[中国激光]
第16卷 第11期

向列相液晶光学双稳态

林则明 陈书潮 周海光
（厦门大学物理系）

Optical bistability in nematic liquid crystals

Lin Zhemin, Chen Shuchao, Zhou Haiguang
(Physics Department, Xiamen University, Xiamen)

提要：本文以高斯光束传输矩阵几何光学近似分析法入手，得到向列相液晶光自聚焦和光双稳性的解析结果。很好地解释了 EBBA 液晶样品的某些实验现象；并再次证实了双稳性起源于光致重取向效应。

关键词：EBBA，光学双稳性

我们对液晶材料 EBBA(4-ethoxy-4′-n-butyl-benzy-Lideneaniline) 进行实验测定。在材料的向列相 (nematic) 温度范围 (37～80°C) 观察到自聚焦和反馈型光双稳性现象。利用高斯光束的几何光学传输矩阵分析方法，给出清晰的理论模型和简明的解析式结果，可满意地解释某些实验现象。

一、理论分析

利用基横模偏振光束 (Ar^+514.5 nm) 作输入光，传播方向为 Z 轴，入射角 ϕ_0，偏振方向在纸面内。液晶 (EBBA) 为沿面取向，予取向角 $\hat{n}_0$ 方向亦在纸面内(图1)。因此，入射光作为异常光出现。由向列相 (nematic) 液晶连续弹性体理论，在所谓单弹性系数、强锚泊和小重取向角近似下，场致重取向角可表示为[1]

$$\theta(r, z)=\frac{(\Delta\epsilon)\sin 2\phi_0}{16\pi K}(d\cdot z-z^2)|E|^2 \tag{1}$$

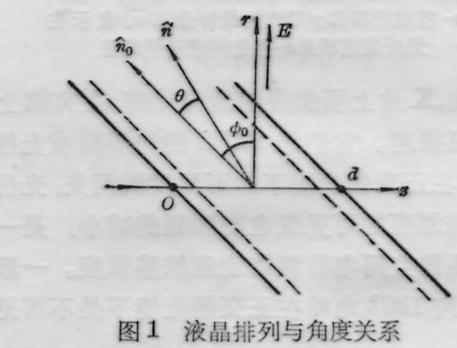

图1 液晶排列与角度关系

式中，$\Delta\epsilon\equiv\epsilon_{/\!/}-\epsilon_{\perp}$ 表示介电率各向异性，K 为弹性模量，$|E|^2$ 与总光强成比例。

入射光为基横模高斯光束。图2表示实

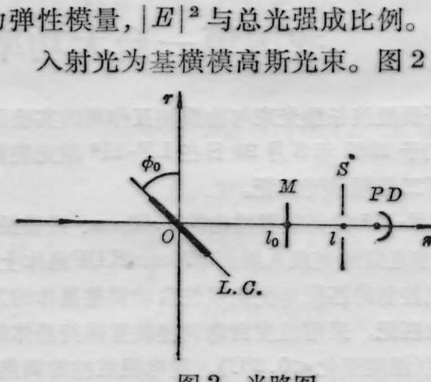

图2 光路图

收稿日期：1988年1月26日。

验光路。其中 M 为半透镜(反射率 R 大于 95%)。S 为小孔光阑。

入射光和反馈光的电场高斯分布分别表示为[2]

$$\begin{cases} E_f(r,\ z)=E_{0f}\dfrac{W_{0f}}{W_f(z)}\cdot\exp-\left[\dfrac{r^2}{W_f^2(z)}\right] \\ \quad\times\exp\left\{-i\left[kz+\dfrac{kr^2}{2R_f(z)}\right]\right\} \qquad (2a) \\ E_b(r,\ z)=E_{0b}\dfrac{W_{0b}}{W_b(z)}\cdot\exp-\left[\dfrac{r^2}{W_b^2(z)}\right] \\ \quad\times\exp+i\left[k(z-l_0)+\dfrac{kr^2}{2R_b(z)}\right] \qquad (2b) \end{cases}$$

式中 W_0 为腰斑半径; $W(z)$ 为光斑半径; $R(z)$ 为波前曲率半径; 下标 f、b 表示正向和反向; l_0 为反射镜 M 的坐标。

本文只限于讨论沿轴的积分光强双稳性现象。如果小孔 S 的直径小于高斯光束光斑大小,但又远大于光波波长,则小孔的衍射效应并不显著。在这种情况下,可以采用几何光学的描述方法(见[3])。

