

空心平板光波导中二脉冲 TE 模的光子回波

栗广福 张秀芳

(郑州高炮学院)

Two-pulse TE mode photon echo in hollow slab optical waveguides

Li Guangfu, Zhang Xiufang

(Zhengzhou College of Antiaircraft Artillery, Zhengzhou)

提要: 讨论了空心平板光波导中二脉冲 TE 模光子回波问题(包括单阶模和多阶模两种情况), 所得结果表明, 空心平板光波导中的光子回波与非波导情况下的相比, 具有许多不同的性质。

关键词: 空心平板光波导; 光子回波; 瞬态相干光学效应

一、引言

1984年, H. E. Ponath 等人^[1]首先研究了平板介质光波导中 TE 模光子回波问题, 但仅仅局限于第二激励脉冲面积二倍于第一激励脉冲面积且光子回波为单模的特殊情况。本文则设想将非均匀展宽的稀薄二能级气体(如 $^{13}\text{CH}_3\text{F}$) 充入空心平板光波导中, 所充气体并不改变平板波导原来的本征模(TE 模或 TM 模), 还可以存在光子回波效应。此处我们将 [2] 文的非波导光子回波理论推广到波导情况, 分别求出了当激励脉冲为单模时强场和弱场情况下空心平板光波导中二脉冲 TE 模光子回波的一般公式(包括单模和多模两种情况), 并用微机绘出了强场条件下第二激励脉冲面积为第一激励脉冲面积 k 倍 (k 从 1 到 10) 时光子回波电场强度随比例系数 k 和脉冲面积变化的曲线, 从而找到了产生最强回波的条件。

二、数学处理

我们所研究的波导如图 1 所示。当 $(m\lambda/4a) \ll 1$, $(\sqrt{\eta^2 - 1}/\eta^2) \gg (m\lambda/4a)$ (λ 为光波长, $\eta = \epsilon/\epsilon_0$ 为波导材料的折射率) 时, 可得到波导中的 TE 模场分布^[4], 简记为

$$E_m(x) = \begin{cases} \cos(m\pi x/2a) & (m=1, 3, 5, \dots) \\ \sin(m\pi x/2a) & (m=2, 4, 6, \dots) \end{cases}$$

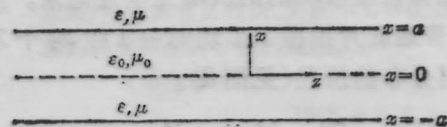


图 1 空心平板光波导

在波导问题中, 激励脉冲必须用波导的本征模定义, 一般为多个 TE 模的线性组合(这里只考虑 TE 模, 因为 TM 模与 TE 模类

收稿日期: 1987年9月14日。

似)。为计算简便又不失一般性,我们取激励脉冲为单个 TE 模,其电场为

$$E(x, z, t) = A(z, t) E_m(x) \cos(\omega t - \beta_m z) \quad (1)$$

在二脉冲光子回波问题中, $A(z, t)$ 如图 2 所示, 即

$$A(z, t) = \begin{cases} A_1 & (0 \leq t \leq t_1) \\ A_2 & (t_1 + \tau \leq t \leq t_1 + t_2 + \tau) \\ 0 & (\text{其它时间}) \end{cases}$$

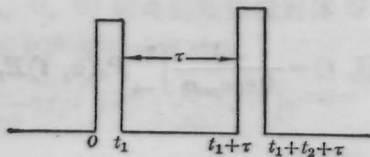


图 2 产生二脉冲光子回波的二脉冲列。

在图 2 所示激励脉冲的作用下, 二能级气体分子遵守 Bloch 方程

$$\begin{aligned} \dot{u} &= \delta v - u/T_2 \\ \dot{v} &= -\delta u + \Omega w - v/T_2 \\ \dot{w} &= -\Omega v - [w - (n_a - n_b)]/T_1 \end{aligned} \quad (2)$$

式中 $\delta = \omega - \omega_0 - kv_z$, ω_0 为分子从能级 a 向能级 b 的跃迁频率,

$$k = \frac{\omega}{c},$$

$(n_a - n_b)$ 是初态(热平衡)时速度为 v_z 的分子群粒子数反转密度,

$$\Omega = \frac{\mu_{ab} A}{\hbar} E_m(x)$$

为 Rabi 频率, μ_{ab} 是能级 a 、 b 间偶极跃迁矩阵元, A 是激励脉冲振幅, v_z 为分子在激励光脉冲传播方向(z 方向)上的速度分量, T_1 、 T_2 分别为纵向与横向弛豫时间。

