

# 光纤电流传感器传感头的结构与理论

廖延彪 陈国霖

(清华大学无线电电子学系)

## Structure and analysis of sensing heads in optical fiber current sensors

Liao Yanbiao, Chen Guolin

(Department of Radio Electronics, Qinghua University, Beijing)

**提要:** 光纤电流传感器的传感头是实现电流传感的主要元件。本文推导了传感头的光学传输矩阵,解释了实验中观察到的等效 Verdet 常数下降和非线性现象。

**关键词:** 光纤,传感器,光学传输矩阵

### 一、序 言

根据法拉第旋光效应的理论,若光纤的双折射为零,则等效 Verdet 常数应等于熔融石英的理想值  $0.0161'/\text{A}$ 。但是,我们的实验结果表明:系统的等效 Verdet 常数  $V_{\text{eff}} = 0.0155'/\text{A}$ , 小于理想值;其次,当被测电流即磁场强度增大时,等效 Verdet 常数下降了,被测电流增到 1200 A 时其值比最大等效 Verdet 常数下降了 3.5%。 $V_{\text{eff}}$  小于理想值和  $V_{\text{eff}}$  的非线性现象说明尽管交叉绕制的传感头可以使总的双折射为零,但是光纤的光学传输矩阵不能直接采用无双折射理想介质的 Jones 矩阵来描述。因此,有必要对这种传感头作理论分析,给出完整的数学描述。

### 二、理论分析

如图 1 所示。光纤沿互相垂直的平面交

替绕圈构成 8 字形,每个 8 字型由两圈光纤组成。Smith<sup>[1]</sup> 给出了石英光纤被弯曲成圆形状态下感应双折射的具体公式  $\delta = 2\pi \times 0.245/R$  (度/圈),感应双折射的慢轴方向平行于弯曲光纤形成的平面,快轴方向与此平面垂直。因为 A 圈与 B 圈平面互相垂直且弯曲半径相等,则可使 A 圈与 B 圈的双折射互相抵消,总的双折射为零。静态时 ( $I=0$ ),即旋光角为零,任何线偏振光经过一个 8 字形光纤都可以保持偏振方向不变。然而,电流不为零时交变电流将沿光纤的长度方向产生交变磁场,使得光在 8 字型光纤中传输时发生偏振面旋转,旋转方向只与磁场的方向有关。因此,光在某一轴上的投影分量不断单调变化,使得 A 圈与 B 圈的双折射不能完全抵消。由此可见,在电流不为零时,光纤电流传感器的传感头不能被当作双折射为零的理想介质。

根据 Jones 矩阵<sup>[2]</sup>, A 圈光纤的光学传

收稿日期:1987年10月5日。

输矩阵为

$$M_1 = \begin{bmatrix} \cos(\phi/2) + i \cos x \sin(\phi/2) & \\ \sin x \sin(\phi/2) & \\ -\sin x \sin(\phi/2) & \\ \cos(\phi/2) - i \cos x \sin(\phi/2) \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中

$$\phi = [\alpha^2 + (2\theta)^2]^{1/2} = (k_+ - k_-) \cdot l \quad (2)$$

$$\alpha = \delta \cdot l = 2\pi R \cdot \delta \quad (3)$$

$$\sin x = 2\theta/\phi \quad (4)$$

$$\cos x = \alpha/\phi \quad (5)$$

$$\theta = V \cdot I \quad (6)$$

其中  $\alpha$  为单圈光纤弯曲双折射引起的相移,  $\theta$  是单圈光纤中的旋光角。当光进入 B 圈时, 考虑到 B 圈光纤与 A 圈光纤的光轴互相垂直, 需要作  $90^\circ$  的坐标旋转才能用  $M_1$  描写光在 B 圈光纤中的传输。光传到 B 圈后端面, 再作一个负  $90^\circ$  坐标旋转, 使坐标系与原来的一致。因此, B 圈对应的光学传输矩阵应是

$$M_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\phi/2) + i \cos x \sin(\phi/2) & \\ -\sin x \sin(\phi/2) & \\ \sin x \sin(\phi/2) & \\ \cos(\phi/2) - i \cos x \sin(\phi/2) \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\phi/2) - i \cos x \sin(\phi/2) & \\ -\sin x \sin(\phi/2) & \\ \sin x \sin(\phi/2) & \\ \cos(\phi/2) + i \cos x \sin(\phi/2) \end{bmatrix}$$

