

渡越辐射箔组系统中电磁波的受激放大和 X 射线激光器的展望

严祖祺 阮可妃
(上海科技大学物理系)

Stimulated amplification of electromagnetic wave in foil stack systems for transition radiation and the prospect of X-ray lasers

Yan Zuqi, Ruan Kefei

(Department of Physics, Shanghai University of Science and Technology, Shanghai)

摘要: 讨论了渡越辐射箔组系统中电磁波的受激放大问题, 并且计算了这种系统中电磁波的增益和辐射强度。定性地分析了利用受激共振渡越辐射产生 X 射线激光的可能性并引入了相应的物理模式。

关键词: 渡越辐射, 受激放大, 箔组系统, X 射线激光

一、引言

在文献[4]所引入的多箔组共振渡越辐射系统中涉及到两种增益机理, 一种是电磁波在系统中传播时会和高能电子束相互作用而被受激放大; 另一种是整形复能电子束直接在各箔组产生的多组渡越辐射电磁波的迭加, 增强了系统的共振渡越辐射强度。这里将比较具体地讨论箔组系统中电磁波的受激放大增益; 并综合这两种增益机理计算了多箔组系统的共振渡越辐射的总强度; 展望了产生 X 激光的可能途径。

二、箔组系统中电磁波的受激放大

众所周知, 在实际箔组系统中所传播的

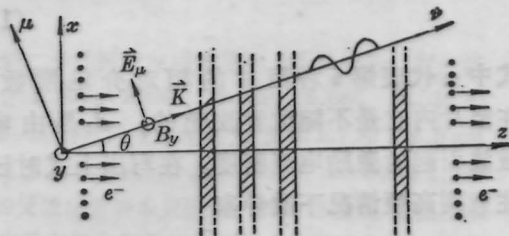


图 1

渡越辐射电磁波可以是多种频率、多种偏振方向平面波的迭加。为了处理问题简单起见, 只讨论其中某一单色平面偏振电磁波的受激放大来说明问题。

如图 1 所示, 若不考虑系统中沿 z 轴匀速前进的电子束与 ν 轴方向传播的平面电磁波之间的相互作用, 那么电子束不会发射电

收稿日期: 1987 年 11 月 22 日。

磁波(界面渡越辐射除外), 系统内的电磁波也不会放大。但实际上电磁波和电子束之间存在相互作用。箱组中传播的电磁场会使电子束在电场 E_{μ} 方向作加速运动, 形成激励电流, 这种激励电流又会激发电磁波。如果位相匹配适当, 它会使系统中的电磁波增强, 这就构成了电磁波的受激放大。

Piestrup^[1]曾研究过这个问题, 为了回避不同界面上电磁场的边值问题, 他们作出了箱组介质的介电常数 $\epsilon(z\omega)$ 随空间作余弦形连续变化的假定。当然这种假定既和箱组的实际情况不符, 又使问题的计算复杂化。

这里将根据箱组系统的实际情况, 假设箱组中介电常数作阶跃形变化, 分别列出 Maxwell 方程来讨论电磁波的受激放大问题。考虑到箱组中形成的渡越辐射电磁波是 X 光或软 X 光波段, 其波长很短, 通常箱片厚度 l_i 远大于电磁波的波长。据此可以按箱片分区域列出电磁波所满足的 Maxwell 方程。在第 i 种箱片内的方程是

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} & \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}_i \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_i & \mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_i \mathbf{E} \quad \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \end{cases} \quad (1)$$

式中 ϵ_i 代表第 i 种箱片的相对介电常数, 在箱片内它是不随位置改变的。 \mathbf{J}_i 是由电磁波引起的激励电流密度。在写出上式时已注意到高频情况下磁导率

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$$

通常入射的电子束的密度很小, 空间电荷效应可以忽略。这样上式中的

$$\nabla \cdot \mathbf{D} \approx 0 \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = -\frac{\nabla \epsilon_i \cdot \mathbf{E}}{\epsilon_i} = 0$$