假设 $t=0$ 时系统处于热平衡状态, 即

$$u(0) = 0, v(0) = 0, w(0) = n_a - n_b,$$

则当 $t > t_1 + t_2 + \tau$ 时, 由(2)式可解出^[2](这里只保留与回波有关的项)

$$u = (n_a - n_b) Re(s), v = (n_a - n_b) I_m(s) \quad (3)$$

$$s = \frac{\Omega_1(x) \Omega_2^2(x)}{2g_1(x) g_2^2(x)} e^{-t/T_2} e^{-i\omega(t-t_1-t_2-2\tau)}$$

$$\begin{aligned} & \times \left\{ \frac{\delta}{g_1(x)} [1 - \cos(g_1(x)t_1)] \right. \\ & \times [1 - \cos(g_2(x)t_2)] - i \sin(g_1(x)t_1) \\ & \left. \times [1 - \cos(g_2(x)t_2)] \right\} \quad (4) \end{aligned}$$

式中 $\Omega_i(x) = \frac{\mu_{ab}}{\hbar} A_i E_m(x)$,

$$g_i(x) = \sqrt{\delta^2 + \Omega_i^2(x)} \quad (i=1, 2),$$

$Re(s)$ 与 $I_m(s)$ 分别表示 s 的实部和虚部。

宏观极化可分为两部分: 和入射场同相分量 P_o 及异相分量 P_s , 即

$$\begin{aligned} P(x, z, t) &= P_o(x, z, t) \cos(\omega t - \beta_m z) \\ &+ P_s(x, z, t) \sin(\omega t - \beta_m z), \end{aligned} \quad (5)$$

考虑到气体分子速度的 Maxwell-Boltzmann 分布, 则

$$P_o = \frac{\mu_{ab} \hbar}{\sqrt{\pi} \sigma^*} (N_a - N_b) \int_{-\infty}^{+\infty} Re(s) e^{-k^2 v_z^2 / \sigma^{*2}} dv_z \quad (6a)$$

$$P_s = \frac{-\mu_{ab} \hbar}{\sqrt{\pi} \sigma^*} (N_a - N_b) \int_{-\infty}^{+\infty} I_m(s) e^{-k^2 v_z^2 / \sigma^{*2}} dv_z \quad (6b)$$

式中 $(N_a - N_b)$ 为热平衡时粒子数反转密度, σ^* 为多普勒线宽。

知道宏观极化强度 P_s , 就能根据波动方程

$$\begin{aligned} \nabla^2 E_p(x, z, t) &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_p(x, z, t)}{\partial t^2} \\ &= \mu_0 \frac{\partial^2 P(x, z, t)}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (7)$$

求出回波的电场强度 E_p , 假设气体是光学薄的, 则 E_p 只是 p 产生的, 其中不包括激励场。把 E_p 也分为两部分, 并把其横向部分对波导各允许模展开, 则

$$\begin{aligned} E_p(x, z, t) &= \sum_i E_i(x) \\ &\times [E_{pci}(z, t) \cos(\omega t - \beta_i z) \\ &+ E_{psi}(z, t) \sin(\omega t - \beta_i z)] \\ &\equiv \sum_i E_{pi}(x, z, t) \end{aligned} \quad (8)$$

将(5)、(8)代入(7), 及利用慢变包络近似(略去 E_{pci} 、 E_{psi} 对 z 、 t 的二阶导数, P_c 、 P_s 对 t 的一阶、二阶导数), 可得如下方程

$$\begin{aligned} & \sum_i E_i(x) \left\{ \left[\beta_i \frac{\partial E_{pci}}{\partial z} + \frac{\omega}{c^2} \frac{\partial E_{pci}}{\partial t} \right] \right. \\ & \times \sin(\omega t - \beta_i z) + \left[-\beta_i \frac{\partial E_{psi}}{\partial z} - \frac{\omega}{c^2} \frac{\partial E_{psi}}{\partial t} \right] \\ & \left. \times \cos(\omega t - \beta_i z) \right\} \\ & = -\frac{1}{2} \mu_0 \omega^2 [P_c \cos(\omega t - \beta_m z) \\ & + P_s \sin(\omega t - \beta_m z)] \end{aligned} \quad (9)$$

将(9)式两边同乘 $E_j^*(x)$ ($=E_j(x)$), 并在波导内积分, 则得:

