中国激光
第16卷 第8期

光致折射晶体中双光束耦合的动态特性研究*

石顺祥 关义春 安毓英 过巳吉
(西安电子科技大学)

Study of dynamical properties of TWM in photorefractive crystals

Shi Shunxiang, Guan Yichun, An Yuying, Guo Siji
(Xi'an University, Xi'an)

提要：本文从光致折射效应的基本机制出发，建立了双光束耦合的动态特性方程组，进而对初始态、近稳态和稳态进行了解析求解，对动态方程组进行了计算机数值求解，最后给出了在光致折射晶体中进行的实验结果。

关键词：光致折射，双光束耦合

目前，随着光致折射晶体在自泵浦相位共轭[1]、自振荡[2]、特别是在时域光信息处理中的广泛应用，越来越需要对光致折射晶体中双光束耦合的动态特性有较深入的认识。但是至今在有关双光束耦合的理论研究报道中，主要集中在稳态特性上。为此，我们从光致折射效应的基本机制出发，从理论和实验上对双光束耦合的动态特性进行了较详细的研究。

一、双光束耦合的动态特性方程组

根据光致折射晶体的带导模型(Band Transport Model)，双光束耦合的规律可由一维(沿 x 方向)Kukhtarev 方程[3, 4]描述：

$$\frac{\partial n}{\partial t}=-\frac{\partial N_D}{\partial t}-\frac{1}{e}\frac{\partial J}{\partial x} \tag{1}$$

$$-\frac{\partial N_D}{\partial t}=\frac{\partial N_A}{\partial t}=(\sigma I+\beta)N_D-\gamma n N_A \tag{2}$$

$$J=e\mu n E_{sc}-De\frac{\partial n}{\partial x}+\chi N_D I \tag{3}$$

$$\Delta\overleftrightarrow{\varepsilon}=\overleftrightarrow{\varepsilon}_w(\overleftrightarrow{R}\cdot\overleftrightarrow{E}_{sc})\overleftrightarrow{\varepsilon}_w \tag{4}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\boldsymbol{E}_{sc}\cdot\overleftrightarrow{\varepsilon}_0)=e(n+N_D-N_D^{\circ}) \tag{5}$$

$$\nabla^2\boldsymbol{E}-\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\overleftrightarrow{\varepsilon}_w+\Delta\overleftrightarrow{\varepsilon})\boldsymbol{E}=0 \tag{6}$$

式中，n 为晶体中自由载流子密度，N_D、N_A 分别为施主、受主密度，σ 为激发截面，β 为热激发速率，$\overleftrightarrow{\varepsilon}_0$、$\overleftrightarrow{\varepsilon}_w$ 分别为静电、光频介电张量，μ 为迁移率，D 为扩散系数，γ 为线性复合系数，χ 为光伏系数，e 为载流子电荷，E_{sc} 空为间电荷场，J 为空间总电流密度，$\overleftrightarrow{R}$ 为电光系数。方程(1)～(5)是光致折射晶体中光与物质相互作用的物质方程，(6)是光耦合方程。应当指出，在双光束耦合过程中，光栅的建立和光束能量耦合是同时进行的动态过程，这个过程的方框图如图1所示。

收稿日期：1988年8月30日。
* 本课题得到国家自然科学基金资助。

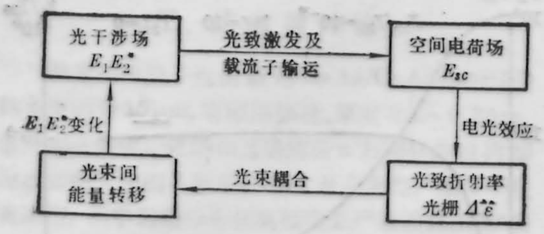

图 1

许多实验都已证实，光致折射晶体中的双光束耦合可以很强，能量转移可达 90% 以上，弱光强可被放大上千倍，因此，在达到稳态过程中，光干涉场的变化很大。所以，为深入了解双光束耦合现象，必须研究其动态变化规律，考虑光栅的时间变化特性。

