

与任意点扩散函数卷积的模糊图像的恢复

陈林森 姜亚光

(苏州大学激光研究室)

Restoration of blurred image by convolution
of arbitrary point spread function

Chen Linsen, Jiang Yaguang

(Laser Research Section, Suzhou University, Suzhou)

提要: 本文给出了实现全息逆转滤波器的条件, 制作了三种具有较大空间带宽积的点扩散函数的全息逆转滤波器, 给出了二维模糊图像的恢复结果。

关键词: 全息逆转滤波器, 点扩散函数, 图像恢复

一、引言

在光学图像处理中, 如何实现消模糊滤波器以及改善其性能是模糊图像恢复的关键性工作。夹层全息逆转滤波器^[1,2]由全息片和吸收片叠合而成, 动态范围小^[3]、衍射效率低, 并且使用调整不便。漂白型逆转滤波器^[4]虽然提高了衍射效率, 但却在恢复像上产生严重的相干噪声。由于性能的限制, 这两种滤波器仅能处理由一维线性移动或失焦造成的简单模糊图像。Zetzche^[5]给出了一种逆转滤波器的制作方法, 但未给出实验结果。Jiang^[6]在吸收掩膜后用弱参考光实现了全息逆转滤波器(Holographic Inverse Filter), 对一维线性模糊图像的恢复结果令人满意。本文进一步根据全息图平均曝光量函数和调制度函数, 给出了实现HIF的条件, 讨论了参物比对HIF的影响, 用改进

的掩膜制作了三种具有较大空间带宽积的HIF, 把模糊图像的恢复推广到二维任意模糊的情形。

二、全息逆转滤波器的实现

如图1(i)所示, 在输入面上置点扩散函数 $h(x, y)$, 用相干准直波照明, 在频谱面上有 $h(x, y)$ 的频谱, 用 $H(u, v) = A |H(u, v)| e^{-i\phi(u, v)}$ 表示, $|H(u, v)|$ 为归一化振幅分布, A 为 $H(u, v)$ 的中央峰值。引入相干参考光 $R(u) = |R| e^{-i2\pi\alpha u}$, 则底片上的曝光量为

$$\begin{aligned} E(u, v) &= \alpha \cdot [A^2 |H(u, v)|^2 + |R|^2 \\ &\quad + H^*(u, v) R(u) \\ &\quad + H(u, v) \cdot R^*(u)] \\ &= E_0(u, v) + E_1(u, v) \end{aligned} \quad (1)$$

式中 $E_0(u, v) = \alpha \cdot [A^2 |H(u, v)|^2 + |R|^2]$ 为平均曝光量函数, α 为比例常数。如果保

收稿日期: 1988年1月12日。

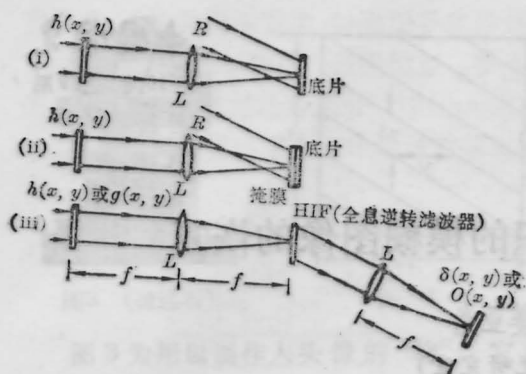


图1. HIF的制作系统

证 $\frac{|R|}{A|H(u, v)|} < 1$, 则 $E_1(u, v) < E_0(u, v)$, 经记录、显影后形成全息图, 一般地, 全息图的振幅透过率是曝光量的非线性函数。对于全息图上的一个小区域 a 上, 振幅透过率 t_E 可表示为一个台劳级数

$$t_E = t_E(E_0) + E_1 \cdot \frac{dt_E}{dE} \Big|_{E_0} + \frac{1}{2} \cdot E_1^2 \cdot \frac{d^2 t_E}{dE^2} \Big|_{E_0} + \dots \quad (2)$$

式中第一项为直流项, 第二项为调制项, 其余项可视为非线性干扰项。假设记录是线性的, 有 $\frac{d^2 t_E}{dE^2} \Big|_{E_0} = 0$, 即 $\frac{dt_E}{dE} = t'_E(E_0) = \text{常数}$, 当用物光 $H(u, v)$ 照射全息图时, 略去高次项的影响, 在参考光方向上, 由式(1)和(2)中的调制项, 在区域 a 上的再现波和振幅透过率可分别表示成

$$W(u, v) = \frac{1}{2} \cdot t'_E(E_0) \cdot A |H(u, v)| \times E_0(u, v) \cdot M(u, v) \cdot e^{-i2\pi\alpha_0 u} \quad (3)$$

$$t_F(u, v) = \frac{1}{2} \cdot t'_E(E_0) \cdot E_0(u, v) \times M(u, v) \cdot \frac{A |H(u, v)|}{H(u, v)} \times e^{-i2\pi\alpha_0 u} \quad (4)$$