当 $j=m$ (即光子回波与激励脉冲为同阶模) 时

$$\begin{aligned} & \frac{\partial E_{pcm}(z, t)}{\partial z} + \frac{1}{v_{gm}} \frac{\partial E_{pcm}(z, t)}{\partial t} \\ & = \frac{-\omega}{2\varepsilon_0 v_{gm} a} \int_{-a}^a P_s(x, z, t) E_m(x) dx \end{aligned} \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial E_{psm}(z, t)}{\partial z} + \frac{1}{v_{gm}} \frac{\partial E_{psm}(z, t)}{\partial t} \\ & = \frac{\omega}{2\varepsilon_0 v_{gm} a} \int_{-a}^a P_c(x, z, t) E_m(x) dx \end{aligned} \quad (10b)$$

当 $j \neq m$ (即光子回波与激励脉冲不是同阶模) 时

$$\begin{aligned} & \frac{\partial E_{pcj}(z, t)}{\partial z} + \frac{1}{v_{gj}} \frac{\partial E_{pcj}(z, t)}{\partial t} \\ & = \frac{-\omega}{2\varepsilon_0 v_{gj} a} \left\{ -\int_{-a}^a P_c(x, z, t) E_j(x) dx \right. \\ & \times \sin[(\beta_j - \beta_m)z] \\ & + \int_{-a}^a P_s(x, z, t) E_j(x) dx \\ & \left. \times \cos[(\beta_j - \beta_m)z] \right\}, \end{aligned} \quad (11a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial E_{psj}(z, t)}{\partial z} + \frac{1}{v_{gj}} \frac{\partial E_{psj}(z, t)}{\partial t} \\ & = \frac{\omega}{2\varepsilon_0 v_{gj} a} \left\{ \int_{-a}^a P_c(x, z, t) E_j(x) dx \right. \\ & \times \cos[(\beta_j - \beta_m)z] \\ & \left. + \int_{-a}^a P_s(x, z, t) E_j(x) dx \right\} \end{aligned}$$

$$\times \sin[(\beta_j - \beta_m)z], \quad (11b)$$

式中

$$v_{gi} = c^2 \beta_i / \omega$$

为空心波导中第 i 个模的群速^[3]。以下和[2]类似, 做坐标变换

$$t_R = t - z/v_{gi},$$

然后再对(10)、(11)两边在波导范围 $[0, l]$ 内积分可得

$$E_{pcm}(l, t) = \frac{-\omega l}{2\varepsilon_0 v_{gm} a} \int_{-a}^a P_s(x, t) E_m(x) dx \quad (12a)$$

$$E_{psm}(l, t) = \frac{\omega l}{2\varepsilon_0 v_{gm} a} \int_{-a}^a P_c(x, t) E_m(x) dx \quad (12b)$$

$$\begin{aligned} E_{pcj}(l, t) &= \frac{-\omega}{2\varepsilon_0 v_{gj} a (\beta_j - \beta_m)} \\ & \times \left\{ \sin[(\beta_j - \beta_m)l] \right. \\ & \times \int_{-a}^a P_s(x, t) E_j(x) dx \\ & + [\cos((\beta_j - \beta_m)l) - 1] \\ & \left. \times \int_{-a}^a P_c(x, t) E_j(x) dx \right\}, \\ & (j \neq m) \end{aligned} \quad (13a)$$

$$\begin{aligned} E_{psj}(l, t) &= \frac{\omega}{2\varepsilon_0 v_{gj} a (\beta_j - \beta_m)} \\ & \times \left\{ [1 - \cos((\beta_j - \beta_m)l)] \right. \\ & \times \int_{-a}^a P_s(x, t) E_j(x) dx \\ & + \sin[(\beta_j - \beta_m)l] \\ & \left. \times \int_{-a}^a P_c(x, t) E_j(x) dx \right\}, \\ & (j \neq m). \end{aligned} \quad (13b)$$

(11a)~(13b)式中的 t 是从第一激励脉冲到达波导末端即 $z=l$ 的时刻算起。这里关键在于求出(12a)~(13b)中等式右边所含的积分, 它们体现了空心平板光波导中光子回波的特点。下面分强场、弱场两种情况计算。