我们对(1)～(6)式方程组进行了如下的简化处理：① 载流子小量近似。当光不是很强时，电子与受主的复合很快，电子密度 n(～10^6 量级)与施主密度 N_D、受主密度 N_A(～10^{15}～10^{17} 量级[4])相比很小；② 准平衡近似。当光不是很强时，电子的产生与复合的时间是 10^{-9}～10^{-8} 秒量级，而 N_A、N_D 的变化约为几秒到几十秒量级，所以可认为 $\frac{\partial n}{\partial t}$～0；③ 一阶光栅近似。在 $\frac{E_1E_2^*}{I_0}\left(1+\frac{N_D^0}{N_A^0}\right)^{-1}\ll 1$($I_0$ 是二入射光束总光强，N_D^0、N_A^0 分别是热平衡时施主、受主密度)时，可以忽略高阶光栅的贡献。因此，在计算双光束耦合作用时，只计空间电荷场 E_{sc} 的一阶傅里叶分量 E_{sc_1} 的贡献；④ 慢变化包络近似$\left(\frac{\partial^2 E_{1,2}}{\partial z^2}\ll k\frac{\partial E_{1,2}}{\partial z}\right)$。最后得到了描述双光束耦合动态特性的基本方程组为：

$$\frac{\partial E_1(z,\ t)}{\partial z}=-igR_{eff}E_{sc_1}(z,\ t)E_2(z,\ t)-\frac{1}{2}\alpha E_1(z,\ t) \tag{7}$$

$$\frac{\partial E_2(z,\ t)}{\partial z}=-igR_{eff}E_{sc_1}^*(z,\ t)-\frac{1}{2}\alpha E_2(z,\ t) \tag{8}$$

$$\frac{\partial E_{sc_1}(z,\ t)}{\partial t}=-\rho E_{sc_1}(z,\ t)+2B\frac{e}{i\varepsilon K}E_1(z,\ t)\times E_2^*(z,\ t)(\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{e}_2) \tag{9}$$

相应的边界条件和初始条件为

$$\begin{aligned}&E_{sc_1}(z,\ t)\,|_{t=0}=0\\&E_1(z,\ t)\,|_{z=0}=\sqrt{I_{10}}\\&E_2(z,\ t)\,|_{z=0}=\sqrt{I_{20}}\end{aligned} \tag{10}$$

其中，

$$\rho=\left[\sigma I_0+\beta+\gamma\frac{(\sigma I_0+\beta)N_D^0}{\gamma N_A^0}-\gamma N_A^0\frac{\sigma I_0+\beta+\gamma n_0-\frac{iK}{e}\chi I_0-\frac{\mu n_0 e}{\varepsilon}}{DK^2+\gamma N_A^0+i\mu KE_a}\right]$$

$n_0=\frac{(\sigma I_0+\beta)N_D^0}{\gamma N_A^0}$ 为空间平均电子密度

$$B=\gamma N_A^0\frac{\left(-\frac{iK}{e}\chi+\sigma\right)N_D^0}{DK^2+\gamma N_A^0+i\mu KE_a}-\sigma N_D^0$$

$$g=\frac{\omega^2}{2K\cos^2\theta}$$

$R_{eff}=\boldsymbol{e}_1\cdot\overleftrightarrow{\varepsilon}_w\cdot\left(\overleftrightarrow{R}\cdot\frac{\boldsymbol{K}}{|\boldsymbol{K}|}\right)\cdot\overleftrightarrow{\varepsilon}_w\cdot\boldsymbol{e}_2$ 为有效电光系数。

α 为介质的光强度吸收系数。

E_a 为外加电场，对于 Fe:LiNbO$_3$、Ce:SBN 晶体来说，通常 $E_a=0$。$\boldsymbol{K}$ 为二光束干涉条纹矢量，$\boldsymbol{K}=\boldsymbol{k}_2\boldsymbol{k}_1$，$\boldsymbol{k}_2$、$\boldsymbol{k}_1$ 为二光波矢量，θ 为其夹角，$\boldsymbol{e}_1$、$\boldsymbol{e}_2$ 为二光场振动方向的单位矢量。