这里讨论的是单色平面电磁波, 它的电和磁分量以及由此激起的激励电流都随时间作谐和变化

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}t) = \mathbf{E}(\mathbf{r})e^{-j\omega t},$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}t) = \mathbf{B}(\mathbf{r})e^{-j\omega t},$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}t) = \mathbf{J}(\mathbf{r})e^{-j\omega t}$$

于是由(1)式可导出任一箱片中电磁波所满足的非齐次波动方程

$$\nabla^2 \mathbf{E} + K_i^2 \mathbf{E} = -j\mu_0 \omega \mathbf{J}_i \quad (2)$$

按照图 1 所示, \mathbf{E} 和 \mathbf{J} 都是沿着 μ 轴随 ν 坐标而变。于是(2)式可简化为

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 E_{\mu}}{\partial \nu^2} + K_1^2 E_{\mu} = -j\mu_0 \omega J_{1\mu} \\ \text{(第一种箱片区域)} \\ \frac{\partial^2 E_{\mu}}{\partial \nu^2} + K_2^2 E_{\mu} = -j\mu_0 \omega J_{2\mu} \\ \text{(第二种箱片区域)} \end{cases} \quad (3)$$

式中

$$K_1^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_1, \quad K_2^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_2, \quad \mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2}$$

通过求解非齐次波动方程(3), 可以了解电磁波的增益情况。在计算过程中首先要了解激励电流 J_{μ_0} 。为了处理问题方便, 作了如下可行的近似处理, 首先用未受电子扰动的电磁波场计算出激励电流 J_{μ} , 再用此激励电流代入非齐次波动方程求解出有激励电流存在时的电磁波场。

若设 $f(\mathbf{r}\mathbf{P}t)$ 是电磁场中电子束的密度分布函数, 那么(3)式中的激励电流密度

$$\mathbf{J}_{\mu} = \iint \mathbf{v}_{\mu} f(\mathbf{r}\mathbf{P}t) dP_{\mu} dP_{\nu} \quad (4)$$

电子密度分布函数 $f(\mathbf{r}\mathbf{P}t)$ 满足 Vlasov 方程^[2]

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} - e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{P}} = 0 \quad (5)$$

采用小信号近似法, 可以把 f 分成两部分, 即 $f = f_0 + f_1$ 。其中 f_0 是未受电磁波扰动时的电子分布函数(原则上是已知的), f_1 是电磁波扰动所引起的附加修正项。经过计算^[3]可以找到 f_1 , 并通过(4)可求出

$$\begin{aligned}
 J_{i\mu} = eE_{\mu} & \left[\iint \frac{v_{\mu} \left(1 - v_{\mu} \frac{\sqrt{\epsilon_i}}{c}\right)}{-j\omega + jK_i v_{\mu} + \alpha_i v_{\mu}} \frac{\partial f_0}{\partial P_{\mu}} \right. \\
 & \left. \times dP_{\mu} dP_{\nu} \right] \\
 & + eE_{\mu} \left[\iint \frac{v_{\mu}^2 \frac{\sqrt{\epsilon_i}}{c}}{-j\omega + jK_i v_{\mu} + \alpha_i v_{\mu}} \frac{\partial f_0}{\partial P_{\nu}} \right. \\
 & \left. \times dP_{\mu} dP_{\nu} \right] = eE_{\mu} (I_1 + I_2) \quad (6)
 \end{aligned}$$

将(6)代入(3), 经计算可得

$$\begin{cases} E_{\mu}^{(1)} = E_{\mu_0} \exp[\alpha_1 \nu_1 + jK_1 \nu_1 - j\omega t] \\ E_{\mu}^{(2)} = E_{\mu_0} \exp[\alpha_2 \nu_2 + jK_2 \nu_2 - j\omega t] \end{cases} \quad (7)$$