1. 强场(即 $\Omega \gg \sigma^*$) 情况

此时 u 和 v 中含有 δ/g 的项可以略去, 并注意到当 i 为奇数时

$$E_i(x) = \cos \frac{i\pi x}{2a},$$

当 i 为偶数时,

$$E_i(x) = \sin \frac{i\pi x}{2a},$$

可得强场条件下空心平板光波导中与激励脉冲同阶模和不同阶模光子回波光场如下:

(1) 同阶模情况

与激励脉冲模数相同的光子回波的电场强度 E_{pm} 及回波强度 I_m 分别为

$$E_{pm}(x, l, t) = \begin{cases} \cos \frac{m\pi x}{2a} \\ \sin \frac{m\pi x}{2a} \end{cases} \begin{cases} -\mu_{ab}\omega l \\ 4\varepsilon_0 v_{gm} \end{cases} \\ \times (N_a - N_b) e^{-t/T_1} \\ \times e^{-\frac{1}{4}\sigma^{*2}(t-t_1-t_2-2\tau)^2} \\ \cdot [2J_1(W_1) - J_1(W_1+W_2) \\ - J_1(W_1-W_2)] \\ \times \cos[\omega_0(t-t_1-t_2-2\tau) \\ + \omega(t_1+t_2+2\tau) - \beta_m l], \quad (14a)$$

$$I_m(x, l, t) = c\varepsilon_0 \langle E_{pm}^2 \rangle$$

$$= \begin{cases} \cos^2 \frac{m\pi x}{2a} \\ \sin^2 \frac{m\pi x}{2a} \end{cases} \begin{cases} c\mu_{ab}^2 \omega^2 l^2 \\ 32\varepsilon_0 v_{gm}^2 \end{cases} \\ \times (N_a - N_b)^2 e^{-2t/T_1} \\ \times e^{-\frac{1}{2}\sigma^{*2}(t-t_1-t_2-2\tau)^2} \\ \times [2J_1(W_1) - J_1(W_1+W_2) \\ - J_1(W_1-W_2)]^2, \quad (14b)$$

式中 $W_i = \frac{\mu_{ab}}{\hbar} A_i t_i$

($i=1, 2$), $J_1(x)$ 是以 x 为宗量的一阶贝塞尔函数。

(2) 不同阶模情况

当回波模数 j 与激励脉冲模数 m 不同时, 为了得到解析解, 仅考虑一些特殊情况, 此时第 j 个模式回波的电场强度 E_{pj} 及强度 I_j 如下:

(a) 当 j 与 m 的奇偶性相反时, $E_{pj}=0$,

即与激励脉冲模数奇偶性不同的回波不会出现。

(b) 当 $j=l_1 m$ (l_1, m 均为奇数, $l_1 \neq 1$, 当然 j 亦为奇数) 时

$$E_{pj}(x, l, t) = \left(\cos \frac{j\pi x}{2a} \right) \frac{(-1)^{\frac{l_1+1}{2}} \mu_{ab}\omega}{2\varepsilon_0 v_{gj} (\beta_j - \beta_m)} \\ \times (N_a - N_b) e^{-t/T_1} \\ \times e^{-\frac{1}{4}\sigma^{*2}(t-t_1-t_2-2\tau)^2} \\ \times \sin \left(\frac{\beta_j - \beta_m}{2} l \right) \\ \times [2J_{l_1}(W_1) - J_{l_1}(W_1+W_2) \\ - J_{l_1}(W_1-W_2)] \\ \times \cos \left[\omega_0(t-t_1-t_2-2\tau) \right. \\ \left. + \omega(t_1+t_2+2\tau) \right. \\ \left. - \frac{\beta_j - \beta_m}{2} l \right], \quad (15a)$$

$$I_j(x, l, t) = \left(\cos^2 \frac{j\pi x}{2a} \right) \\ \times \frac{(-1)^{l_1+1} \mu_{ab}^2 c \omega^2 (N_a - N_b)^2}{8\varepsilon_0 v_{gj}^2 (\beta_j - \beta_m)^2} \\ \times e^{-2t/T_1} \cdot e^{-\frac{1}{2}\sigma^{*2}(t-t_1-t_2-2\tau)^2} \\ \times \sin^2 \left(\frac{\beta_j - \beta_m}{2} l \right) \\ \times 2 [J_{l_1}(W_1) - J_{l_1}(W_1+W_2) \\ - J_{l_1}(W_1-W_2)]^2, \quad (15b)$$