二、动态耦合方程组的求解及分析

方程 (7)～(9) 是一组非线性耦合方程，直接求解析解比较困难。本文主要考察了初始态、近稳态和稳态情况，得到了能较好反映二光束动态变化特性全貌的近似解，最后进行了计算机数值求解。

2.1 初始态和近稳态近似

在光照射到晶体上的初始阶段，光栅刚

开始建立，两个光束的能量变化量很小。在接近稳态时，两个光束的能量变化量也很小。因此在这两个阶段上均可认为方程 (9) 中的 $(E_1E_2^*)$ 不随时间变化，近似求解得：

$$E_{sc}(z,\ t)$$
$$=\frac{2B}{\rho}\frac{e}{i\varepsilon K}(\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{e}_2)E_1E_2^*(1-e^{-\rho t}) \tag{11}$$

若令 $\rho=\frac{1}{\tau}+i\Omega$ （τ 和 Ω 均为实数）

$$gR_{eff}\frac{2B}{\rho}\frac{e}{\varepsilon K}(\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{e}_2)=\Gamma_1+i\Gamma_2$$

$$gR_{eff}\frac{2B^*}{\rho^*}\frac{e}{\varepsilon K}(\boldsymbol{e}_1\cdot\boldsymbol{e}_2)=\Gamma_1-i\Gamma_2$$

$$E_1(z,\ t)=\sqrt{I_1(z,\ t)}e^{i\varphi_1}$$
$$E_2(z,\ t)=\sqrt{I_2(z,\ t)}e^{i\varphi_2}$$

在不计介质吸收的情况下，由(7)、(8)方程得到：

$$\frac{\partial I_1(z,\ t)}{\partial z}=\Gamma I_1(z,\ t)I_2(z,\ t) \tag{12}$$

$$\frac{\partial I_2(z,\ t)}{\partial z}=-\Gamma I_1(z,\ t)I_2(z,\ t) \tag{13}$$

$$\frac{\partial\varphi_1(z,\ t)}{\partial z}=\Gamma' I_2(z,\ t) \tag{14}$$

$$\frac{\partial\varphi_2(z,\ t)}{\partial z}=\Gamma' I_1(z,\ t) \tag{15}$$

式中，$\Gamma=2[\Gamma_1(1-e^{-t/\tau}\cos\Omega t)-\Gamma_2e^{-t/\tau}\sin\Omega t]$

为动态强度耦合系数

$$\Gamma'=[\Gamma_2(1-e^{-t/\tau}\cos\Omega t)+\Gamma_1e^{-t/\tau}\sin\Omega t]$$

求解(12)、(13)方程，得

$$I_1(z,\ t)=\frac{I_{10}I_0}{I_{20}}\frac{e^{\Gamma z}}{1+\frac{I_{10}}{I_{20}}e^{\Gamma z}} \tag{16}$$

$$I_2(z,\ t)=\frac{I_{20}I_0}{I_{10}}\frac{e^{-\Gamma z}}{1+\frac{I_{20}}{I_{10}}e^{-\Gamma z}} \tag{17}$$

由(16)、(17)式可以得到如下结论：① Γ 为正数时，I_1 被放大，I_2 被减小；Γ 为负数时，I_2 被放大，I_1 被减小。因为 Γ 随时间可能由正变为负，也可能由负变为正，所以二光束在不同时刻通过光致折射晶体时，其间能

