

# 傅里叶-菲涅耳全息图的原理及应用

于美文 范 诚 王民草 崔 方

(北京理工大学工程光学系)

## Principle and application of Fourier-Fresnel holograms

Yu Meiwen, Fan Cheng, Wang Mincao, Chui Fang

(Optical Engineering Department, Beijing Institute of Technology, Beijing)

**提要:** 本文提出了一种新型的全息图——傅里叶-菲涅耳全息图,并根据其基本原理提出了一种应用——全息瞄准器。

**关键词:** 全息图, 瞄准器

### 一、引言

对于直接用眼睛观察的目视光学仪器,如显微镜和望远镜,为了使观察者眼睛处于松弛状态,其光学系统的设计总是使目标最终成像在无限远。这是因为,对于正常人,当眼睛处在没有调节的自然状态时,无限远的物体正好成像在视网膜上,所以眼睛观察无限远物体时最不容易疲劳。

为了在观察全息再现像时,使眼睛处于没有调节的自然状态,我们提出了傅里叶-菲涅耳全息图。它能够完成物体光波的傅里叶变换,但所记录的都是菲涅耳全息图。再现时眼睛位于频谱面上,相当于对物光波作第二次傅里叶变换,从而可观察到在无穷远的再现像。

### 二、傅里叶-菲涅耳全息图的原理

所谓傅里叶-菲涅耳全息图,是指全息图

对记录物体能够完成傅里叶变换,但记录面位于物体光波的菲涅耳衍射区,全息图属于菲涅耳型全息图。

采用如图1所示的光路可以记录透射式傅里叶-菲涅耳全息图。

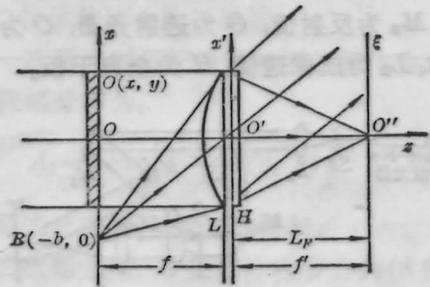


图1 透射式傅里叶-菲涅耳全息图的记录

这里我们采用平行光照明物体,物体置于透镜的前焦面,在照明光源的共轭像面(后焦面)上我们得到了物体光波的傅里叶变换。为了减小色模糊,记录介质紧贴透镜放置。

设物体光波为  $O(x, y)$ , 则在紧贴透镜

收稿日期:1987年10月26日。

全息干板的平面上,物光波的分布为:

$$O(x', y') = C \exp\left(-jk \frac{x'^2 + y'^2}{2f'}\right) \times \iint_{-\infty}^{\infty} O(x, y) \times \exp\left[jk \left(\frac{x^2 + y^2}{2f} - \frac{x'x + y'y}{f}\right)\right] dx dy \quad (1)$$

式中  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $C$  是一常数,且

$$C = \exp[j(x'^2 + y'^2)/2f]/j\lambda f.$$

从式(1)可以看出,记录面在物体光波的非涅耳衍射区,因而属于菲涅耳型全息图。

在透镜的后焦面上,我们得到物体光波的频谱分布:

$$O(\xi, \eta) = \iint_{-\infty}^{\infty} O(x, y) \exp[-j2\pi(x\xi + y\eta)] dx dy \quad (2)$$

式中  $\xi = x'/\lambda f'$ ,  $\eta = y'/\lambda f'$ , 并略去了一常数因子。 $\xi$ 、 $\eta$  是空间频率,  $f'$  是透镜的像方焦距,  $x'$ 、 $y'$  是后焦面上的位置坐标。