式中 $M(u, v) = \frac{2|R|}{A} \times \frac{|H(u, v)|}{|H(u, v)|^2 + \frac{|R|^2}{A^2}}$

为全息图的调制度函数。在弱参考光

$$\frac{|R|}{A} \ll 1$$

条件下, $M(u, v) \sim \frac{1}{|H(u, v)|}$, 但 $E_0(u, v) \sim A^2 |H(u, v)|^2$ 是起伏很大的变量, 因此, 底片各处不能同时获得合适曝光量, 由式(4)可知, 全息图不可能实现

$$t_F(u, v) \sim \frac{1}{H(u, v)}$$

的关系。

在图1(i)中, 用 $H(u, v)$ 和 $R(u)$ 分别对同一底片曝光, 并使底片反差 $\gamma \approx 1$, 则底片的振幅透过率为

$$t_m(u, v) = \beta E^{-\frac{\gamma}{2}} = \beta \cdot [A^2 \cdot |H(u, v)|^2 + |R|^2]^{-\frac{1}{2}} \quad (5)$$

式中 β 为比例常数。把此底片作为掩膜, 在掩膜后记录全息图, 如图1(ii)所示, 物光和参考光均通过掩膜, $M(u, v)$ 不变, 而 $E_0(u, v) = \alpha \cdot [A^2 \cdot |H(u, v)|^2 + |R|^2] \cdot t_m^2(u, v) = \alpha \beta^2 = \text{常数}$, 这说明, 理论上二次曝光掩膜使得通过掩膜后的光强分布是均匀的, 从而可保证全息图的记录在线性范围内。将 $M(u, v)$ 、 $E_0(u, v)$ 代入(4), 得

$$t_F(u, v) = [\alpha \beta^2 t'_E(E_0)] \times \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \frac{|R|^2}{A^2}} \times \frac{1}{H(u, v)} \cdot |R| \cdot e^{-i2\pi\alpha_0 u} \quad (6)$$

当 $|R| \ll A$ 时, 对于 $A \cdot |H(u, v)| > |R|$ 的区域, 有逆转关系

$$t_F(u, v) \sim \frac{1}{H(u, v)} \quad (7)$$

因此, 式(6)为全息逆转滤波器(HIF)的振幅透过率的表达式。上述讨论表明, 实现式(5)所示的掩膜和弱参考光条件是实现单片HIF的必要条件。另外, 掩膜和HIF的制作参数应相匹配。

根据式(6), 用 $H(u, v)$ 照明 HIF, 参考

光方向上的再现波的振幅正比于

$$\frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \frac{|R|^2}{A^2}}$$

不是常量, 由于 $|H(u, v)|$ 存在零点, 再现波产生齿缝效应, $W(u, v)$ 的改变取决于 $\frac{|R|}{A}$, 在 $|R| \ll A$ 时, 令 $W(u, v)$ 的第 (n, m) 级峰值 $B_{n,m}$ 与中央峰值 $B_{0,0}$ 之比满足

$$\frac{B_{n,m}}{B_{0,0}} > \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (8)$$

忽略齿缝效应, 则再现波在级次低于 (n, m) 的范围内起伏较为平坦, 由式(6)和(8), 有

$$\frac{|R|}{A} > \left[\frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} - \left(\frac{A_{n,m}}{A}\right)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{A_{n,m}}{A} \quad (9)$$

式中 $A_{n,m}$ 为 $H(u, v)$ 的第 (n, m) 级峰值。当 $A_{n,m} \ll A$ 时, 式(9)可简化成

$$\frac{|R|}{A} < 0.64 \cdot \frac{A_{n,m}}{A} \quad (10)$$

由式(9)或(10)可确定 HIF 的逆转范围; 反之, 如果需获得一定逆转范围的 HIF, 可通过式(9)或(10)估计参物比 $\frac{|R|}{A}$ 的值。图 2 为一维线性模糊

$$\left(H(u) = \frac{\sin \pi u}{\pi u} \right)$$

情形下的 HIF 在不同 $\frac{|R|}{A}$ 下的振幅透过率曲线 ($t_F(u) \sim u$) 和再现波分布曲线 ($W(u) \sim u$)。 (a) $\frac{|R|}{A} = \frac{1}{10}$, 由 $H(u)$ 的各峰值和式(10)可知, HIF 的逆转范围为 0、 ± 1 级, 再