式中的增益因子 α_i 满足如下色散方程

$$\alpha_i (\alpha_i + 2jK_i) = -j\mu_0 \omega (I_1 + I_2) \quad (8)$$

在一定的条件下, 可由(8)式解出 α_i 。在 α_i 大于 0 的情况, 箔组中传播的电磁波将得到受激放大。

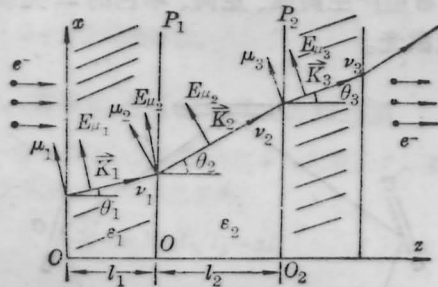


图 2

在此基础上, 由(7)式和相邻箔片交界面的电磁场边界条件可以证明, 图 2 中的 $\theta_1 = \theta_3$ 。也就是电磁波行经一对箔片后其传播方向恢复原来状态, 并可算得通过一对箔片后电矢量的振幅增益是

$$E_{\mu_3} = E_{\mu_1} \exp \left[\frac{\alpha_1 l_1}{\cos \theta_1} + \frac{\alpha_2 l_2}{\cos \theta_2} \right] \quad (9)$$

依次类推经过 M 对箔片的箔组后, 电磁波强度因受激放大引起的相对增益是

$$\begin{aligned}
 g' & = |E_M|^2 / |E_0|^2 \\
 & = \exp \left[2M \left(\frac{\alpha_1 l_1}{\cos \theta_1} + \frac{\alpha_2 l_2}{\cos \theta_2} \right) \right] \quad (10)
 \end{aligned}$$

对于多箔组共振渡越辐射系统来说, 电

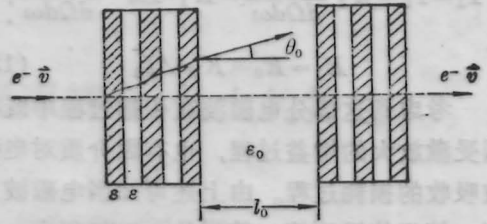


图 3

磁波除了在箔组中受激放大外在箔组之间的空间也要受激放大。类似方法可算出电磁波通过每一级行程(包含一个箔组和一段相邻箔组间隙空间)的相对增益是

$$\begin{aligned}
 g & = \exp \left[2M \left(\frac{\alpha_1 l_1}{\cos \theta_1} + \frac{\alpha_2 l_2}{\cos \theta_2} \right) \right. \\
 & \left. + 2 \frac{\alpha_0 l_0}{\cos \theta_0} \right] \quad (11)
 \end{aligned}$$

式中 α_0 是间隙空间的增益因子, l_0 是间隙长度, $\theta_0, \theta_1, \theta_2$ 等是电磁波传播方向的倾角, 如图 3 所示。

三、多箔组系统辐射强度的计算

多箔组共振渡越辐射系统的辐射强度, 可以区分下述两种典型情况来计算。

第一种情况是相干共振渡越辐射。在这种情况下, 实验条件的要求非常苛刻, 因它既要保证各单箔组满足相同的共振渡越辐射条件产生相同的共振渡越辐射谱, 又要保证相继箔组出射的电磁波满足同相迭加条件。此时系统的总辐射强度应按电磁波相干迭加方法(振幅相加)来计算。

通常电子束内电子之间的相互作用可以忽略, 电子束通过箔组时由共振渡越辐射机理所产生的 X 射线强度 $I_0(\omega, \Omega)$ 应与单个电子通过箔组时所发射的光子数分布成正比, 电磁波的强度 I_0 又与其电分量的平方 E_0^2 成正比。因此入射电子束通过系统的第一箔组时所发射的共振渡越辐射电磁波的强度和电分量振幅分别是^[4]

$$I_1 = I_0 = K_1 \frac{d^2 N}{d\Omega d\omega} = K_1 \cdot 4M^2 \frac{d^2 N_0}{d\Omega d\omega},$$

$$E_1 = E_0 = K_2 \sqrt{I_0} \quad (12)$$

考虑到这部分电磁波在传播过程中既有因受激放大的增益过程，也有因介质对电磁波吸收的损耗过程。由上述可知当电磁波从第一箱组传播到第二箱组的一级行程中，电磁波强度的相对增益是(11)式所表示的 g 。若考虑到介质吸收引起的强度相对衰减是 $b = I_2/I_1$ 。于是这部分电磁波通过第二箱组后的强度和振幅分别是

