

非相干光泵浦下压缩光的产生

张卫平 谭维翰

(中国科学院上海光机所)

Generation of squeezed light by incoherent pumping

Zhang Weiping, Tan Weihan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai)

提要: 本文应用噪声源的量子理论, 分析了一个腔内同时含增益介质及非线性介质的系统在外界非相干光泵浦下输出压缩态光的可能性。结果表明, 当系统稳定运转后, 出射场有较高的强度, 而且电场正交分量之一的起伏被压缩到标准量子限之下。

关键词: 压缩态, 非相干泵浦

一、引言

压缩态光场^[1,2]因其电场正交分量之一的起伏能被压缩到标准量子限之下, 因而在光通讯^[3]和微弱信号探测^[4]等领域展示了诱人的应用前景。近年来, 许多研究者已从理论上分析了压缩态光的产生条件。一些非线性相互作用过程, 如四波混频^[5]、参量放大^[6]等都能产生压缩态光。实验上, Slusher^[7]、Maeda^[8]等在 Na 蒸气的四波混频过程中观察到了压缩态光的存在; Ling-An Wu^[9]等在参量下转换过程中也获得了压缩光的输出。然而, 到目前为止, 产生压缩态光的系统必须借助相干光源作为泵浦, 而且输出强度受非线性过程的转换效率所限制。本文在激光系统的基础上, 在腔内插入非线性介质, 应用量子统计的方法分析了非相干光泵浦下压

缩态光的产生。由于系统噪声的存在且通过非线性耦合馈入输出场, 它将在输出光振幅的正交成份的起伏上附加一依赖于噪声的项。该项的影响在系统运转于较高强度时可以忽略。结果表明, 该系统能够输出较强的压缩光, 压缩比可达到 50% 附近。

二、理论模型与运动方程

在数学上, 压缩态可以由相干态经一压缩算子的作用而获得^[3], 即

$$|\alpha, \xi\rangle = S(\xi)|\alpha\rangle \quad (1a)$$

$$S(\xi) = \exp\left[\frac{1}{2}\xi^*a^2 - \frac{1}{2}\xi a^\dagger\right] \quad (1b)$$

$S(\xi)$ 对应着一些双光子过程。而相干态 $|\alpha\rangle$ 对应着理想激光器的输出场态。根据公式 (1), 我们在一激光腔内插入一块非线性介质

收稿日期: 1988年8月19日。

NL 而构成一理论设计系统(见图 1)。非线性介质的作用相当于在实验上实现压缩算子 $S(\xi)$ 。介质 G 由外界非相干泵浦到阈值之上而出射频率为 ω 的相干光。在设计中让反射镜 M_1 与 M_2 对频率 ω 的模几乎全反射, 即要求 $R_\omega \approx 100\%$ 。因而该模式的光将能迅速地在腔内增强。当达到一定强度后, 它将与非线性介质 NL 发生相互作用。我们选择介质 NL 具有二阶非线性 ($\chi^{(2)} \neq 0$), 而且较易实现参量下转换过程。频率为 ω 的光在腔内获得的功率通过这一过程将全部转化为 $\omega/2$ 的光的功率输出。我们期望通过这种转换能使该系统输出场的正交分量之一的起伏能被压缩到标准量子限之下。必须指出, 非线性介质 NL 的选择不是唯一的, 例如我们可以选择使它产生倍频过程输出 2ω 的光。本文仅以参量下转换过程为例来进行

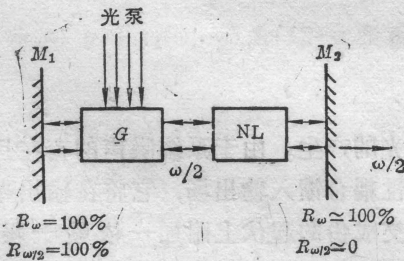


图 1 非相干泵浦产生压缩光的实验示意图

讨论。此外, 为了能在腔一端面获得 $\omega/2$ 模的最大输出, 在设计上还要求反射镜的反射率满足 $R_{\omega/2}^M \approx 100\%$ 和 $R_{\omega/2}^M \approx 0$ 。实验上可以用直接探测或差拍探测方法^[14]来检测 $\omega/2$ 的起伏压缩。根据上述分析, 系统的 Hamiltonian 可以表示为