设光纤传感头共绕有  $N$  圈光纤, 总的光学传输矩阵可以写成

$$M = [M_2 \cdot M_1]^{N/2} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}^{N/2}$$

代入  $M_1, M_2$  容易得到

$$A_{11} = 1 - 2 \sin^2 x \sin^2(\phi/2)$$

$$A_{12} = \sin \phi \sin x - i \sin 2x \cdot \sin^2(\phi/2)$$

$$A_{21} = -\sin x \sin \phi - i \sin 2x \cdot \sin^2(\phi/2)$$

$$A_{22} = A_{21}$$

根据高等代数理论, 并令

$$\begin{pmatrix} A_k & B_k \\ C_k & D_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}^k \\ = \frac{1}{\sin \varphi} \begin{pmatrix} A_{11} \sin k\varphi - \sin(k-1)\varphi & \\ A_{12} \sin k\varphi & \\ A_{21} \sin k\varphi & \\ A_{22} \sin k\varphi - \sin(k-1)\varphi \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$\text{式中 } \varphi = \arccos \frac{1}{2} (A_{11} + A_{21})$$

以  $k = \frac{N}{2}$ , 及  $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$  的表达式代入 (7) 式, 得到传感头传输矩阵的表达式为:

$$A_k = \frac{1}{\sin 2\theta'} [\sin(N\theta') \cos\theta' - \sin(N-1) \cdot \theta']$$

$$B_k = \frac{1}{\sin 2\theta'} [\sin \phi \sin x \sin(N\theta') - i \sin 2x \cdot \sin^2(\phi/2) \cdot \sin(N\theta')] \\ C_k = -B_k^* \\ D_k = A_k$$

$$\text{其中 } \theta' = \theta \cdot \frac{\sin(\alpha/2)}{\alpha/2}$$

如果采用 Wollaston 棱镜 (见图 2) 把光分作两束, 经光电探测后进行适当的运算<sup>[4]</sup>, 则能使复杂的传输矩阵的某些因子互相抵消, 得到简洁的效果。通过 Wollaston 棱镜后两束光的振幅由下式给出:

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_k & B_k \\ -B_k^* & A_k^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ E_0 \end{bmatrix}$$

电路运算之后给出最后的输出量  $P$

$$P = \frac{E_1^2 - E_2^2}{E_1^2 + E_2^2} = \frac{2\theta}{\sin 2\theta} \cdot \frac{\sin \phi}{2 \sin(\phi/2)} \times \sin \left( 2N\theta \frac{\sin(\alpha/2)}{\alpha/2} \right) \quad (8)$$

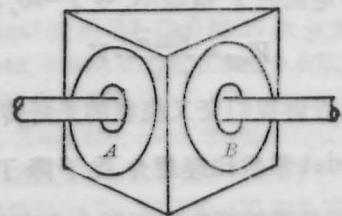


图 1 光纤绕框示意图

同样,利用  $\theta \ll 1$ ,  $\theta \ll \alpha$ , 对  $P$  的表达式化简

$$P = \frac{\sin \alpha}{2 \sin(\alpha/2)} \cdot \sin \left( 2NV I \cdot \frac{2 \sin(\alpha/2)}{\alpha} \right) \quad (9)$$

(9)式描述了光纤圈数  $N$ 、弯曲双折射引起的相移  $\alpha$ 、被测电流  $I$  以及输出函数  $P$  之间的数学关系, 它可作为设计不同应用范围和技术指标的传感头的理论依据。