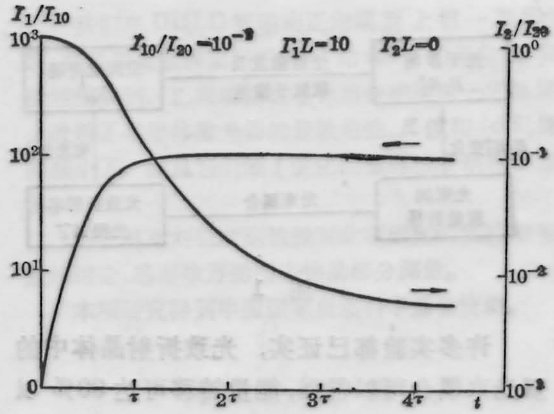

图 2

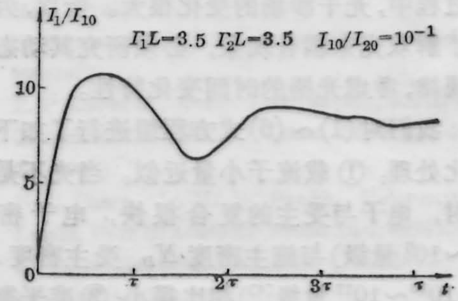

图 3

量转移方向可能发生变化，即如图 2、3 所示，$I_1(L,\ t)$、$I_2(L,\ t)$ 随时间可呈类指数或振荡形式变化。② 二光束间能量耦合的大小、快慢不仅与总光强有关，还与二光束光强比 I_{10}/I_{20} 有关。若选取光束强度到达稳态值的 90% 时间作为响应时间量度，则如图 4(a)、(b) 所示，它与 I_{10}/I_{20}、$\Gamma L(I_0)$ 有关：在 I_{10}/I_{20} 固定时，增大 $\Gamma L(I_0)$ 可以使响应加快，但当 I_{10}/I_{20} 很小时，ΓL 的影响不明显；当 ΓL 固定时，I_{10}/I_{20} 增大，响应加快，I_{10}/I_{20} 减小，响应变慢，但当 I_{10}/I_{20} 减小到一定程度后，响应速度变化不大，这种情况实际上反映了下面提到的放大倍数的饱和特性。

求解方程(14)、(15)，得到二光相位解为

$$\varphi_1(z,\ t)$$
$$=\Gamma'\frac{I_0}{\Gamma}\ln\left[\left(1+\frac{I_{20}}{I_{10}}e^{-\Gamma z}\right)\Big/\left(1+\frac{I_{20}}{I_{10}}\right)\right] \tag{18}$$

$$\varphi_2(z,\ t)$$

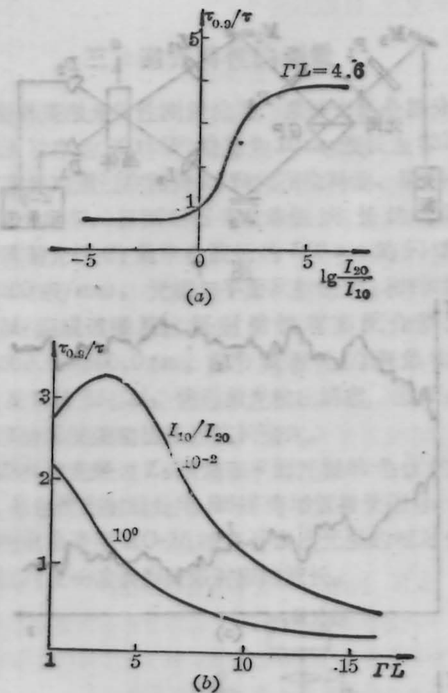

图 4

$$=\Gamma'\frac{I_0}{\Gamma}\ln\left[\left(1+\frac{I_{10}}{I_{20}}e^{\Gamma z}\right)\Big/\left(1+\frac{I_{20}}{I_{10}}\right)\right] \tag{19}$$

