

光学一般三值逻辑运算器件的结构*

钱秋明 李庆熊 王之江

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

Architectures of optical general three-valued logical devices

Qian Qiuming, Li Qingxiang, Wang Zhijiang

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai)

提要: 首次提出用光学线性器件实现一般三值逻辑运算的方法。除了具有一般电子多值逻辑运算器件的优点外,还可用于全并行运算,输入输出信号相同,可串接,对一般的三值逻辑运算可不用基本运算合成,直接实现。可用于更一般的多值(大于三的)逻辑运算。

关键词: 光计算, 三值逻辑器件

光学计算技术在科研、国防和工业及其它各种超大容量信息处理与数据处理中有着极为广泛的潜在应用^[1]。它和电子计算技术相比最突出的优点之一就是光的内禀并行性。在以往的光学信号处理中所使用的各种光学器件一般都能较好地发挥这一优点。在当今的光计算技术研究中,光学线性器件同样能发挥这一优点。

Alang Huang, K. H. Brenner 等提出用光学符号变换实现各种数字运算和逻辑运算^[2,3], 这些符号变换大多采用光学线性器件。J. Tanida 和 Y. Ichioka 还提出了一种无透镜阴影图变换实现各种逻辑运算的方法^[4~6], 所使用的也是各种光学线性器件。近两年内 B. L. Drake 等人又提出用四种特殊的光学三值逻辑运算器件构成全并行加(减)法器(它是一个光学线性器件和非线性器件构成的混合系统)^[7~9]。但是至今为止还没有

人研究过用光学线性器件实现最一般的逻辑运算。为此, 本文将根据一种光强和位置混合编码方法, 以光学线性器件和线性运算为基础构造一般三值逻辑运算器件, 可以方便地构成一维列阵, 它的输入和输出信号完全相同, 编码形式也完全相同, 因此串成回路没有任何困难。

一、三值逻辑及基本运算概述

对于 n 个二值逻辑变量可以构成 2^{2^n} 个开关函数, 它们一起构成布尔代数, 同样 n 个三值逻辑变量将构成 3^{3^n} 个开关函数, 它们一起构成三阶 post 代数^[10,11]。我们以 $(0, 1, 2)$ 表示三值逻辑的三个逻辑常数, 对于任意三

收稿日期: 1988年1月16日。

* 本课题得到国家自然科学基金和中国科学院上海分院青年基金的资助。

值逻辑变量 x, y, \dots , 定义 $\uparrow, \downarrow, C_0, C_1$, C_2 逻辑运算如下:

1. $0 \uparrow X = X, 2 \downarrow Y = Y.$
2. a. $C_0(x) \uparrow [C_0(C_0(x)) \downarrow C_0(C_2(x))] \uparrow C_2(x) = 2$
b. $C_0(x) \downarrow C_2(x) = 0,$
 $C_0(x) \downarrow C_0(C_0(x)) = 0$
3. a. $C_2(x \uparrow y) = C_2(x) \uparrow C_2(y)$
b. $C_0(x \downarrow y) = C_0(x) \uparrow C_0(y)$
4. $C_0(0) = 2 \quad C_0(1) = 0$
 $C_2(1) = 0 \quad C_2(2) = 2$
5. $x = [1 \downarrow C_0(C_0(x))] \uparrow C_2(x)$
 $C_1(x) = C_0(C_0(x)) \downarrow C_0(C_2(x)).$

表 1 $C_0(x), C_1(x), C_2(x)$ 的计算规则

x	$C_0(x)$	$C_1(x)$	$C_2(x)$
0	2	0	0
1	0	2	0
2	0	0	2

表 1 列出了 C_0, C_1, C_2 的计算规则, 利用 $\uparrow, \downarrow, C_0, C_1, C_2$, 任意的三值函数可以表示为

$$f(u, v) = [f(0, 0) \downarrow C_0(u) \downarrow C_0(v)] \uparrow [f(0, 1) \downarrow C_0(u) \downarrow C_1(v)] \uparrow [f(0, 2) \downarrow C_0(u) \downarrow C_2(v)] \uparrow [f(1, 0) \downarrow C_1(u) \downarrow C_0(v)] \uparrow [f(1, 1) \downarrow C_1(u) \downarrow C_1(v)] \uparrow [f(1, 2) \downarrow C_1(u) \downarrow C_2(v)] \uparrow [f(2, 0) \downarrow C_2(u) \downarrow C_0(v)] \uparrow [f(2, 1) \downarrow C_2(u) \downarrow C_1(v)] \uparrow [f(2, 2) \downarrow C_2(u) \downarrow C_2(v)]$$