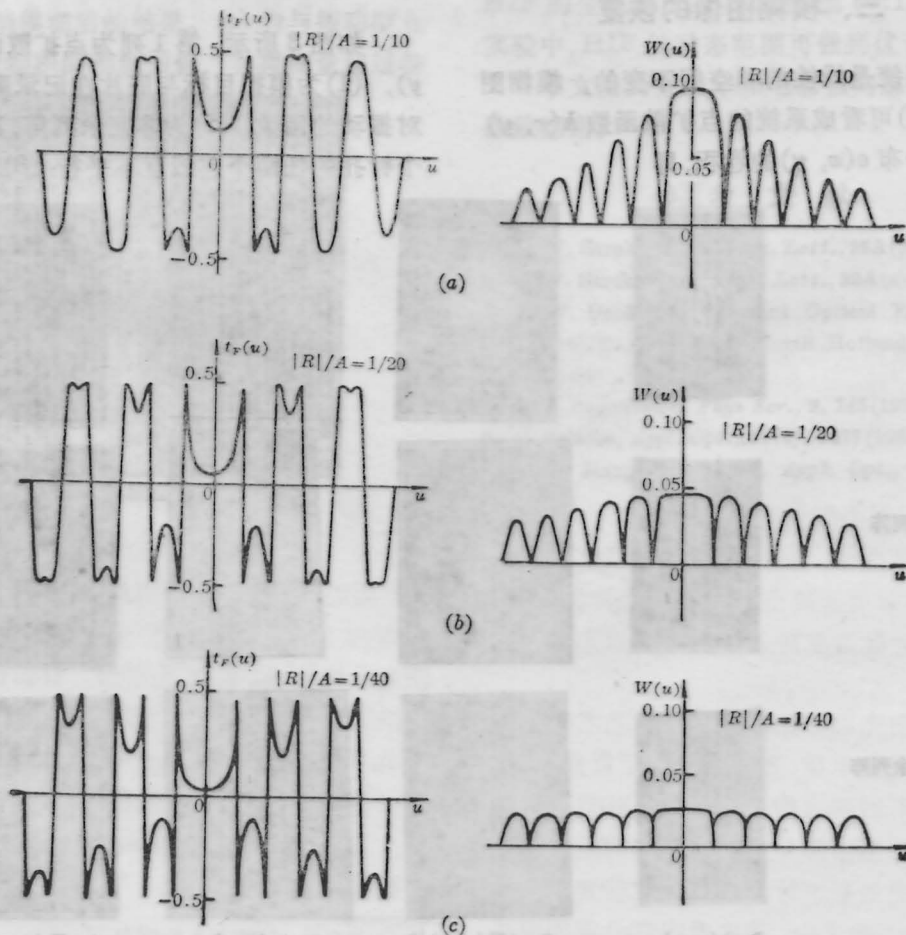


图 2. HIF 的逆转范围

现波前偏离平面波前较大, 恢复像点周围伴有次亮点。(b) $\frac{|R|}{A} = \frac{1}{20}$, HIF 的逆转范围扩大到 ± 3 级, 再现波前趋于平坦。(c) $\frac{|R|}{A} = \frac{1}{40}$, HIF 的逆转范围超过 ± 5 级, 再现波前接近常数, 这种 HIF 具有较好的逆转功能。但是, $\frac{|R|}{A}$ 的值不能任意减小, 否则恢复像点的强度下降, 导致信噪比的下降。因此, $\frac{|R|}{A}$ 的值的選擇应兼顧逆转范围和恢复像点的信噪比这两个因素。

由于 $H(u, v)$ 的零点的存在, 理论上和实验上再现波均不可能是严格的平面波。

三、模糊图像的恢复

设系统是线性的和空间不变的, 模糊图像 $g(x, y)$ 可看成系统的点扩散函数 $h(x, y)$ 和原物分布 $o(x, y)$ 的卷积, 即

$$g(x, y) = o(x, y) \otimes h(x, y) \quad (11)$$

式中 \otimes 表示卷积运算。在频率域中, 上式可写成

$$G(u, v) = O(u, v) \cdot H(u, v) \quad (12)$$

这里 G 、 O 和 H 是 g 、 o 和 h 的傅里叶变换。如果在频域中置上述讨论的 $\frac{1}{H(u, v)}$ 的 HIF, 如图 1(iii) 所示, 则经逆傅里叶变换, 用 $F.T.^{-1}$ 表示, 有

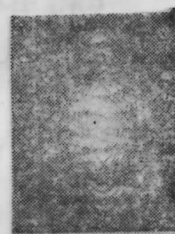
$$G(u, v) \cdot \frac{1}{H(u, v)} \xrightarrow{F.T.^{-1}} o(x, y) \quad (13)$$

