$$C_2 = E_y^{\max} / E_0 = 1 - \frac{\sqrt{2} p T}{\pi b}. \quad (21)$$

前者表示调制器的调制性能,后者与调制器的能量损失关联。可以得出结论:光束直径对光栅周期比( $b/T$ )愈大,两光栅间距离( $p$ )愈小时,消光比愈高,零级能量损失愈小。例如  $b/IT = 10$  时,  $C_1 \approx 600$  和  $C_2 = 0.955$ 。这表明,较电光晶体调制器而言,光栅调制器也具有足够好的调制性能。当然比声光调制器要好得多。实践使用时可设计光栅为每毫米几十条左右,衍射角为几十毫弧度左右,较声光调制器也大得多。

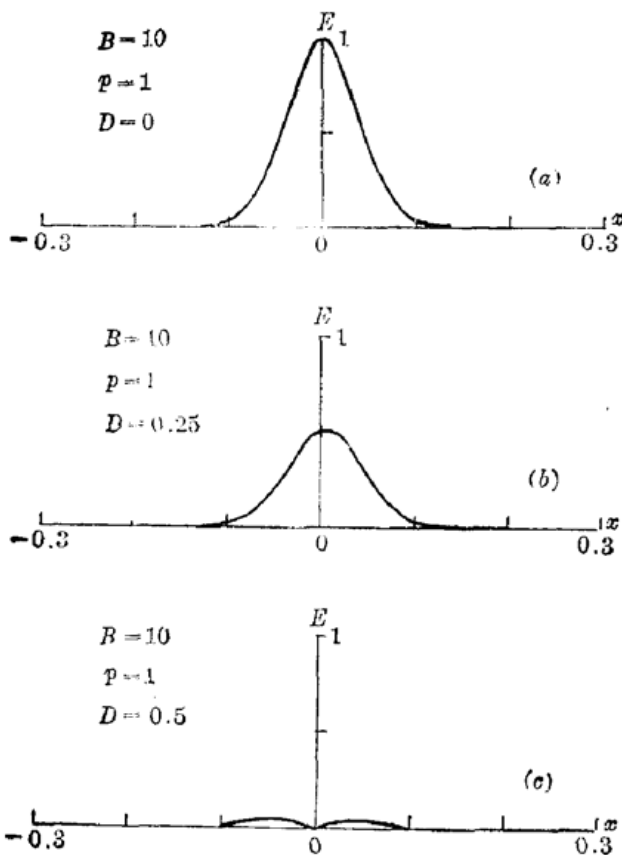


图 3

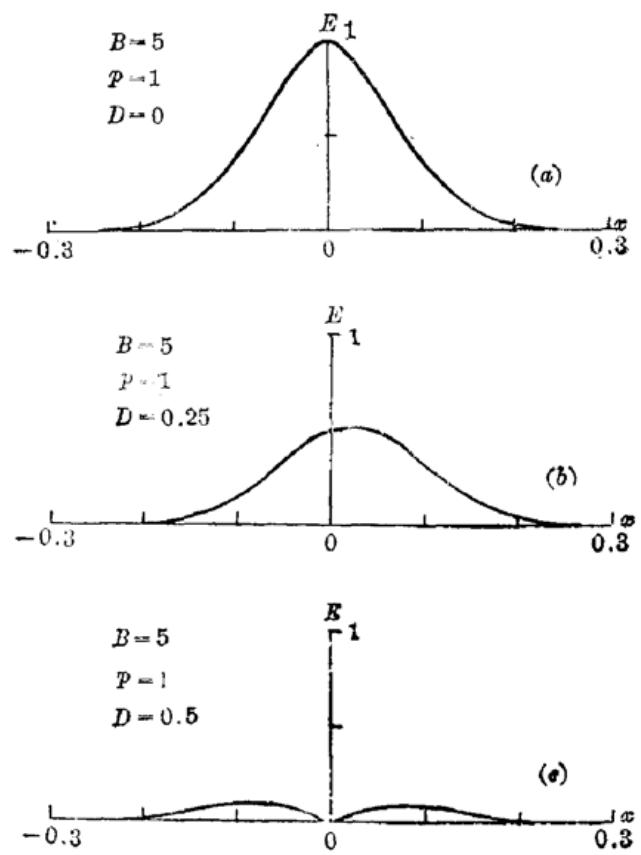


图 4

为了更清楚地显示调制过程和调制性能,这里再给出高斯光束零级衍射远场光场分布的计算机模拟。记作  $B = b/T$ ,  $D = d/T$ 。光场取绝对值归一化,横坐标取归一化  $x = \lambda f_x / T$ 。图 3 是  $B = 10$ ,  $p = 1$  和  $D = 0, 0.25, 0.5$  时的零级衍射分布。图 4 是  $B = 5$ ,  $p = 1$  和  $D = 0, 0.25,$

0.5 时的零级衍射分布。由于有限口径光束的发散, 可以看到最大透过时的光场分布较高斯型分布更尖锐些, 它意味着最大透过时的能量损失。同样原因, 最小透过时的光场分布总是为中心零值的对称分布图案, 其积分就是最小透过能量, 其间光场将出现不对称分布花样。通过数值模拟,  $B$  愈大,  $p$  愈小。调制性能愈好(即最大透过能量愈多最小透过能量愈小)的结论是显而易见的。

#### 四、实验和应用讨论

实验中采用 10 条/mm 的  $\pi/2$  相位差相位光栅, 入射光为腔长 250 mm、输出 1 mW 的氦-氖激光, 近似地为  $B \approx 10$  的高斯光束。两光栅间距离为 15.8 mm, 即  $p=1$ 。图 5(a) 是  $d=0$  时的零级衍射光强, 横向比纵向窄些。图 5(b) 是  $d=T/2$  时的零级衍射光强, 中心出现暗线。图形与预言一致。变动  $p$  或连续变化  $d$  时也可观察到理论预示的图形变化。

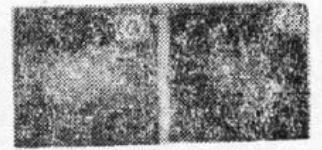


图 5