表 2 一种三值逻辑运算的方阵

x/y	0	1	2
0	0	0	1
1	0	1	2
2	1	2	2

例如, 对于表 2 所示的三值逻辑运算可以表示为

$$f(u, v) = [0 \downarrow C_0(u) \downarrow C_0(v)] \uparrow [0 \downarrow C_0(u) \downarrow C_1(v)] \uparrow [1 \downarrow C_0(u) \downarrow C_1(v)] \uparrow [0 \downarrow C_0(u) \downarrow C_2(v)] \uparrow [1 \downarrow C_0(u) \downarrow C_1(v)] \uparrow [2 \downarrow C_0(u) \downarrow C_1(v)] \uparrow [1 \downarrow C_0(u) \downarrow C_1(v)] \uparrow [2 \downarrow C_0(u) \downarrow C_1(v)] \uparrow [2 \downarrow C_0(u) \downarrow C_1(v)]$$

二、逻辑常数和逻辑变量的光学表示

为了用光学器件完成各种三值逻辑运算, 我们以光强位置混合编码方法表示数, 利用一种光学线性器件构成 $\uparrow, \downarrow, C_0, C_1, C_2$ 逻辑运算器件, 从而构成一般三值逻辑运算器件。

图 1(a) 给出了 $[0, 1, 2]$ 的表示方法, 其中白色表示全透光区域, 黑色表示不透光区域。

为了讨论方便, 采用图 1(b) 中的一般表示方法:

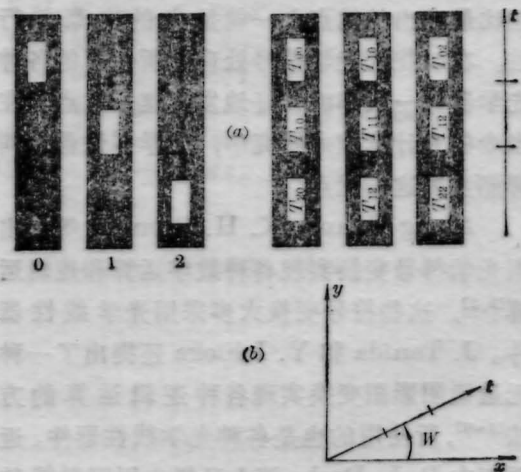


图 1 三值逻辑常数的光学编码表示

(a) $(0, 1, 2)$ 的光学编码表示; (b) 矢量 t 的概念, $t = (T_{0j}, T_{1j}, T_{2j})$, 当 $j = 0, 1, 2$ 时 t 就表示逻辑值 $[0, 1, 2]$

$$T_{ij} = \begin{cases} 0 (\text{不透光}) & \hat{i} \neq j \\ 1 (\text{透光}) & \hat{i} = j \end{cases} \quad \hat{i}, j = 0, 1, 2 \quad (1)$$

当 $j=0, 1, 2$ 时, $(T_{0j}T_{1j}T_{2j})$ 构成的图形就分别表示 $[0, 1, 2]$ 。

现引入矢量 \hat{t} 的概念, 它的正方向为 T_{0j} 单元指向 T_{2j} 单元, 它的三个分量为 (T_{0j}, T_{1j}, T_{2j}) , 令光轴为 z 轴, 沿着光的传波方向为 z 的正向, \hat{t} 总是在与 xoy 平行的平面内, 且在 xoy 面内的投影与 x 轴的夹角 w 满足, $0^\circ \leq w \leq 90^\circ$ 。

三、光学 C_0, C_1, C_2 逻辑运算器件的构造原理

利用上节所述的编码方法, 在光学上可以很方便地使用线性器件和线性运算构造 C_0, C_1, C_2 逻辑运算器件。

图 2(a) 是一个类似矢量-矩阵乘法器的运算系统^[10](与文献中的矢量-矩阵乘法器的前半部分相同)。如果 x 在 $[0, 1, 2]$ 中取值, 则当我们使用前面所述的编码方法时, 表示 x 的光学图形为

$$[T_{0x}T_{1x}T_{2x}]$$

其中 T_{ij} 由(1)式定义, 且在集合 $[0, 1]$ 中取值, 如果把 (T_{0x}, T_{1x}, T_{2x}) 作为输入矢量, 则从矩阵编码板各单元 (r_{ij}) 输出的光强为

$$\begin{matrix} r_{00}T_{0x} & r_{01}T_{1x} & r_{02}T_{2x} \\ r_{10}T_{0x} & r_{11}T_{1x} & r_{12}T_{2x} \\ r_{20}T_{0x} & r_{21}T_{1x} & r_{22}T_{2x} \end{matrix}$$