$$H = H_0 + H_1 + H_2 \quad (2a)$$

$$H_0 = \sum_{l=0}^2 \epsilon_l \hat{N}_l + \hbar\omega \hat{b}^+ \hat{b} + \hbar\omega/2 \hat{a}^+ \hat{a} \quad (2b)$$

$$H_1 = i\hbar\mu (\hat{b}^+ \hat{M} - \hat{M}^+ \hat{b}) \quad (2c)$$

$$H_2 = i\hbar\chi/2 (\hat{b} \hat{a}^{+2} - \hat{a}^2 \hat{b}^+) \quad (2d)$$

H_0 是体系的自由 Hamiltonian。增益介质被描述为 N 个三能级原子系统。

$$\hat{N}_l = \sum_{\lambda=1}^N (|l\rangle\langle l|)_\lambda$$

是处于能级 $|l\rangle$ 的原子“粒子数”算符。

$$\hat{M} = \sum_{\lambda=1}^N (|1\rangle\langle 2|)_\lambda$$

$$\hat{M}^+ = \sum_{\lambda=1}^N (|2\rangle\langle 1|)_\lambda$$

是能级 $|2\rangle$ 和 $|1\rangle$ 之间的跃迁算符。 ϵ_l 是每个能级对应的能量。 \hat{b}^+ 、 \hat{b} 与 \hat{a} 、 \hat{a}^+ 分别是 ω 模与 $\omega/2$ 模的产生与湮没算符; 耦合系数 μ 反映了 ω 模场与增益原子能级 $|1\rangle$ 和 $|2\rangle$ 的偶极相互作用程度。 χ 是 ω 与 $\omega/2$ 模之间的非线性耦合强度。因此描述图 1 的体系的约化密度算符 $\hat{\rho}$ 遵从运动方程^[10, 11]

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{\rho}, H] + \left(\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t}\right)_F + \left(\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t}\right)_A \quad (3)$$

式中第一项给出因果行为, 第二项描述了场模和它们的热库的相互作用。最后一项描述增益介质原子与它们的光泵和阻尼热库的相互作用。在 Markovian 近似下, 后两项可以表示为

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t}\right)_F = & k\{[\hat{b}\hat{\rho}, \hat{b}^+] + [\hat{b}, \hat{\rho}\hat{b}^+] \\ & + 2n_{th}^b\{[\hat{b}, \hat{\rho}], \hat{b}^+\} + \gamma\{[\hat{a}\hat{\rho}, \hat{a}^+] \\ & + [\hat{a}, \hat{\rho}\hat{a}^+] + 2n_{th}^a\{[\hat{a}, \hat{\rho}], \hat{a}^+\}\} \end{aligned} \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t}\right)_A = & - \sum_l \frac{\Gamma_l}{2} \left\{ \sum_{\lambda=1}^N (|l\rangle\langle l|)_\lambda \hat{\rho} - \hat{\rho} \sum_{\lambda=1}^N (|l\rangle\langle l|)_\lambda \right\} \\ & + \sum_{\substack{k, l=0 \\ (k \neq l)}}^2 \left\{ d_{lk} \sum_{\lambda=1}^N (|l\rangle\langle k|)_\lambda \hat{\rho} (|k\rangle\langle l|)_\lambda \right. \\ & \left. - \Gamma_{lk}^p \sum_{\lambda=1}^N (|k\rangle\langle k|)_\lambda \hat{\rho} (|l\rangle\langle l|)_\lambda \right\} \end{aligned} \quad (4b)$$

Γ_{lk}^p 、 Γ_l 是各能级的弛豫系数, d_{lk} 是相应能级间的无辐射跃迁速率, 它们描述了光泵与原子热库对增益介质原子的影响。 k 、 γ 分别是场模热库的阻尼系数, n_{th}^b 、 n_{th}^a 则是场模热库的热平均光子数。应用标准的量子统计方法, 方程 (3) 可以转化成 c 数 Fokker-Planck 方程。由于系统 Hamiltonian 中存在非线性