因此,当对全息图用原参考光进行再现时,在后焦面上可以得到物体光波的傅里叶变换。

由此可见,式(1)反映了傅里叶-菲涅耳全息图的性质,它属于菲涅耳型全息图。式(2)说明其功能,它能够完成对物体光波的傅里叶变换。

用白光再现图1所记录的傅里叶-菲涅耳全息图,使再现光的入射角与原参考光的入射角相同,如图2所示。

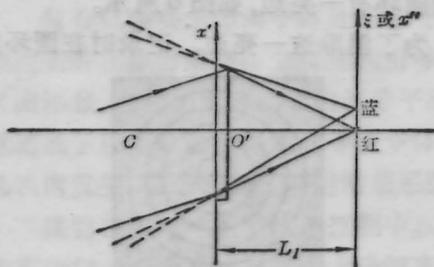


图2 白光再现透射式傅里叶-菲涅耳全息图

假如把谱看作物,由物像关系可知,对原来谱面上的一点  $(x'', y'')$ , 其再现像的位置可由下述公式<sup>[2]</sup>表示:

$$l_I = \frac{l_F}{\mu} \quad (3)$$

$$x_I = x'' + l_F \left( \frac{1}{\mu} \cos \alpha_R - \cos \alpha_R \right) \quad (4)$$

$$y_I = y'' \quad (5)$$

其中,  $l_F$  为记录时干板到谱面的距离,  $\mu = \lambda/\lambda_0$  为再现波长与记录波长之比,  $\alpha_R$  为参考光的入射角。这里只考虑了原始像。

由式(3)、(4)我们可以推出:

$$\frac{dl_I}{d\lambda} = -\frac{\lambda_0}{\lambda^2} l_F \quad (6)$$

$$\frac{dx_I}{d\lambda} = -\frac{\lambda_0}{\lambda^2} l_F \cos \alpha_R \quad (7)$$

式(6)表示白光再现时出现的纵向色差,式(7)则是产生的横向色差。这样,在后焦面上出现一彩色弥散斑,弥散的程度随  $\alpha_R$  的减小及  $l_F$  的增大而增大。再现时眼睛位于焦点处进行观察。为了能够观察到单色性较好的再现像,我们希望这种弥散的程度越大越好。为此在记录时我们使干板紧贴透镜,这时

$$l_F = f'.$$

若要获得单色性更好的像,可采用长焦距的透镜。眼睛在频率面上观察时,瞳孔相当于一滤波器,进入眼睛的信息被限制在很小的波长范围内,再现像是一单色像,减小了色模糊。

### 三、全息瞄准器——傅里叶-菲涅耳全息图的一种应用

普通瞄准具,无论是缺口式还是觇孔式,在瞄准过程中,眼睛都必须不断地调节以看清不同距离上的缺口(或后觇孔)、准星和目标,构成正确的瞄准线。这样的瞄准所需时间长,眼睛容易疲劳<sup>[3]</sup>。

利用本文所提出的傅里叶-菲涅耳全息图可制作一种全息瞄准器。对这种瞄准器进

行再现时眼睛在焦点上可观察到无限远的具有相当亮度的光环再现像, 解决了普通瞄准具的眼睛调焦问题, 瞄准时光环落在目标上, 极易对准。

为了进一步减小色模糊, 利用反射全息图的波长灵敏性按照图 3 所示的光路记录一圆环目标(图 4) 的反射式傅里叶-菲涅耳全息图。

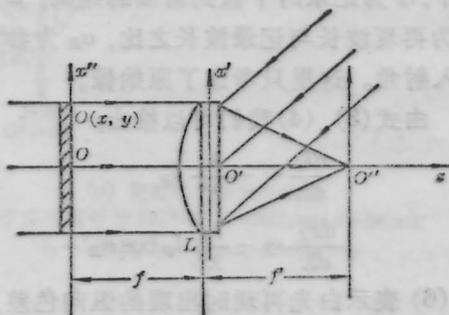


图 3 反射式傅里叶-菲涅耳全息图的记录

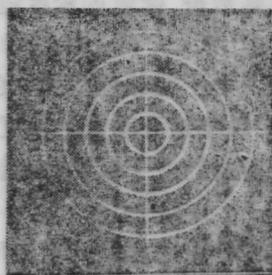


图 4 同心圆环作目标

在透镜的前焦面上, 圆环目标的光场表达式为:

$$O(x, y) = \sum_{i=1}^N \left[ \text{cir}l\left(\frac{r}{r_{bi}}\right) - \text{cir}l\left(\frac{r}{r_{ai}}\right) \right] \quad (8)$$