2.2 稳态解

二光束射到光致折射晶体上经过相当长的一段时间(可视为 $t\to\infty$)后，双光束耦合达到稳态。此时，$\frac{\partial E_{sc_1}}{\partial t}=0$，相应的耦合方程变为：

$$\frac{\partial I_1}{\partial z}=\Gamma_0\frac{I_1I_2}{I_0}-\alpha I_1 \tag{20}$$

$$\frac{\partial I_2}{\partial z}=-\Gamma_0\frac{I_1I_2}{I_0}-\alpha I_2 \tag{21}$$

$$\frac{\partial\varphi_1}{\partial z}=\Gamma'_0\frac{I_2}{I_1} \tag{22}$$

$$\frac{\partial\varphi_2}{\partial z}=\Gamma'_0\frac{I_1}{I_2} \tag{23}$$

式中，$\Gamma_0=\Gamma_1I_0$，$\Gamma'_0=\Gamma_2I_0$ 为稳态耦合系数。该方程组与 [1] 中由稳态理论得到的结果完全一样，解为

$$I_1(z)=\frac{I_{10}I_0}{I_{20}}\frac{e^{\Gamma_0z}e^{-\alpha z}}{1+\frac{I_{10}}{I_{20}}e^{\Gamma_0 z}} \tag{24}$$

$$I_2(z)=\frac{I_{20}I_0}{I_{10}}\frac{e^{-\Gamma_0z}e^{-\alpha z}}{1+\frac{I_{20}}{I_{10}}e^{-\Gamma_0z}} \tag{25}$$

$$\varphi_1(z)=\frac{\Gamma'_0}{\Gamma_0}\ln\left[\left(1+\frac{I_{20}}{I_{10}}e^{-\Gamma_0z}\right)\Big/\left(1+\frac{I_{20}}{I_{10}}\right)\right] \tag{26}$$

$$\varphi_2(z)=\frac{\Gamma'_0}{\Gamma_0}\ln\left[\left(1+\frac{I_{10}}{I_{20}}e^{\Gamma_0z}\right)\Big/\left(1+\frac{I_{10}}{I_{20}}\right)\right] \tag{27}$$

由(24)、(25)式可见：① 当 Γ_0 为正时，I_1 被放大，其放大倍数 $I_1(L)/I_{10}$ 与 Γ_0L 和 I_{10}/I_{20} 有关，视 $e^{\Gamma_0L}<1$ 还是 $e^{\Gamma_0L}>1$，增大 I_{10}/I_{20} 可以使放大倍数增加或者减小。② 当 $\frac{I_{10}}{I_{20}}e^{\Gamma_0L}\ll1$ 时，$\frac{I_1(L)}{I_{10}}\approx\frac{I_0}{I_{20}}e^{\Gamma_0L}e^{-\alpha L}$；当 $\frac{I_{10}}{I_{20}}e^{\Gamma_0L}\gg1$ 时，$I_1(L)\approx I_0e^{-\alpha L}$，即 I_1 的输出值几乎等于两光束的全部透过值。图 5 给出了 $I_1(L)/I_{10}$ 与 I_{20}/I_{10} 及 Γ_0L 的关系曲线。由该曲线可以看出随着 I_{20}/I_{10} 的增大，放大倍数出现饱和现象(趋于常数)，这对于输入信号的线性放大应用来说，是很有意义的。

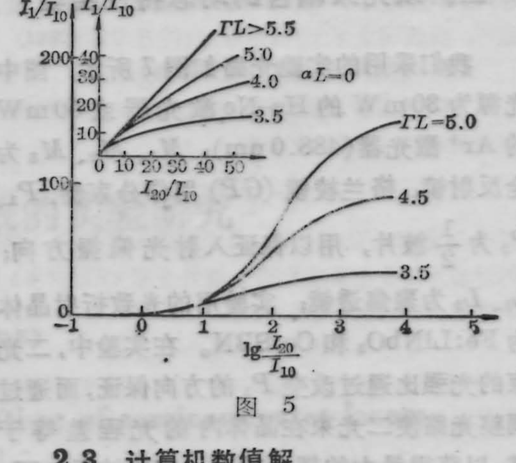

图 5

2.3. 计算机数值解

我们对方程(9)采用隐式差分法，对耦合方程(7)、(8)采用修正的 enlor 法进行了计算机数值求解，得到图 6 所示 $I_1(L,t)$ 的时间变化规律，所选取的数据为 $I_1=1$，$I_2=4$，