利用高斯光束的几何光学传输矩阵理论[2]进行分析。令

$$A\equiv\frac{E_{0f}\cdot W_{0f}}{W_f(0)};\quad B\equiv\frac{E_{0b}W_{0b}}{W_b(0)} \qquad (3)$$

显然, $|A|^2$ 由液晶层($z=0$)处的前向入射光强 $I_f(0)$ 所决定; 而 B 与反馈光束在液晶层内的反馈强弱有关。不同 B 值对应于通过小孔后的不同积分输出光强 $I_f(l)$。实验表明,加入反射镜 M 后, 出现反馈型光双稳现象,即对于一定的输入光强 $I_f(0)$, $I_f(l)$ 有两个稳定状态,分别对应于上升和下降时 $I_f(0)$ 的同一个值。去掉反馈,光双稳现象消失; $I_f(l)$ 与 $I_f(0)$ 的值一一对应,但存在着输入与输出光强的非线性关系。

由(2)式,液晶层内的总电场为

$$\begin{aligned}|E|^2=|E_f+E_b|^2=|A|^2\exp\left[-\frac{2r^2}{W_f^2(0)}\right] \\ +|B|^2\exp\left[-\frac{2r^2}{W_b^2(0)}\right]+2A \\ \times B^*\exp-r^2\left[\frac{1}{W_f^2(0)}+\frac{1}{W_b^2(0)}\right]\Bigg\} \\ \times\cos\left[2kz-kl_0+\frac{kr^2}{2}\right. \\ \left.\times\left(\frac{1}{R_f(0)}+\frac{1}{R_b(0)}\right)\right] \qquad (4)\end{aligned}$$

考虑到 $W(z)$ 及 $R(z)$ 是 z 的慢变函数,在液晶层范围内(d 取 50~100 μm 远小于高斯光束的共焦参量 $\pi W_0^2/\lambda$),可认为 W 和 R 为与 z 无关。

利用 $r<W$ 的条件,展开式(4)右前二项:

$$\exp\left[-\frac{2r^2}{W_f^2(0)}\right]\simeq1-\frac{2r^2}{W_f^2(0)};$$

$$\exp\left[-\frac{2r^2}{W_b^2(0)}\right]\simeq1-\frac{2r^2}{W_b^2(0)}$$

由图1, 电场 $\boldsymbol{E}$(略去 $\boldsymbol{E}$ 与 $\boldsymbol{D}$ 方向上的微小区别)与指向矢 $\hat{n}$ 的夹角为($\phi_0-\theta$); 则异常光折射率为[3]

$$n_e(r,\ z)=\left[\frac{\sin^2(\phi_0-\theta)}{n_\perp^2}+\frac{\cos^2(\phi_0-\theta)}{n_\parallel^2}\right]^{-\frac{1}{2}} \qquad (5)$$

在小取向角 θ 下展开上式,得到:

$$\begin{cases} n_e(r,\ z)\simeq n_e(\phi_0)+b\theta(r,\ z) \\ n_e(\phi_0)=\left[\dfrac{\sin^2\phi_0}{n_\perp^2}+\dfrac{\cos^2\phi_0}{n_\parallel^2}\right]^{-\frac{1}{2}} \\ b=\dfrac{n_\perp n_\parallel(n_\parallel^2-n_\perp^2)\sin 2\phi_0}{2[n_\parallel^2\sin^2\phi_0+n_\perp^2\cos^2\phi_0]^{3/2}} \end{cases} \qquad (6)$$

显然,$n_e(\phi_0)$ 是异常光折射率的线性部分(大小在 1~2 之间), 而 b 表示折射率的重取向非线性效应。

同样, 由于液晶层厚度 d 远小于光斑半径 W, 利用平均折射率 $\bar{n}=\dfrac{1}{d}\int_0^d n(r,\ z)dz$ 来代替实际的(二维)折射率空间分布, 其结果被证明是合理的。

注意到 (4) 式的右边第三项是空间周期函数,空间周期为 $\wedge=\pi/k$(k 为光波波数)远小于液晶厚度 d, 所以该项对积分平均值 $\bar{n}$ 的贡献趋近于零。显然, 光频电场引致的重取向效应的相移大小由 (4) 式右边头二项所决定。