其中  $r_{ai}$  和  $r_{bi}$  分别为第  $i$  个环的内径和外径,  $N$  是圆环的数目,  $r^2 = x^2 + y^2$ 。

采用平行光照明方式, 在透镜的后焦面上, 圆环目标的傅里叶频谱可表示为:

$$O(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^N \left[ \rho_{bi} \text{somb}\left(\frac{\rho}{\rho_{bi}}\right) - \rho_{ai} \text{somb}\left(\frac{\rho}{\rho_{ai}}\right) \right] \quad (9)$$

其中:  $\rho_{bi} = \frac{1}{r_{bi}}, \rho_{ai} = \frac{1}{r_{ai}}$ ,

$$\rho^2 = \xi^2 + \eta^2$$

由于圆环很细, 在  $\text{somb}$  函数外可以近似地认为  $\rho_{bi} \approx \rho_{ai} = \rho_i$ , 则(9)式写成:

$$O(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^N \rho_i \left[ \text{somb}\left(\frac{\rho}{\rho_{bi}}\right) - \text{somb}\left(\frac{\rho}{\rho_{ai}}\right) \right] \quad (10)$$

图 5 给出了第  $i$  环的频谱分布。

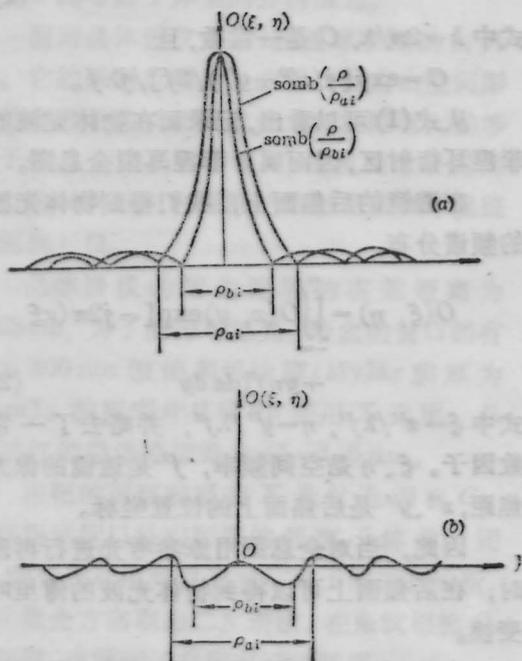


图 5

(a) 内圆及外圆的频谱分布; (b) 圆环的频谱分布

从图 5(b) 可以看出, 对较细的圆环其高频成份较多, 而频谱面上的高频成份, 对应于圆环上的边缘细节部分, 因为这些部分有较强的衍射效应, 因此, 当眼睛位于后焦点处进行观察时, 圆环的边缘部分较亮, 即实际观察到的圆环有一亮边, 如图 6 所示。

为了消除这一亮边, 记录时在圆环目标

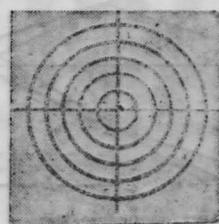


图 6 不加散射板时圆环有一亮边

上加一弱散射屏。设散射屏的透过率为

$$t(x, y) = \alpha - \beta D(x, y) \quad (11)$$

其中  $D(x, y)$  是随机函数,  $\alpha/\beta$  是直散比。

物平面即前焦面上的光场分布为

$$E(x, y) = t(x, y)O(x, y) \quad (12)$$

在后焦面即频谱面上, 我们得到:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{E(x, y)\} &= \mathcal{F}\{\alpha \\ &\quad - \beta D(x, y)\} * \mathcal{F}\{O(x, y)\} \\ &= \alpha O(\xi, \eta) \\ &\quad - \beta \mathcal{D}(\xi, \eta) * O(\xi, \eta) \quad (13) \end{aligned}$$