$\tau=20\,\mathrm{s}$, $\Omega=\pi/\tau$, $\alpha=0$, $L=0.4$, $\Gamma_1L=4$, $\Gamma_2L=5$。图6(*a*)指出，对于所选定的参量，$I_1(L, t)$的动态曲线具有振荡形式，图 6(*b*)则指出了$I_1(z, t)$在不同时刻的空间分布。

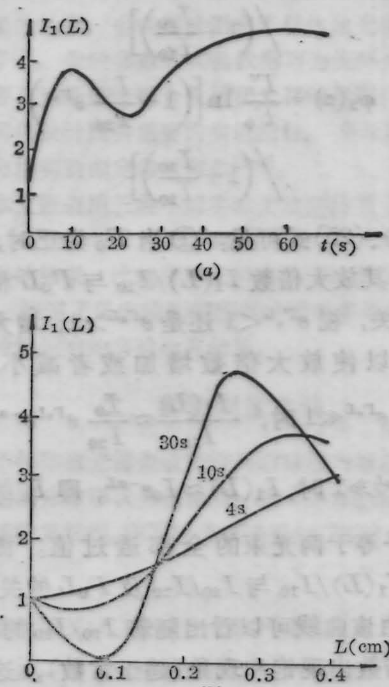

图 6

三、双光束耦合的动态特性实验

我们采用的实验光路如图 7 所示，图中光源为 30 mW 的 He-Ne 激光器或 50 mW 的 Ar^+ 激光器(488.0 nm)；M_1、M_2、M_3 为全反射镜；格兰棱镜 (*GP*) 用作分束器，P_1、P_2 为 $\frac{1}{2}$ 波片，用以保证入射光偏振方向；L_1、L_2 为聚焦透镜；实验用的光致折射晶体为 $Fe:LiNbO_3$ 和 Ce:SBN。在实验中，二光束的光强比通过改变 P_1 的方向保证，而通过调整光路使二光束在晶体内的光程差等于零，以获得最大的耦合效率。实验结果如下：

3.1 双光束耦合的时间响应特性

图 8 给出了 He-Ne 激光在 $Fe:LiNbO_3$ 晶体中不同实验条件(如改变光束夹角 θ) 下的双光束耦合动态变化曲线，图 8(*a*)呈类指

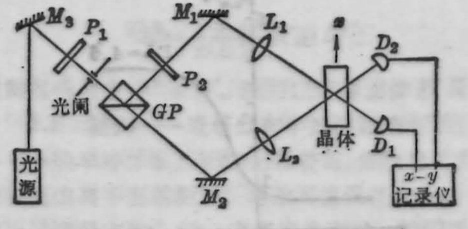

图 7

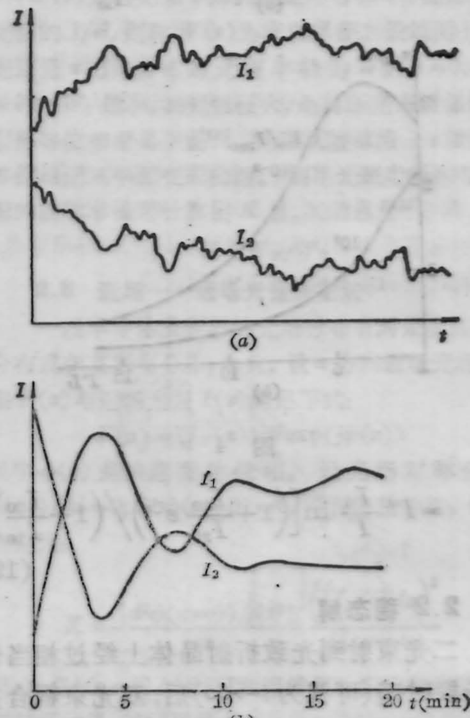

图 8

数形式单调趋向稳定(曲线起伏系振动所致)，图 8(*b*)则是振荡形式趋于稳定。这两种特性的差别是因为二光束间夹角不同时，对双光束耦合起主要作用的机制不同。在小角度时，光伏机制为主，在大角度时，扩散机制为主[3]。