由(6)、(1)、(4)各式可得:

$$
\begin{cases}
\bar{n}_e(r)=c_1-c_2r^2 \\
c_1=n_e(\phi_0) \\
\qquad +\dfrac{bd^2(\Delta\epsilon)\sin 2\phi_0}{96\pi K}(|A|^2+|B|^2) \\
c_2=\dfrac{bd^2(\Delta\epsilon)\sin 2\phi_0}{48\pi K} \\
\qquad \times\left(\dfrac{|A|^2}{W_f^2(0)}+\dfrac{|B|^2}{W_b^2(0)}\right)
\end{cases}
\tag{7}
$$

(7)式表示,液晶层等效于具有平方折射率分布的薄透镜。把小孔光阑置于反射镜 M 之后 $z=l$ 处(见图 2)。利用高斯光束的光线传输矩阵,决定 l 处的光束参数。由[$ABCD$]定律[2]

$$q_l=\frac{Aq_0+B}{Cq_0+D} \tag{8}$$

式中 q_0 表示液晶层处的输入光束参量。为分析简便,令液晶处于入射光束腰,即有

$$q_0=iZ_{cf}(0)\equiv i\frac{\pi W_{0f}^2}{\lambda} \tag{9}$$

$Z_{cf}(0)$ 表示入射高斯光束的共焦参量, W_{0f} 为相应的腰斑半径。液晶层的光线传输矩阵为[2]

$$
\begin{bmatrix}
\cos(\sqrt{x}\,d) & \sqrt{\dfrac{1}{x}}\sin(\sqrt{x}\,d) \\
-\sqrt{x}\sin(\sqrt{x}\,d) & \cos(\sqrt{x}\,d)
\end{bmatrix};
$$

$$x\equiv 2c_2/c_1 \tag{10}$$

由液晶输出端到小孔($z=l$)的光线矩阵为

$$
\begin{bmatrix} 1 & (l-d) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\simeq\begin{bmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

从而输入-输出的传输矩阵为

$$
\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\cos(\sqrt{x}\,d) & \sqrt{\dfrac{1}{x}}\sin(\sqrt{x}\,d) \\
-\sqrt{x}\sin(\sqrt{x}\,d) & \cos(\sqrt{x}\,d)
\end{bmatrix}
$$

$$
=\begin{bmatrix}
\cos\sqrt{x}\,d-l\sqrt{x}\sin(\sqrt{x}\,d) & \sqrt{\dfrac{1}{x}}\sin(\sqrt{x}\,d)+l\cos(\sqrt{x}\,d) \\
-\sqrt{x}\sin(\sqrt{x}\,d) & \cos(\sqrt{x}\,d)
\end{bmatrix}
$$

因为总有 $c_2<c_1$, $\sqrt{x}\,d\ll 1$,所以上式化简为

$$
\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}\simeq\begin{bmatrix} 1-lxd & d+l \\ -xd & 1 \end{bmatrix}
\simeq\begin{bmatrix} 1-lxd & l \\ -xd & 1 \end{bmatrix} \tag{11}
$$

另外

$$\frac{1}{q_l}=\frac{1}{R_l}-\frac{i\lambda}{\pi W_l^2} \tag{12}$$

由(8)、(9)、(11)、(12)式得到

$$R_l=\frac{l^2+Z_{cf}^2(0)\cdot(1-lxd)^2}{l-Z_{cf}^2(0)xd(1-lxd)} \tag{13}$$

$$W_l^2=\frac{\lambda}{\pi Z_{cf}(0)}\cdot[l^2+(1-lxd)^2Z_{cf}^2(0) \tag{14}$$

取(13)式分母等于 0,得到:

$$l_0=\frac{xdZ_{cf}^2(0)}{1+x^2d^2Z_{cf}^2(0)} \tag{15}$$

把(15)代入(14),得出:

$$W_0^2=\frac{\left(\dfrac{\lambda Z_{cf}(0)}{\pi}\right)}{1+x^2d^2Z_{cf}^2(0)} \tag{16}$$

下面对结果进行讨论。

1. 无反馈时的光(外部)自聚焦

令 $|B|=0$ (无反馈),

$$x=2c_2/c_1\simeq\frac{bd^2(\Delta\epsilon)\sin 2\phi_0|A|^2}{24\pi KW_f^2(0)n_e(\phi_0)}$$

式中 $|A|^2=|E_{0f}|^2$ 比例于入射光的中心光强。对 PCB、$MBBA$ 或 $EBBA$ 等液晶材料, $(\Delta\epsilon)>0$, $b>0$, $x>0$; 由(15)、(16)式,当 $x=0$ 时($|E_{0f}|^2=0$ 或 $\phi_0=0$), 腰的位置和大小不变; 反之,当 x 逐渐加大时,输出腰斑大小收缩。显然,它起源于平方折射率分布介质对高斯光束的外自聚焦效应。