图7给出了加散射板后的频谱分布; 可见加散射板后在原来的频谱面上迭加上一背景  $\mathcal{D}(\xi, \eta) * O(\xi, \eta)$ , 从而平滑了边缘的亮度, 使圆环趋于均匀。

如图8所示, 对圆环目标的傅里叶-菲涅耳全息图用汞光源进行再现。由于采用天津 I 型干板记录全息图, 色模糊较大, 模拟实验时利用汞灯的绿光照明再现。

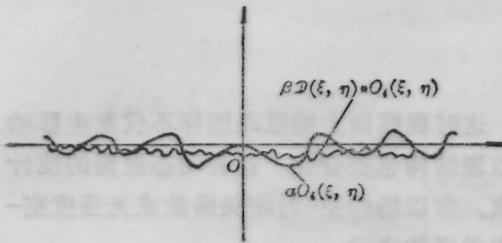


图7 加散射板后第  $i$  个圆环的频谱分布

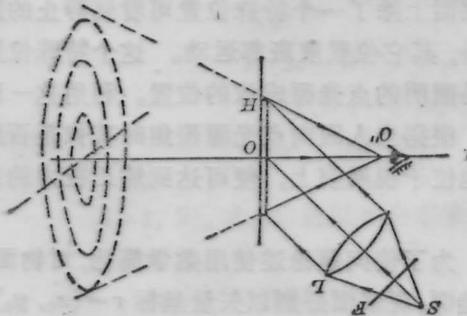


图8 全息瞄准器的再现

图8中,  $S$  是汞灯光源,  $F$  是  $546.1\text{nm}$  的干涉滤光片,  $L$  为准直透镜,  $H$  是圆环目标的反射傅里叶-菲涅耳全息图。人眼在频谱面上焦点  $O$  处进行观察。

图9是利用图8所得到的再现像。由于眼睛在频谱面上处于没有调节的自然状态(即调焦在无限远), 相当于观察到了圆环频谱在无限远的夫琅和费衍射, 也即在无限远看到频谱的傅里叶变换, 就是光环的像。

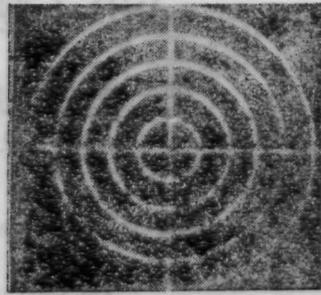


图9 圆环目标的再现像

图10是模拟瞄准的情况, 使再现圆环对准飞机模型。瞄准线取决于焦点与圆环中心的连线。由于圆环在无限远, 人眼只需对飞机模型调焦就可同时看清圆环和目标。对于距离较远的目标, 眼睛处于松弛状态。

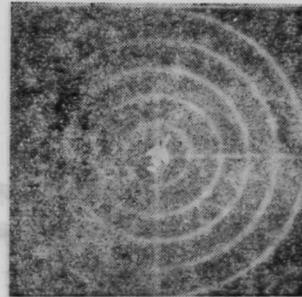


图10 模拟瞄准模型飞机

当用白光进行再现时, 在频谱面上会出现一系列彩色弥散斑。这些弥散斑导致了再现像的色模糊, 使瞄准线变得不准确。实际制作瞄准器时, 可在焦点处加上一孔, 使某一单色光进入眼睛, 这样瞄准线由小孔和圆环中心所决定, 圆环是单色圆环。

### 参 考 文 献

- 1 于美文等编著, 光学全息及信息处理, (国防工业出版社, 北京, 1984) 23
- 2 张振民, 兵器知识, (6), 16(1985)