图 9 给出了 Ar^+ 激光(488.0 nm)在 Ce:SBN 晶体中的时间变化曲线，所测得的曲线均为单调变化，无振荡现象。

3.2. 响应时间与总光强的关系

在实验中，我们以光束强度达到稳态值的 90% 时间作为响应时间 $\tau_{0.9}$。图 10 给出了 Ar^+ 激光在 Ce:SBN 晶体中双光束耦合

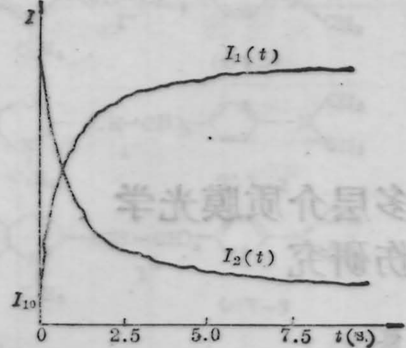

图 9

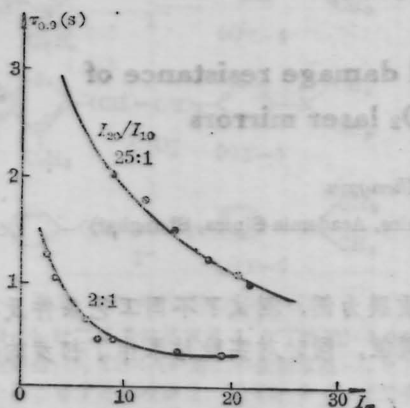

图 10

的响应时间 $\tau_{0.9}$ 与总光强的关系曲线。可见，在一定的光强比 I_{20}/I_{10} 下，随着 $I_总$ 的增加，$\tau_{0.9}$ 单调下降。

3.3 响应时间与光强比 I_{20}/I_{10} 的关系

图 11 绘出了在实验中保持 $I_总$ 不变情况下响应时间 $\tau_{0.9}$ 与光强比 I_{20}/I_{10} 的关系曲线。由该图可见，随着 I_{20}/I_{10} 的减小(即信号光与泵浦光强接近可以比拟，或者 $I_{10}>I_{20}$)，响应时间加快。与图 4(a) 相比，该曲线处于其未饱和区域。

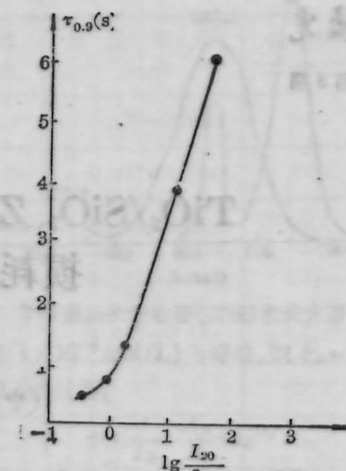

图 11

本实验所用晶体是由上海硅酸盐所徐良瑛同志提供的，在此特表示感谢。

参考文献

1 S. K. Kwong *et al.*, *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-22**(8), 1508(1986)

2 С. Г. Одулов, М.С. Соскин, *Письма в ЖЭТФ*, **37** (5), 243(1983)

3 N. V. Kukhtarev *et al.*, *Ferroelectrics*, **22**, 949 (1979)

4 M. Carrascosa *et al.*, *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-22**(8), 1369(1986)

(上接第 474 页)

在本工作完成过程中，庄松林、沈晓庆、陈祥熙等同志曾给予不同形式的鼓励和协助，在此致谢。

参考文献

1. D. Casasent, *Opt. Eng.*, **24**(7), 724(1985).
2. 杨振寰,《光学信息处理》南开大学出版社, 1986), p.180
3. 虞祖良, 金国藩,《计算机制全息图》(清华大学出版社, 北京, 1984). p. 38
4. X-Y plotter DXY 6880A operational manual, Published by Roland DG Corporation(1986)
5. L. J. Goldstein, Advanced BASIC and Beyond for IBM-PC R. J. Brady CO. New York, (1984), p.201.