2. 有反馈时的光双稳性

展开(14)式,

$$W_l^2\cong\frac{\lambda}{\pi Z_{cf}(0)}[(l^2+Z_{cf}^2(0)) -2ldZ_{cf}^2(0)x]=c_3-c_4x \tag{17}$$

式中

$$\begin{cases} c_3>0 \\ c_4>0 \end{cases} \tag{18}$$

又由(10)、(7)、(3)式得

$$x \equiv \frac{2c_2}{c_1} \cong \frac{bd^2(\Delta\epsilon)\sin 2\phi_0}{24\pi K n_e(\phi_0)} \times \left[\frac{|A|^2}{W_f^2(0)} + \frac{|E_{0b}|^2 \cdot W_0^2}{W_b^4(0)}\right] \quad (19)$$

式中，$|A|^2 = |E_{0f}|^2$ 由入射光功率决定。同样，$|E_{0b}|^2 \cdot W_0^2$ 为入射光功率的单值函数。容易证明，

$$\begin{cases} |A|^2 \cdot W_{0f}^2 = 16P_i/(1-e^{-2}) \cdot cn \\ |E_{0b}|^2 \cdot W_0^2 = 16P_i \cdot R/(1-e^{-2})cn \end{cases} \quad (20)$$

式中，P_i 为入射光功率；W_{0f}、W_0 分别为入射和输出腰斑；R 为反射镜反射率。因此，反射光斑大小 $W_b(0)$ 的变化决定光双稳效应。为分析简单起见，假定固定反射镜位置于束腰 l_0 处（在实验中，把 M 置于一会聚透镜前焦点附近）。由反向传输矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & l_0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 及 $[ABCD]$ 定律，$q_b(0) = q_b(l_0) + l_0$，$q_b(l_0) = i\pi W_0^2/\lambda$，$\dfrac{1}{q_b(0)} = \dfrac{1}{R_b(0)} - \dfrac{i\lambda}{\pi W_b^2(0)}$；利用(16)式求得

$$\frac{1}{W_b^4(0)} \cong \left[\frac{\pi Z_{cf}(0)}{\lambda}\right]^2 \frac{1}{[l_0^2 + Z_{cf}^2(0)]^2} \times \left[1 + \frac{2d^2 Z_{cf}^2(0)\,(Z_{cf}^2(0) - l_0^2)}{(Z_{cf}^2(0) + l_0^2)} x^2\right] \quad (21)$$

把(19)～(21)式代入(17)式，则有

$$W_l^2 = c' - c''x^2 \quad (22)$$

式中

$$c' = c_3 - \frac{c_4 bd^2(\Delta\epsilon)\sin 2\phi_0}{24\pi K n_e(\phi_0)} \times \left[\frac{16P_i}{(1-e^{-2})cnW_f^4(0)} + \frac{16P_iR}{(1-e^{-2})cn} \times \left(\frac{\pi}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{Z_{cf}(0)}{l_0^2 + Z_{cf}^2(0)}\right)^2\right]$$

$$c'' = \frac{c_4 bd^2(\Delta\epsilon)\sin 2\phi_0}{24\pi K n_e(\phi_0)} \cdot \frac{16P_iR}{(1-e^{-2})cn} \times \left(\frac{\pi}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{Z_{cf}^2(0)}{l_0^2 + Z_{cf}^2(0)}\right)^2 \times \frac{2d^2(Z_{cf}^2(0) - l_0^2)}{(Z_{cf}^2(0) + l_0^2)}$$

(17)和(22)式是决定光双稳态的条件。令

$$c_3 - c_4 x = c' - c''x^2,$$

当 $c''=0$ 时（无光反馈），由于 $c_3 > c'$，$c_4 > 0$，所以 x 有一个稳定解，属于光自聚焦的情形；如果反馈存在，但输入光能 P_i 较小，即 $c'' \sim 0$，第二个解相当于 $W_l^2 < 0$ 不可能存在，所以此时不存在双稳现象，如图3(a)所示。反之，当输入光强足够强，使得 c'' 很大而 c' 很小时，可能有判别式 $\Delta = c_4^2 - 4c''(c_3 - c') < 0$，此时无稳定解，出现输出光振荡，它相当于强的正反馈，如图3(c)所示。 出现光双稳的条件为 $\Delta > 0$ 而且 $\sqrt{c'/c''} < c_3/c_4$，即 $\dfrac{c_4^2}{4(c_3 - c')} > c'' > c'\left(\dfrac{c_4}{c_3}\right)^2$，由上式决定产生光双稳态的输入光范围，如图3(b)所示。