$$I_2^{(1)} = gbI_0, \quad E_2^{(1)} = \sqrt{gb} E_0.$$

从第二箱组出射的电磁波除了 $E_2^{(1)}$ 外，入射电子束通过箱组时还会直接产生共振渡越辐射电磁波 $E_2^{(2)}$ 。注意到入射电子束的速度不变，各箱组结构完全相同，因此电子束直接在各箱组产生的共振渡越辐射强度相同，于是 $E_2^{(2)} = E_0$ ，在相干共振渡越辐射条件下，这两部分电磁波按相干迭加方式来合成，即第二箱组出射的总电磁波的振幅是

$$E = E_2^{(1)} + E_2^{(2)} = E_0(1 + \sqrt{gb}) \quad (13)$$

通常电磁波因受激放大引起的相对增益 g 和介质吸收引起的相对衰减 b 和电磁波的强度无关。那么可以用类似的方法导出从第 n 个箱组出射的总电磁波振幅和强度分别是^[4]

$$E_n = E_0 \sum_{i=1}^n (\sqrt{gb})^{i-1} = \frac{(\sqrt{gb})^n - 1}{\sqrt{gb} - 1} E_0 \quad (14)$$

$$I_n = \left[\frac{(\sqrt{gb})^n - 1}{\sqrt{gb} - 1} \right]^2 I_0 = G_0^{(1)} I_0 \quad (15)$$

第二种情况是非相干共振渡越辐射情况。在这种情况下，各箱组本身是满足相同的共振渡越辐射条件，但相继箱组出射的电磁波的位相关系完全是无规则的。此时多箱组系统的辐射强度应按电磁波无规位相迭加方法来计算，它应是各分电磁波的强度的算术和。采用类似的方法，可算得第 n 个箱组出射的电磁波强度是

$$I_n = I_0 \sum_{i=1}^n (gb)^{i-1} = \frac{(gb)^n - 1}{gb - 1} I_0 = G_0^{(2)} I_0 \quad (16)$$

由(15)和(16)可以看出，不管净增益 $gb > 1$ 或是 $gb < 1$ ，多箱组系统的总增益 $G_0^{(1)}$ 和 $G_0^{(2)}$ 都大于1，或者说 $I_n > I_0$ 。如果 $gb > 1$ 。即正增益情况，那么 $I_n \gg I_0$ 。说明在正增益情况，多箱组系统比单箱组系统能发射更强的X射线或软X射线。对比(15)和(16)，可以看出 $G_0^{(1)} > G_0^{(2)}$ 。说明相干共振渡越辐射比非相干共振渡越辐射有更大的增益。当然非相干共振渡越辐射在实验上比较容易实现。

四、渡越辐射 X 激光器的展望

我们认为，如果能把箱组系统的共振渡越辐射和 Bragg 环形谐振腔结合起来的话，很有希望产生高强、定向、单色的 X 光或软 X 光激光。

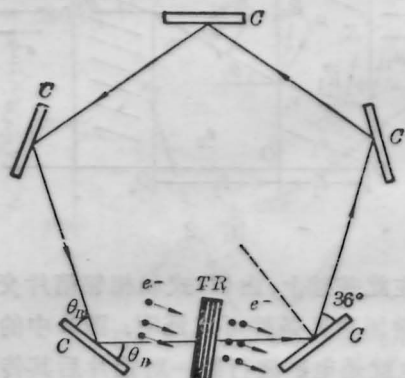


图 4

图 4 所示的包含共振渡越辐射系统 TR 的 5-镜环形 Bragg 谐振腔，是产生 X 光激光的一种可能装置。图中的 5 块反射镜是具有选频特性的 Bragg 晶体反射镜，它们分别对称地排布在正五边形的顶点。在此系统中，TR 系统所发射的 X 光通过 Bragg 晶体反射镜 C 偏折，能在此环形谐振腔中周而复