性相互作用项, 一般来说传统的 Glauber P 表象展开^[12]是不适用的, 它将会导致负扩散系数的存在。然而, 根据文献[10, 13]所发展的原子与场系统算符的广义 P 表象, 选用下面的正规排序 (\hat{M}^+ , \hat{N}_2 , \hat{N}_1 , \hat{M} , \hat{b}^+ , \hat{b} , \hat{a}^+ , \hat{a}), 并定义复 c 数与算符间有如下对应关系

$$m^+ \leftrightarrow \hat{M}^+, N_2 \leftrightarrow \hat{N}_2, N_1 \leftrightarrow \hat{N}_1, m \leftrightarrow \hat{M};$$

$$\beta^+ \leftrightarrow b^+, \beta \leftrightarrow b, \alpha^+ \leftrightarrow a^+, \alpha \leftrightarrow a;$$

我们可以得到有正定扩散系数的 Fokker-Planck 方程。假定能级 $|1\rangle$ 的原子迅速地衰变到基态, 因此可以认为 $N_1 \approx 0$, 另一方面, 由于 N_2 与 N 相比相对较小, 通常保留 N_2 到二次幂, 同时忽略能级 $|1\rangle$ 的无辐射跃迁项^[12]; 在上述近似下, 经算符代数运算后, 相互作用绘景中原子-场的 c 数 Fokker-Planck 方程有如下形式

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial t} = & \left\{ -\frac{\partial}{\partial \beta} \left[-k\beta + um - \frac{\chi}{2} \alpha^2 \right] \right. \\ & - \frac{\partial}{\partial \beta^+} \left[-k\beta^+ + um^+ - \frac{\chi}{2} \alpha^{+2} \right] \\ & - \frac{\partial}{\partial \alpha} [-\gamma\alpha + \chi\alpha^+\beta] \\ & - \frac{\partial}{\partial \alpha^+} [-\gamma\alpha^+ + \chi\beta^+\alpha] \\ & - \frac{\partial}{\partial m} [-(\Gamma_{12} + i\Delta\omega)m + \mu N_2\beta] \\ & - \frac{\partial}{\partial m^+} [-(\Gamma_{12} - i\Delta\omega)m^+ + \mu N_2\beta^+] \\ & - \frac{\partial}{\partial N_2} [R_2 - \Gamma_2 N_2 - \mu(\beta^+m + \beta m^+)] \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial N_2^2} [R_2 + \Gamma_2 N_2 \\ & - \mu(\beta^+m + \beta m^+)] \\ & + \frac{\partial^2}{\partial m \partial m^+} [R_2 + (\Gamma_1 + 2\Gamma_{12}^p) N_2] \\ & + \frac{\partial^2}{\partial m^2} (\mu\beta m) + \frac{\partial^2}{\partial m^{+2}} (\mu\beta^+ m^+) \\ & + 2kn_{in}^b \frac{\partial^2}{\partial \beta^+ \partial \beta} + 2\gamma n_{in}^a \frac{\partial^2}{\partial \alpha^+ \partial \alpha} \\ & \left. + \frac{\partial^2}{\partial \alpha^{+2}} (\chi\beta^+) + \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} (\chi\beta) \right\} P \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $\Gamma_{12} = \Gamma_{12}^p + \frac{1}{2}(\Gamma_1 + \Gamma_2)$ 是原子 $|2\rangle$ 、 $|1\rangle$ 能级间的横向弛豫速率, $R_2 = Nd_{20}$ 是外界非相干光泵的抽运速率, $\Delta\omega = \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{t} - \omega$ 为 ω 场与原子能级 $|1\rangle$ 与 $|2\rangle$ 之间的失谐, 本文中考虑共振相互作用 ($\Delta\omega = 0$)。上面的 Fokker-Planck 方程的直接求解是困难的, 由标准统计方法, 它相当于下面的随机微分方程^[13]

