

# 正交相位跃变光栅的光学特性

单子娟 李正直 王定兴

(杭州大学物理系) (苏州大学物理系)

## Optical characteristics of a cross-grating bearing 180°-shifting phase

Shan Zijuan, Li Zhengzhi

Wang Dingxing

(Hangzhou University, Hangzhou) (Suzhou University, Suzhou)

**提要:** 讨论了正交相位跃变光栅的光学特性, 以及由它经圆孔或十字形狭缝所获得傅氏变换的希尔伯特变换图像的特性。

**关键词:** 正交相位跃变光栅

本文讨论正交相位跃变光栅的光学特性及其应用。所采用的正交相位跃变光栅如图 1 所示。它在  $x$ 、 $y$  方向都是由左右两半光栅组合而成。设一维光栅常数为  $d$ , 中央间隔为  $d'$ , 对  $d'$  的中点而言, 该相位跃变光栅的左右两半的复振幅透射率具有  $\pi$  相位跃变, 因此  $d'$  必须是  $\frac{d}{2}$  的奇数倍。本实验中采用  $d=20 \mu\text{m}$ ,  $d'=30 \mu\text{m}$  的朗奇光栅作为具有中央相位跃变间隔的光栅。

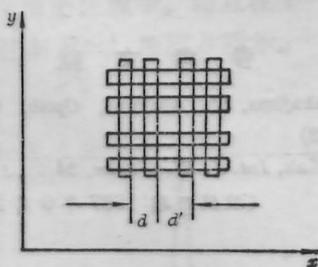


图 1 正交相位跃变光栅示意图

### 一、圆孔光阑限制的正交相位跃变光栅

当用准直的激光束照明圆孔限制的正交相位跃变光栅时, 在频谱面上  $(0, 0)$  级及各一级衍射处共观察到 9 个光学图像, 如图 2 所示。

为方便起见, 讨论沿  $x$  轴的一维相位跃变光栅。利用一维光栅的一级衍射作用, 该光栅的振幅透射率  $G(x)$  等效于相位跃变的余弦光栅的振幅透射率, 可写成下式:

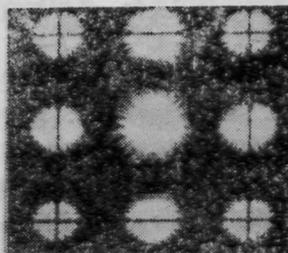


图 2 圆形正交相位跃变光栅的衍射图

$$G(x) = 1 + \cos(\omega_0 x) \operatorname{sgn}(x) \quad (1)$$

式中  $\omega_0$  为光栅的空间圆频率,  $\operatorname{sgn}(x)$  是符号函数。如果把透射率分布为  $f(x)$  的物函数与该相位跃变光栅紧贴, 放置于物平面上, 那么在频谱面上衍射场的复振幅分布  $F'(\omega)$  由下式表示:

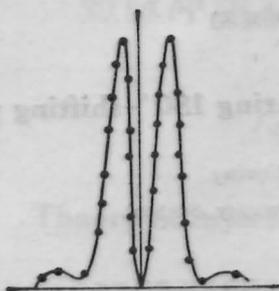
$$\begin{aligned} F'(\omega) &= \mathcal{F}\{f(x) \cdot G(x)\} \\ &= \mathcal{F}\{f(x)[1 + \cos(\omega_0 x) \cdot \operatorname{sgn}(x)]\} \\ &= F(\omega) - \left(\frac{1}{2i}\right) F_H(\omega) \Big|_{\omega=\omega_0} \\ &\quad - \left(\frac{1}{2i}\right) F_H(\omega) \Big|_{\omega=-\omega_0} \end{aligned} \quad (2)$$

上式中, 第一项表示物函数在频谱面上零级衍射场的复振幅分布。如果物函数为圆孔光阑时, 该项为圆孔的傅里叶变换, 即是零阶贝塞尔函数; 第二、第三项表示在  $(\pm 1)$  级衍射处零阶贝塞尔函数的  $x$  方向一维希尔伯特变换。

图 3(a) 是圆孔衍射场  $x$  方向一维希尔伯特变换光强分布照片, 其光强分布理论计算曲线如图 3(b) 所示, 它是按离散希尔伯特变换方法进行计算的<sup>[1,2]</sup>



(a)



(b)

图3 圆形一维相位跃变光栅一级衍射图

它们表明其光学图样中央为一条锐细的黑线。

在 $(+1, +1)$ 、 $(-1, -1)$ 、 $(-1, +1)$ 、 $(+1, -1)$ 的衍射级上的光学图像的复振幅是圆孔的零阶贝塞尔变换的二维希尔伯特变换, 各图像中央都分别出现一个锐细的十字形暗线; 而在 $(+1, 0)$ 、 $(-1, 0)$ 、 $(0, +1)$ 、 $(0, -1)$ 衍射级处的光学图像中, 其复振幅分别属于圆孔的零阶贝塞尔变换的一维希尔伯特变换, 各图像中都分别出现一条锐细的暗线。这些实验图像的光强分布与离散希尔伯特变换计算曲线相符合。

## 二、十字形狭缝限制的正交相位跃变光栅

当用准直激光束垂直照明由十字形狭缝限制的正交相位跃变光栅时, 在频谱面上各一级衍射处共出现8个光学变换图像, 而在 $(0, 0)$ 级处出现十字形

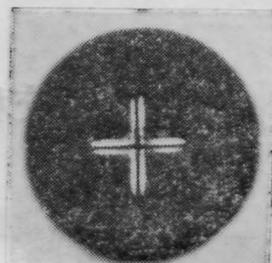


图4 十字形状正交相位跃变光栅一级衍射图放大

狭缝的衍射图。其中在 $(+1, +1)$ 、 $(-1, -1)$ 、 $(-1, +1)$ 、 $(+1, -1)$ 衍射级处, 其图像的复振幅属于十字形狭缝的傅里叶变换的二维希尔伯特变换。在十字形狭缝的衍射图样中央出现非常锐细的十字形暗线, 如图4所示。而在 $(+1, 0)$ 、 $(-1, 0)$ 、 $(0, +1)$ 、 $(0, -1)$ 衍射级处图像的复振幅分布是属于十字形狭缝的傅里叶变换的一维希尔伯特变换, 其光学图像中有一条锐细的暗线。例如, 对 $(+1, 0)$ 级而言, 在亮的十字形狭缝的衍射图中, 出现一条垂直于 $x$ 轴的暗线, 该暗线是由一长、一短的暗线重迭而成。其中长的暗线是平行于 $x$ 轴的狭缝的傅里叶变换在 $x$ 方向一维希尔伯特变换所形成, 短的暗线是由沿 $y$ 轴狭缝的傅里叶变换的 $x$ 方向一维希尔伯特变换所引起。

由于所获得的光学图像中具有锐细的十字形暗线及单条暗线, 它们可以在准直及定位等光学技术中得到应用。

## 参 考 文 献

- 1 N. Nakajima, T. Asakura, *Optik*, **60**(2), 181 (1982)
- 2 S. C. Kak, *Int. J. Electronics*, **34**(2), 177 (1973)

(收稿日期: 1987年9月21日)