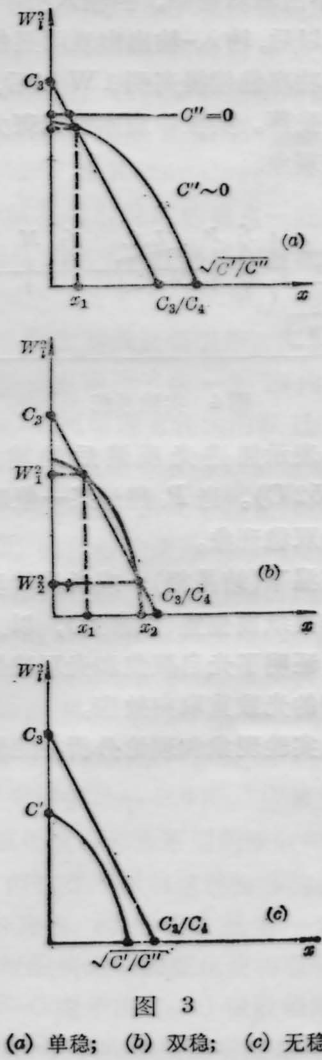

图 3

(a) 单稳；(b) 双稳；(c) 无稳

二、实验观察

实验装置如图 4 所示。样品为 EBBA。光源采用连续 Ar^+ 激光。波长 514.5 nm，单模输出，功率 5 W 以上连续可调。透镜 f_1 使输入束腰落在样品附近；反馈平面半透镜 ($R\sim95\%$) M 置于第二透镜 f_2 的前焦点附近。输出光束 1 和参考光束 2（来自 Ar^+ 激光器）2同时进入 x-y 记录仪。实验中，P_i 的变化较缓慢。对不同的温度进行测量，恒温控制为 ±0.5℃。受恒温炉限制，ϕ_0 角取8°。

当去掉 f_2 和 M 时，输入-输出曲线如图 5 所示，不出现双稳态。当输入功率 P_i 超过 200 mW 以后，输入-输出出现明显的非线性关系。当功率继续提高到 1 W 以后，出现光强的输出张落。实验中观察到光斑大小的收缩和膨胀现象。

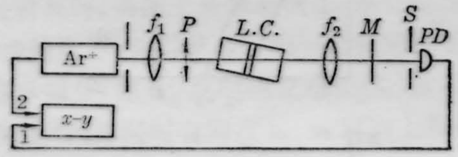

图4 实验系统

图 6 表示加进光反馈后的输入-输出曲线（$t=52$℃）。当 P_i 超过某一值时，出现明显的光双稳现象。

在室温下（结晶相），或者当转动样品使偏振取垂直纸面位置（正常光），以上实验现象消失。证明了光自聚焦和光双稳性的起源是向列相的光致重取向效应。

以上实验现象和理论分析在定性上符合很好。

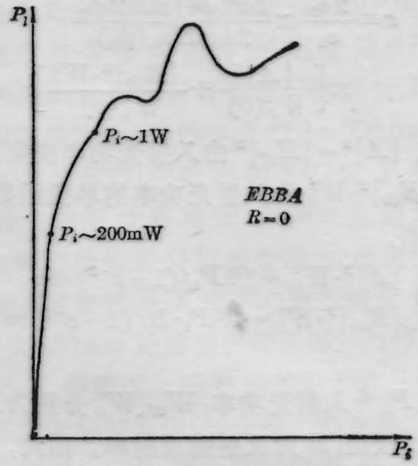

图 5

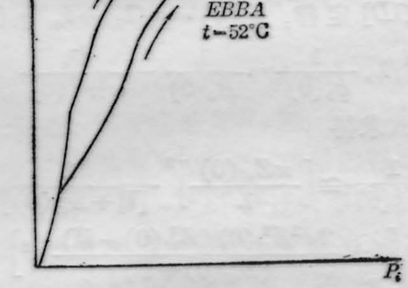

图 6

本研究课题得到福建省科学基金资助。作者还感谢厦大抗癌中心为之提供实验设备，李英玲同志封装实验样品。

参 考 文 献

1 I. C. Khoo, *Phys. Rev. A.*, **25**, 1636 (1982)

2 A. Yariv, Quantum Electronics, 1975, 112, 113

3 M. Born, E. Wolf, Principles of Optics, 1975, 680