$$\frac{d\beta^+}{dt} = -k\beta^+ + \mu m^+ - \frac{\chi}{2} \alpha^{+2} + \Gamma_\beta^+ \quad (6a)$$

$$\frac{d\beta}{dt} = -k\beta + \mu m - \frac{\chi}{2} \alpha^2 + \Gamma_\beta \quad (6b)$$

$$\frac{dm}{dt} = -\Gamma_{12}m + \mu N_2\beta + \Gamma_m \quad (6c)$$

$$\frac{dm^+}{dt} = -\Gamma_{12}m^+ + \mu N_2\beta^+ + \Gamma_m^+ \quad (6d)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = R_2 - \Gamma_2 N_2 - \mu(\beta^+m + \beta m^+) + \Gamma_{N_2} \quad (6e)$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\gamma\alpha + \chi\beta\alpha^+ + \Gamma_\alpha \quad (6f)$$

$$\frac{d\alpha^+}{dt} = -\gamma\alpha^+ + \chi\beta^+\alpha + \Gamma_\alpha^+ \quad (6g)$$

无规力之间的关联函数由方程 (5) 的二阶导数项的系数确定, 例如^[11]

$$\begin{aligned} \langle \Gamma_\beta^+(t) \Gamma_\beta(t') \rangle &= 2kn_{in}^b \delta(t-t'), \\ \langle \Gamma_\beta(t) \Gamma_\beta(t') \rangle &= 0; \\ \langle \Gamma_\alpha^+(t) \Gamma_\alpha(t') \rangle &= 2\gamma n_{in}^a \delta(t-t'), \\ \langle \Gamma_\alpha(t) \Gamma_\alpha(t') \rangle &= \chi\beta\delta(t-t'); \\ \langle \Gamma_m^+(t) \Gamma_m(t') \rangle & \\ &= [R_2 + (\Gamma_1 + 2\Gamma_{12}^p) N_2] \delta(t-t'), \\ \langle \Gamma_{N_2}(t) \Gamma_{N_2}(t') \rangle & \\ &= [R_2 + \Gamma_2 N_2 - \mu(\beta^+m \\ &+ \beta m^+)] \delta(t-t') \end{aligned} \quad (7)$$

由于原子衰变率 $\Gamma_{12} \gg \gamma, K$, 因此可以绝热消除原子变量, 方程 (6a, b) 在消除原子变量后变成

$$\frac{d\beta}{dt} = -K\beta + \frac{g\beta}{1 + \beta^+ \beta / n_0} - \frac{\chi}{2} \alpha^2 + \mathcal{L}_\beta \quad (8a)$$

$$\frac{d\beta^+}{dt} = -K\beta^+ + \frac{g\beta^+}{1+\beta^+\beta/n_0} - \frac{\chi}{2}\alpha^{+2} + \mathcal{L}_\beta^+ \quad (8b)$$

$$\langle \mathcal{L}_\beta^+(t) \mathcal{L}_\beta(t') \rangle \simeq (2Kn_{in}^b + 2g)\delta(t-t') \\ \simeq 2g\delta(t-t')$$

$$\langle \mathcal{L}_\beta(t) \mathcal{L}_\beta(t') \rangle = \langle \mathcal{L}_\beta^+(t) \mathcal{L}_\beta^+(t') \rangle \simeq 0 \quad (8d)$$

$\mathcal{L}_\beta^+(t)$ 、 $\mathcal{L}_\beta(t)$ 是由外界非相干泵浦诱致的噪声起伏力。 $g = \frac{\mu^2 R_2}{\Gamma_{12} \Gamma_2}$ 是未饱和增益系数， $n_0 = \frac{\Gamma_{12} \Gamma_2}{2\mu^2}$ 是饱和光子数。