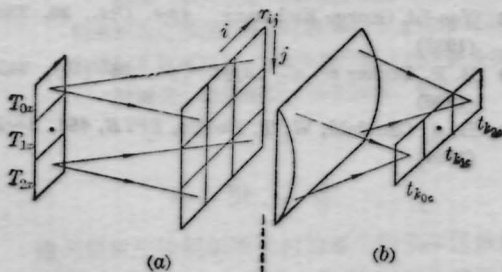


图 2 C_0, C_1, C_2 逻辑运算器的光路图

r_{ij} 表示编码板第 (\hat{i}, j) 单元的透光率, 它的取值为 0 (不透光) 或 1 (透光)。

利用图 2(b) 所示的元件 (全息或经典光学元件) 可以方便地实现以下求和运算:

$$t_{k0c} = r_{00}T_{0x} + r_{01}T_{1x} + r_{02}T_{2x}$$

$$t_{k1c} = r_{10}T_{0x} + r_{11}T_{1x} + r_{12}T_{2x}$$

$$t_{k2c} = r_{20}T_{0x} + r_{21}T_{1x} + r_{22}T_{2x}$$

如果矩阵 R 取值:

$$(1) \quad r_{ij} = \Delta_{0i}\Delta_{0j}$$

$$(2) \quad r_{ij} = \Delta_{1i}\Delta_{1j}$$

$$(3) \quad r_{ij} = \Delta_{2i}\Delta_{2j}$$

$$\Delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \hat{i} \neq j \\ 1 & \hat{i} = j \end{cases} \quad \hat{i}, j = 0, 1, 2$$

则当 $k=0, 1, 2$ 时, 就分别得到

$$\begin{cases} t_{00c} = T_{0x} \\ t_{01c} = 0 \\ t_{02c} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} t_{10c} = 0 \\ t_{11c} = T_{0x} \\ t_{12c} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} t_{20c} = 0 \\ t_{21c} = 0 \\ t_{22c} = T_{0x} \end{cases}$$

$(t_{00c}, t_{01c}, t_{02c})$, $(t_{10c}, t_{11c}, t_{12c})$ 和 $(t_{20c}, t_{21c}, t_{22c})$ 构成的图形就分别表示 $C_0(x), C_1(x), C_2(x)$ 。

四、光学一般三值逻辑运算器件和 \uparrow, \downarrow 逻辑运算器件的构造原理

4.1 光学一般三值逻辑运算器件的构造原理

图 3(a) 是一个类似矢量外积的运算系统^[10], 如果 a, b 用前面所述的编码方法, 表示 a, b 的光学图形为 $[T_{0a}T_{1a}T_{2a}]$, $[T_{0b}T_{1b}T_{2b}]$, 其中 T_{ij} 由(1)式定义, 且在集合 $[0, 1]$ 中取值, 如果把 $(T_{0a}T_{1a}T_{2a}), (T_{0b}T_{1b}T_{2b})$ 作为张量积运算系统的输入, 则可以得到以下结果:

$$\begin{matrix} T_{0a}T_{0b} & T_{0a}T_{1b} & T_{0a}T_{2b} \\ T_{1a}T_{0b} & T_{1a}T_{1b} & T_{1a}T_{2b} \\ T_{2a}T_{0b} & T_{2a}T_{1b} & T_{2a}T_{2b} \end{matrix}$$

其中 $T_{ia}T_{jb}(\hat{i}, j=0, 1, 2)$ 表示 T_{ia} 与 T_{jb} 的算术乘积。如果定义 $t_{ij}(\hat{i}=0, 1, 2)$

$$t_{0j} = r_{0ij}T_{ia}T_{jb}$$

$$\hat{t}_{1j} = r_{1ij}T_{ia}T_{jb}$$

$$t_{2f} = r_{2ij} T_{ia} T_{jb} \quad (2)$$

其中每一项中的重复指标表示求和运算。则 $t = [t_{0j} t_{1j} t_{2j}]$ 将由 $R = (r_{kij}) (i, j, k = 0, 1, 2)$ 决定, 选取不同的 R 就会得到不同的 t , 每一 R 对应一种编码板。因此选取不同的编码板就可以实现各种三值逻辑运算。(2)式中的求和在光学上可以用类似图 3(b) 所示的光路实现。显然文献[7]中所述的四种三值逻辑运算器件 T, W, T, W 可以作为本文讨论的特例。