为原物分布的复原。

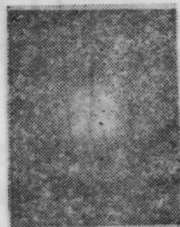
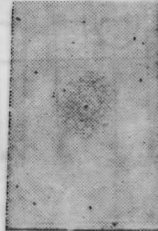
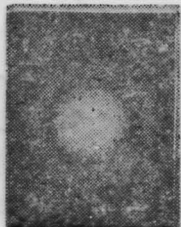
四、实验结果及讨论

如图 3 所示, 第 1 列为点扩散函数 $h(x, y)$, (1) 为模拟目标与底片在记录瞬间的相对振动的函数; (2) 为非冗余列阵, 其上的 43 个针孔的任两个连线互不平行; (3) 为均匀冗

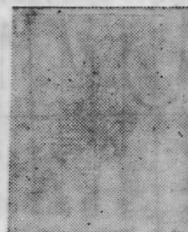
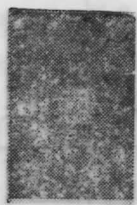
(1) 振动物型



(2) 非冗余列阵



(3) 均匀冗余列阵



1. $h(x, y)$

2. $|H(u, v)|^2$

3. $t_m(u, v)$

4. $E_0(u, v)$

图 3 HIF 的制作过程

余列阵。后两种列阵为编码孔径成像(CAI)中采用的编码孔径。显然,这三种任意指定的点扩散函数具有比线性移动或失焦模糊的点扩散函数大得多的空间带宽积。第2列为频谱的强度分布 $|H(u, v)|^2$,这三种 $|H(u, v)|^2$ 的起伏都非常大,不加掩膜线性记录是不可能的。第3列为掩膜的 $t_m(u, v)$ 分布,第4列为透过掩膜后的 $E_0(u, v)$ 。可以看出,在较大的区域内, $E_0(u, v)$ 的变化平缓。振动型、非冗余列阵和均匀冗余列阵的尺寸分别为 $0.64 \times 0.77 \text{ mm}^2$ 、 $1.43 \times 1.65 \text{ mm}^2$ 和 $1.85 \times 1.95 \text{ mm}^2$,消模糊比分别优于12:1、28:1和36:1。

图4(a)为与非冗余列阵卷积的模糊图像,其上有43组“O. T.”叠加在一起,(b)为用HIF消模糊后的结果。(c)为与振动型点扩散函数卷积的模糊图像,其模糊量超过物

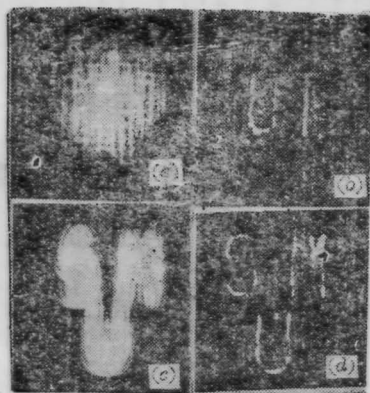


图4 模糊图象的恢复

线度的一半,局部已发生对比度反转,(d)为恢复像,记录时在输入面前加入了移动的位相光栅,与(b)相比,消噪声的效果是显著的。实验中,由于 $H(u, v)$ 零点的存在, $H(u, v)$ 与HIF相匹配是必要的,否则,将带来严重的相干噪声,实验结果表明,只有在合适的掩膜和 $\frac{|R|}{A}$ 值下制作的HIF才具有较好的消模糊能力,这样的HIF可作为复杂编码图像和模糊图像的恢复手段。由于HIF是单片全息片,不需另加吸收片,所以单片HIF的衍射效率较夹层滤波器高,并且,使用调整方便。采用文献[3]的分析方法,式(5)所表达的掩膜在弱参考光下,当底片密度 D 从0~3时,掩膜的动态范围为32:1,考虑到记录HIF的全息底片的动态范围(5:1~10:1),实验中,HIF的动态范围可做到优于100:1。

本文受到张橙华和毛志强同志的帮助,谨致感谢。

参 考 文 献

- 1 G. W. Stroke et al., *Phys. Lett.*, **25A**(3), 89(1967)
- 2 G. W. Stroke et al., *Phys. Lett.*, **39A**(4), 369(1972)
- 3 J. W. Goodman, *Coherent Optical Engineering*, (Ed. F. T. Arech et al. North Holland Pub. Co., 1977) 263
- 4 S. I. Ragnarsson, *Phys. Scr.*, **2**, 145(1970)
- 5 C. Zetsche, *Appl. Opt.*, **21**(6), 1077(1982)
- 6 Y. G. Jiang, Y. R. Xu, *Appl. Opt.*, **22**(6), 784(1983)