三、稳态解与位相起伏

方程(8a, b)在没有非线性相互作用项 $\chi/2\alpha^2$ 时与单模激光的 c 数 Langevin 方程完全一致^[11]。由于非线性相互作用的存在， ω 模在腔内的净增加能量完全转换给 $\omega/2$ 模。当两个模式的光在腔内形成稳定振荡后，这种能量转换也随之达到稳定。但由于无规力的存在，两个模式的振幅与位相仍会在稳定值附近起伏。对于 ω 模而言，它的起伏主要来自于外界泵浦噪声 \mathcal{L}_β^+ 、 \mathcal{L}_β 的影响；而 $\omega/2$ 模的起伏则直接取决于非线性过程产生的起伏力 Γ_α^+ 、 Γ_α 。从图 1 可见，外界泵浦噪声并不直接影响 $\omega/2$ 模，它是通过非线性耦合而馈入该模式的。一般来说，当 ω 模运转于高阈值区域时，泵浦噪声引起的振幅起伏相对较小，常可略去，只需考虑它的位相起伏^[11]，为此作变换

$$\beta = \tilde{\beta}e^{-i\phi}, \quad \beta^+ = \tilde{\beta}^+e^{i\phi}; \\ \alpha = \tilde{\alpha}e^{-i\phi/2}, \quad \alpha^+ = \tilde{\alpha}^+e^{i\phi/2};$$

代入方程(6f, e)及(8)中，让无规力 $\mathcal{L}_\beta \mathcal{L}_\beta^+$ 对应于位相起伏，即令

$$-i\phi\tilde{\beta}e^{-i\phi} = \mathcal{L}_\beta, \quad i\phi\tilde{\beta}^+e^{i\phi} = \mathcal{L}_\beta^+ \quad (9)$$

同时忽略无规力 Γ_α 、 Γ_α^+ 及位相起伏对 $\tilde{\alpha}$ 、 $\tilde{\alpha}^+$ 影响；在(6)及(8)式中，让

$$\tilde{\alpha} = \tilde{\alpha}^+ = \tilde{\beta} = \tilde{\beta}^+ = 0,$$

我们可得稳态解

$$\tilde{\beta}_0^+ = \tilde{\beta}_0 = \gamma/\chi \quad (10a)$$

$$\frac{\chi}{2} \tilde{\alpha}_0^2 = \frac{\chi}{2} \tilde{\alpha}_0^{+2} = -K\tilde{\beta}_0 + \frac{g\tilde{\beta}_0}{1+\tilde{\beta}_0^+\tilde{\beta}_0/n_0} \quad (10b)$$

在稳态附近求解(9)式，不难得到位相起伏的关联函数与平均值^[11]

$$\langle \dot{\phi}(t) \dot{\phi}(t') \rangle = \frac{g}{\beta_0^2} \delta(t-t')$$

$$\langle e^{i(\phi(t)-\phi(t'))} \rangle = e^{-\frac{g}{2\beta_0^2}|t-t'|} \quad (11)$$

因图 1 中的反射镜对 ω 模几乎全反射，故 ω 模在腔内的损耗非常小，有 $k \simeq 0$ ；(10b) 式给出了稳态下两模式间的能量转换关系。

四、输出场的压缩量计算

稳态解(10)是忽略了无规力 Γ_α 、 Γ_α^+ 及位相起伏的影响所得到的结果。事实上，由于无规力的存在，输出变量 $\tilde{\alpha}$ 、 $\tilde{\alpha}^+$ 将在稳态附近起伏，正是这种起伏会导致场振幅正交分量起伏的压缩。因而在稳态附近重新考察方程(6f, e)，作为近似，我们有

$$\tilde{\alpha} \simeq \tilde{\alpha}_0 + \delta\tilde{\alpha}, \quad \tilde{\alpha}^+ \simeq \tilde{\alpha}_0^+ + \delta\tilde{\alpha}^+ \quad (12)$$

代入方程(6)得

$$\frac{d\delta\tilde{\alpha}}{dt} = -\gamma\delta\tilde{\alpha} + \chi\tilde{\beta}_0\delta\tilde{\alpha}^+ + \Gamma_\alpha e^{i\phi/2} + i\phi\tilde{\alpha}_0/2 \\ \frac{d\delta\tilde{\alpha}^+}{dt} = -\gamma\delta\tilde{\alpha}^+ + \chi\tilde{\beta}_0^+\delta\tilde{\alpha} + \Gamma_\alpha e^{-i\phi/2} - i\phi\tilde{\alpha}_0^+/2 \quad (13a)$$