始地循环运转。如果谐振腔的有关参数选择适当的话,那么谐振腔中往复传播的电磁波有可能和 TR 系统相继发射的渡越辐射波同相迭加,不断增强系统中运转的 X 光。另外系统中往复传播的电磁波还因它和 TR 系统中的高能电子束的相互作用而受激放大。于是可以预测,在此有源谐振腔中, X 光在反复循环运转过程中会变得很强,可以间歇地发射高强度的 X 光。通过进一步的论证,还可说明 Bragg 谐振腔对其中运转的 X 光有极高的频率选择性和方向选择性。

众所周知,晶体反射镜对于那些满足 Bragg 条件

$$\lambda = 2d \sin \theta_B \quad (17)$$

的入射 X 光来说具有极高的反射率。对于那些不满足 Bragg 条件的 X 光来说基本上不反射。

Dobiasch^[5]曾提到当单色平行的软 X 光以倾角

$$\theta_B = \frac{\pi}{5}$$

的方向射到 Ge 单晶(111)面时,近乎发生镜面反射;其反射光基本上集中在镜面反射角附近的极窄的区域中。而且在某一特殊方向上其反射率 $R \approx 1$,如图 5 所示。

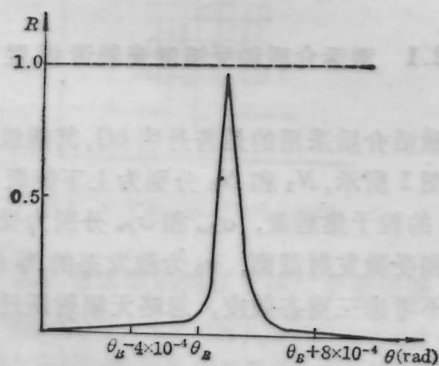


图 5

对于图 4 所示的锗单晶作反射镜的 5- μ 谐振腔来说,按照(17)式和已知的 θ_B 和 d

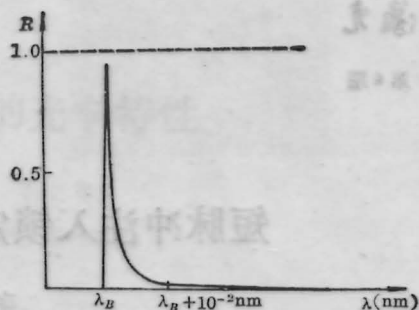


图 6

可以算出腔镜的最佳反射光的波长

$$\lambda_B = 0.3840 \text{ nm.}$$

理论和实践表明^[5],当 θ_B 和 d 选定后只有那些满足 Bragg 条件的特定波长的 X 光才有极高的镜面反射率,能够在环形腔中往复运转。对于那些稍有偏离最佳反射光波长的其它 X 光,则由于镜面对它的吸收会被很快衰减掉,如图 6 所示。

按照上述有关 Bragg 晶体反射镜的选频特性和镜面反射特性,对于这里所讨论的环形谐振腔来说,只有那些特定波长,特定传播方向的 X 光才能在此有源环形谐振腔中往复运转并被受激放大。其它那些传播方向不符合环形腔循环往复运转的光波,那些频率不满足 Bragg 条件的光波,都会因逸出损耗和镜面吸收损耗在谐振腔中很快消失。于是可以期望,图 4 所示的包含共振渡越辐射系统的 Bragg 谐振腔很有可能产生高强、定向、单色的软 X 光激光。

参 考 文 献

- 1 Piestrup M. A. et al., *IEEE J. Quant. Electr.*, QE-19, 357~364(1983)
- 2 金兹堡(钱善谱译),电磁波在等离子体中的传播(科学出版社,1978), p. 35
- 3 阮可妃,量子电子学,3(3), 222~228(1986)
- 4 严祖祺,量子电子学,2(4), 321~326(1985)
- 5 Dobiasch P. et al., *IEEE J. Quant. Electr.*, QE-19, 1812~1820(1983)