这种调制器布置下测得最大透过能量与总能量之比约大于 95%, 应当说明, 本实验中的相位光栅为全息漂白复制和镀膜光刻两种, 由于相位差不是精确的  $\pi/2$  以及存在较大散射, 导致了初步实验结果不太理想。进一步工作将采用离子束光刻光栅严格控制相位差, 且端面增透减少反射损耗。

显然这种调制器也可用作可变分束器。

由图 2 可见, 当  $d/T=0.266$ (或 0.234) 时零级与二个一级衍射光强相等, 并是总能量的 28.3%。因而能用作 1-3 光纤耦合器或者 3-3 星型光纤耦合器<sup>[5]</sup>。

光栅平移一个周期相当于调制器转动角度

$$\theta \approx \frac{T}{z} = \frac{\lambda}{pT} \quad (22)$$

因此转动整个光栅调制器也可以产生光强的周期性连续调制, 可以设想用在某些需准周期性调制的场合, 如脉冲激光器的锁模。

作者感谢范正修、赵丽英和曹根娣同志协助制作相位光栅。

#### 参 考 文 献

- 1 W. Veldkamp, *Physics Today*, **40**(1), S49(1987)
- 2 W. Veldkamp, C. J. Kastner, *Appl. Opt.*, **21**(2), 345(1982)
- 3 W. Veldkamp, *Proc. SPIE*, **255**, 136(1980)
- 4 G. J. Swanson, W. B. Veldkamp, *Opt. Eng.*, **24**(5), 791(1985)
- 5 U. Killat, G. Rabe et al., *Fiber and Integrated Optics*, **4**(2), 159(1982)
- 6 W. Veldkamp, J. Leger et al., *Opt. Lett.*, **11**(5), 303(1986)
- 7 刘立人, 赵丽英, *中国激光*, **16**(1), 37(1989)
- 8 J. T. Winthrop, C. R. Worthington, *JOSA*, **55**(4), 373(1965)
- 9 J. P. Guigay, *Opt. Acta*, **18**(9), 677(1971)
- 10 刘立人, *光学学报*, **7**(6), 502(1987)
- 11 J. D. Gaskill, *Linear Systems, Fourier Transforms and Optics*, (John Wiley & Sons Ins., 1978), Chapter 10