引入新的无规力

$$\mathcal{L}(t) = \Gamma_\alpha e^{i\phi/2} + i\phi\tilde{\alpha}_0/2 \\ \mathcal{L}^+(t) = \Gamma_\alpha^+ e^{-i\phi/2} - i\phi\tilde{\alpha}_0^+/2 \quad (13b)$$

由(7)及(11)式，有

$$\langle \mathcal{L}^+(t) \mathcal{L}^+(t') \rangle = \langle \mathcal{L}(t) \mathcal{L}(t') \rangle \\ = \left(\gamma - \frac{\alpha_0^2 g}{4\beta_0^2} \right) \delta(t-t')$$

$$\langle \mathcal{L}^+(t) \mathcal{L}(t') \rangle = \frac{\alpha_0^2 g}{4\beta_0^2} \delta(t-t') \quad (13c)$$

将 $\tilde{\beta}_0$ 、 $\tilde{\alpha}_0$ 值代入(13a)中，最终有

$$\frac{d\delta\tilde{\alpha}}{dt} = -\gamma\delta\tilde{\alpha} + \gamma\delta\tilde{\alpha}^+ + \mathcal{L} \\ \frac{d\delta\tilde{\alpha}^+}{dt} = -\gamma\delta\tilde{\alpha}^+ + \gamma\delta\tilde{\alpha} + \mathcal{L}^+ \quad (13')$$

\mathcal{L} 、 \mathcal{L}^+ 是考虑了 β 的位相起伏影响后的无规力。 β 的位相起伏把泵浦噪声馈入 α 。下面我们来分析 \mathcal{L} 、 \mathcal{L}^+ 对输出场 α 的影响。在方程(13')中引入变换

$$\begin{aligned} x &= \delta\tilde{\alpha}^+ + \delta\tilde{\alpha} \\ y &= \delta\tilde{\alpha} - \delta\tilde{\alpha}^+ \end{aligned} \quad (14)$$

我们有 $\dot{\hat{x}} = \mathcal{L}_x(t)$

$$\dot{\hat{y}} = -2\gamma y + \mathcal{L}_y(t) \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{L}_x(t) \mathcal{L}_x(t') \rangle &= 2\gamma\delta(t-t') \\ \langle \mathcal{L}_y(t) \mathcal{L}_y(t') \rangle &= 2\left(\gamma - \frac{\alpha_0^2}{2\beta_0^2} g\right)\delta(t-t') \\ \langle \mathcal{L}_x(t) \mathcal{L}_x(t') \rangle &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

在初始条件 $x(0) = y(0) = 0$ 下, (15)的解是

$$\begin{aligned} x &= \int_0^t \mathcal{L}_x(t') dt' \\ y &= \int_0^t e^{-2\gamma(t-t')} \mathcal{L}_y(t') dt' \end{aligned}$$

因此

$$\begin{aligned} \langle x^2 \rangle &= 2\gamma t \\ \langle y^2 \rangle &= \frac{1}{2\gamma} \left[\gamma - \frac{\alpha_0^2}{2\beta_0^2} g \right] (1 - e^{-4\gamma t}) \end{aligned} \quad (17)$$

现在考虑如下定义的输出场振幅的正交分量

$$\begin{aligned} \hat{x}_1 &= \frac{\hat{a}e^{i\omega t/2 - i\phi/2} + \hat{a}^+e^{-i\omega t/2 + i\phi/2}}{2} \\ \hat{x}_2 &= \frac{\hat{a}e^{i\omega t/2 - i\phi/2} - \hat{a}^+e^{-i\omega t/2 + i\phi/2}}{2i} \end{aligned} \quad (18)$$