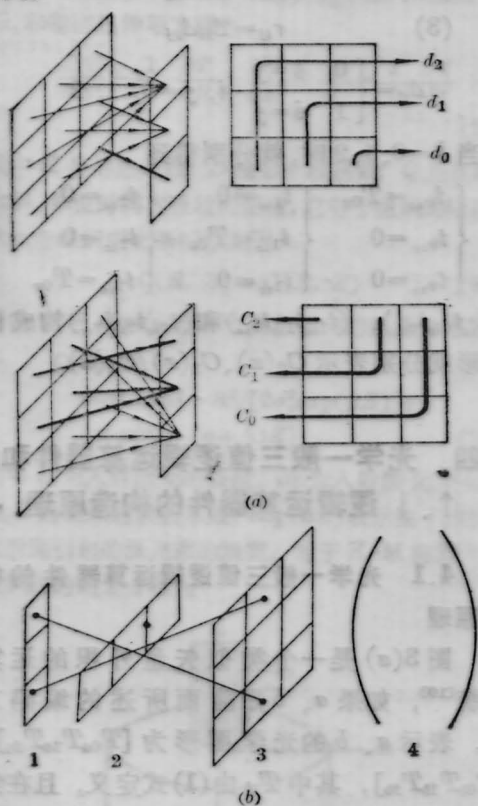


图 3

(a) 一般三值逻辑运算。(上) $(a \uparrow b)$ 运算器的求和系统; (下) $(a \downarrow b)$ 运算器的求和系统。(b) \uparrow, \downarrow 逻辑运算的光路图; 1, 2—编码输入; 3—编码矩阵 r_{ji} ; 4—求和系统

4.2 \uparrow, \downarrow 逻辑运算器件的构造原理

如果把图 3(a) 后接上图 3(b) 所示的光

学系统, 则从矩阵编码板输出的光将按如下方式求和:

$$c_0 = T_{2a} T_{0b} + T_{1a} T_{0b} + T_{0a} T_{0b} + T_{0a} T_{1b} + T_{0a} T_{2b}$$

$$c_1 = T_{2a} T_{1b} + T_{1a} T_{1b} + T_{1a} T_{2b}$$

$$c_2 = T_{2a} T_{2b}$$

$$d_0 = T_{0a} T_{0b}$$

$$d_1 = T_{1a} T_{0b} + T_{1a} T_{1b} + T_{0a} T_{1b}$$

$$d_2 = T_{2a} T_{0b} + T_{2a} T_{1b} + T_{2a} T_{2b} + T_{1a} T_{2b} + T_{0a} T_{2b}$$

$(c_0 c_1 c_2), (d_0 d_1 d_2)$ 构成的图形就分别表示 $(a \downarrow b), (a \uparrow b)$ 。

以上讨论了三值逻辑中基本运算的光学实现方法, 其实我们可以很方便地把所有概念推广到 $n (3 < n < \infty)$ 值逻辑的情形, 此时基本的逻辑运算有 $\uparrow, \downarrow, C_0, C_1, \dots, C_{n-1}$ 。前面所述的矩阵 R 变为 n 阶, 输入图形矢量称为 n 维。

参 考 文 献

- 1 王之江, 中国科学院院刊, **2** (3), 198~205 (1987)
- 2 A. Huang, "Parallel Algorithms for Optical Digital Computers", in Technical Digest, Tenth International Optical Computing Conference (1983), pp. 13~17
- 3 K.-H. Brenner, *Appl. Opt.*, **25**, 3061 (1986)
- 4 J. Tanida, Y. Ichioka, *J. Opt. Soc. Am.*, **73**, 800~809 (1982)
- 5 J. Tanida, Y. Ichioka, *J. Opt. Soc. Am.*, **A2**, 1237~1244 (1985)
- 6 J. Tanida, Y. Ichioka, *J. Opt. Soc. Am.*, **A2**, 1245~1253 (1985)
- 7 B. L. Drake et al., *Opt. Eng.*, **25**, 38 (1986)
- 8 Yao Li, George Eichmann, *Appl. Opt.*, **26**, 3338 (1987)
- 9 R. P. Bocker et al., *Appl. Opt.*, **25** (15), 2456 (1986)
- 10 H. J. Caulfield, W. T. Rhodes, *SPIE*, **456**, 2~14 (1984)