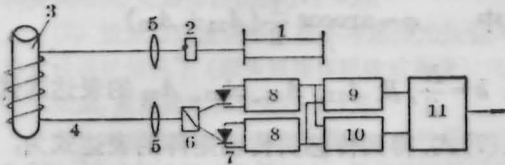


图2 光纤电流传感器系统示意图

1—He-Ne激光器; 2—偏振器; 3—母线; 4—光纤; 5—透镜; 6—Wollaston棱镜; 7—光探测器; 8—放大器; 9—减法器; 10—加法器; 11—除法器。

### 三、讨 论

#### 3.1 等效 Verdet 常数

等效 Verdet 常数是按双折射为零的理想介质, 以  $P = \sin(2NV I)$  的形式定义的

$$P = \sin(2NV_{eff} I) \quad (10)$$

$$\text{或} \quad V_{eff} = \frac{1}{2NI} \arcsin P \quad (10')$$

实验表明,  $V_{eff}$  在电流很小时达到最大值  $0.0155'/A$ , 小于理想值  $0.0161'/A$ 。现在我们用(9)式给出的  $P$  与  $I$  的函数关系, 消去(10)中的  $I$ , 得到

$$V_{eff} = \frac{2 \sin(\alpha/2)}{\alpha} \cdot \frac{\arcsin P}{\arcsin \left( \frac{2 \sin(\alpha/2)}{\sin \alpha} \cdot P \right)} \quad (11)$$

考虑到小电流时  $P$  值很小, 令  $P \rightarrow 0$ , 得到

$$V_{eff} = \frac{\sin \alpha}{\alpha} \cdot V \quad (12)$$

这个结论告诉我们交叉绕制的光纤传感头的等效 Verdet 常数比理想介质下降了  $\frac{\sin \alpha}{\alpha}$  倍, 且只与单圈的感应双折射大小有关, 与光纤的总圈数  $N$  无关。因此, 采用交叉绕制的

传感头大大降低弯曲双折射的影响, 便获得与理想介质相近的测量灵敏度。实验中采用的传感头  $N=20$ ,  $R=0.06$  m, 相应单圈光纤的弯曲双折射相移  $\alpha=25.6^\circ$ ,

$$\sin \alpha / \alpha = 0.967,$$

由(12)式得出等效 Verdet 常数的理论值

$$V_{eff} = 0.0156'/A.$$

这一结论与实验测量结果  $V_{eff}=0.0155'/A$  符合得很好, 从而解释了等效 Verdet 常数下降的原因。

#### 3.2 非线性现象

理想介质情况下, 由(10)式描写的测量值  $P$  是电流值  $I$  的正弦函数, 只有在旋转角很小时  $P$  与  $I$  才成线性关系。这种非线性现象是由所选择的测量方法带来的必然结果, 即测量对象不是直接测量角度而是通过测量特定偏振方向的光强再实行运算而得到的。对于运用计算机处理测量数据的系统, 固有的非线性可以按(10')式严格消除其影响。但是, 我们的实验事实表明, 消除了测量系统引进的非线性影响之后, 当被测电流增大时, 等效 Verdet 常数下降了, 电流  $I=1200$  A 时  $V_{eff}$  下降了 3.5%。因此, (10')式不能正确反映交叉绕制传感头的光学传输特性, 而必须采用(11)式。根据实验数据,  $I=0$  时  $P=0.2068$ , 代入(11)式得到  $V_{eff}=0.0156'/A$ , 这与  $I=0$  时的  $V_{eff}=0.0155'/A$  吻合得很好从而完全纠正了非线性的误差, 大大拓宽了仪器的测量范围。

光纤电流传感器运行时总是根据测量值  $P$  通过计算机运算给出对应的电流值。其函数关系可由(10'), (11)两式导出

$$I = \frac{1}{2NV} \times \frac{\alpha}{2 \sin(\alpha/2)} \cdot \arcsin \left( \frac{2 \sin(\alpha/2)}{\sin \alpha} \cdot P \right) \quad (13)$$

#### 参 考 文 献

- 1 A. M. Smith, *Appl. Opt.*, **17**, 52(1978)