它们的偏差为^[6]

$$\begin{aligned} \langle \Delta\hat{x}_1^2 \rangle &= \frac{1}{4} (1 + \langle x^2 \rangle) \\ \langle \Delta\hat{x}_2^2 \rangle &= \frac{1}{4} (1 - \langle y^2 \rangle) \end{aligned} \quad (19)$$

由(17)及(19)式, 最终有

$$\langle \Delta\hat{x}_2^2 \rangle = \frac{1}{4} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\alpha_0^2 g}{2\beta_0^2 \gamma} \right) (1 - e^{-4\gamma t}) \right\} \quad (20)$$

五、结果与讨论

通过前四节的分析, 我们已获得了图1所示系统的稳态解与输出场振幅正交分量的偏差。由于泵浦噪声的存在, 正交分量的压

缩量 $\langle \Delta\hat{x}_2^2 \rangle$ 被限制。从(20)式可见, $\frac{\alpha_0^2 g}{2\beta_0^2 \gamma}$ 是由泵浦噪声馈入的。在较长的相互作用时间后, 即系统达到稳态, 我们有 $\gamma t \gg 1$,

$$\langle \Delta\hat{x}_2^2 \rangle \rightarrow \frac{1}{4} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\alpha_0^2 g}{2\beta_0^2 \gamma} \right) \right\}.$$

既然真空起伏 $\langle \Delta\hat{x}_2^2 \rangle_v = \frac{1}{4}$, 相对于真空起伏, 我们设计的系统的输出场正交分量 $\langle \Delta\hat{x}_2^2 \rangle$ 的压缩比

$$R \equiv \frac{\langle \Delta\hat{x}_2^2 \rangle}{\langle \Delta\hat{x}_2^2 \rangle_v} = 1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\alpha_0^2 g}{2\beta_0^2 \gamma} \right).$$

在实际的系统中, 通常有 $\gamma \sim 10^7$, $\chi \sim 10^2$, $g \sim 10^6$ 和 $n_0 \sim 10^{10}$; 根据(10)式得 $\beta_0^2 \sim 10^{10}$, $\tilde{\alpha}_0^2 \sim 10^9$; 我们立即得到压缩比 $R \sim 50.3\%$ 。由此可见, 图1所示的系统在通常情况下能输出较高强度的压缩光。输出场的稳态光子数 $n \sim \tilde{\alpha}_0^2$ 可高达 10^9 。必须指出, 在整个分析过程中, 没有计入腔内 ω 模的振幅起伏, 但对于高强度运转的系统, 这种近似是合理的, 接近实际情况。

参 考 文 献

- 1 D. F. Walls, *Nature*, **306**(10), 141 (1983)
- 2 H. P. Yuen, *Phys. Rev. A*, **13**(6), 2326 (1976)
- 3 H. P. Yuen and J. H. Shapiro, *IEEE Tran. Inform. Theory*, **IT-24**(6), 657 (1978); J. H. Shapiro and H. P. Yuen *et al.*, *IEEE Tran. Inform. Theory*, **IT-25**(2), 179 (1979)
- 4 C. M. Caves, *Phys. Rev. D*, **23**(8), 1693 (1981)
- 5 G. J. Milburn *et al.*, *JOSA B*, **1**(3), 390 (1984)
- 6 M. Wolinsky *et al.*, *Opt. Commun.*, **55**(2), 138 (1985)
- 7 R. E. Slucher and L. Hollberg *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **25**(22), 2409 (1985)
- 8 M. W. Maeda *et al.*, *Optics. Lett.*, **12**(3), 161 (1987)
- 9 Ling-Au Wu *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **57**(2), 2520 (1986)
- 10 P. D. Drummond and D. F. Walls, *Phys. Rev. A*, **23**(5), 2563 (1981)
- 11 W. H. Louisell, *Quantum Statistical Properties of Radiation*, (Wiley, New York, 1973)
- 12 R. J. Glauber, *Phys. Rev.*, **131**(6), 2767 (1963)
- 13 P. D. Drummond and G. W. Gardiner, *J. Phys. A: Math. Gen.*, **13**, 2353 (1980)
- 14 R. Loudon, *J. of Mod. Opt.*, **34**(6/7), 709 (1987)