(c) 当 $j=l_2 m$ (m 为偶数, l_2 可奇可偶, $l_2 \neq 1$, 则 j 亦为偶数) 时, 第 j 个模式回波的光场形式与 (15a) 类似, 只须将 (15a) 式中的因子 $(-1)^{\frac{l_1+1}{2}}$ 去掉且将 $\cos \frac{j\pi x}{2a}$ 换为 $(-\sin \frac{j\pi x}{2a})$, l_1 换成 l_2 即可。

2. 弱场 ($\Omega \ll \sigma^*$) 情况

由于弱场情况复杂, 故仅考虑同阶模及 $\Omega_1 = \Omega_2$ 的情况。

当 $\Omega \ll \sigma^*$ 时, 由于多卜勒线型中仅有一小部分分子被激励, 故 (6) 式中的高斯分布因子 $\exp(-k^2 v_z^2 / \sigma^{*2})$ 可提出积分号外。经计算知 $P_0=0$ 及在光子回波出现的时刻即

$$t = t_1 + t_2 + 2\tau$$

时,

$$P_s(t=t_1+t_2+2\tau) = \frac{\mu_{ab}\Omega^3}{\sqrt{\pi}\sigma^*} (N_a - N_b) \cdot e^{-(t_1+t_2+2\tau)/T_2} e^{-(\omega-\omega_0)^2/\sigma^{*2}} \cdot G(t_1, t_2), \quad (16)$$

式中

$$G(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{g^3} \sin(gt_1) \sin^2(gt_2/2) d\delta.$$

由(8)、(12)、(16)及 $P_c=0$ 可得弱场情况下空心平板光波导中与激励脉冲模式相同的光子回波信号的电场强度的峰值为

$$E_{pm}(x, l, t_1+t_2+2\tau) = \begin{cases} \cos \frac{m\pi x}{2a} \\ \sin \frac{m\pi x}{2a} \end{cases} \frac{-\omega l \mu_{ab}}{2\sqrt{\pi} \varepsilon_0 \sigma^* v_{gm} a} (N_a - N_b) \cdot e^{-(t_1+t_2+2\tau)/T_2} \cdot e^{-(\omega-\omega_0)^2/\sigma^{*2}} \cdot \cos[\omega(t_1+t_2+2\tau) - \beta_m l] \cdot \int_{-a}^a \Omega^3 G(t_1, t_2) E_m(x) dx. \quad (17)$$

(17)式的积分不能解析做出,有待于以后进行数值积分。

(三) 讨 论

由以上计算可知,空心平板光波导中的二脉冲 TE 模光子回波具有以下特点。

1. 当激励脉冲是单模时,波导中的光子回波却可以是多模的。但并非所有模式的回波都能出现,如与激励脉冲模式相同的回波肯定能出现,而在强场情况下,模数的奇偶性与激励脉冲不同的回波肯定不能出现;模数

为 $j(j=km, k$ 为正整数,且 j 的奇偶性与 m 相同,但 $j \neq m$) 的回波中满足关系式 $\beta_j - \beta_m = 2n\pi$ (n 为正整数) 的回波也不会出现。

2. 波导中的光子回波与非波导情况相比,形式要复杂些。这体现在以下两方面。

(a) 波导中的回波光场的横向空间分布不再是均匀的,而和波导本征模 $E_m(x)$ 有相同空间分布,即为 x 的周期函数。

(b) 将强场情况下波导中同阶模回波强度公式与非波导情况下的回波强度公式相比较可知,在回波强度与两个激励脉冲面积的关系上,后者仅是简单的三角函数关系,而前者则是复杂的一阶贝塞尔函数关系;在与样品长度 l 的关系上,后者是与其平方 l^2 成正比,而前者却呈三角函数关系。

3. 波导与非波导情况下出现最强回波的条件都是第二激励脉冲面积为第一激励脉冲面积的 2 倍,但强度大小略有区别。由(14b)和文[2]可知,二者的峰值之比

$$I_{波导}/I_{非波导} \approx \frac{(2.087)^2}{4} \approx 1.1,$$

这说明二者属同一数量级,但前者略大些。

参 考 文 献

1. H. E. Ponath *et al.* *Opt. Quant. Electr.* **16**, 103 (1984)
2. R. L. Shoemaker "Coherent Transient Infrared Spectroscopy" in "Laser and Coherent Spectroscopy" Edited by Jeffrey I. Steinfeld, (1978)
3. M. J. Adams. "An Introduction to Optical Waveguides" (1981)
4. 周炳琨 *et al.*, 激光原理(国防工业出版社, 1989)