十国激光

第16卷 第10期

Ho3+离子及 HoP5O14 晶体的光谱性质*

苏 锵 王庆元 武士学 (中国科学院长春应用化学研究所)

Spectroscopic properties of Ho³⁺ ion and HoP₅O₁₄ crystals

Su Qiang, Wang Qingyuan, Wu Shixue (Changchun Institute of Applied Chemistry, Academia Sinica, Changchun)

提要: 根据 HoP₅O₁₄ 的吸收光谱和荧光光谱,用 Judd-Ofelt 理论计算了 Ho³⁺的强度参数。并计算了激发能级的辐射跃迁速率、辐射寿命、荧光分支比和积分发射截面等光谱参数。

关键词:光谱,五磷酸钬,稀土

一、引言

 Ho^{3+} 离子是常用于激光晶体的稀土离 子之一,在稀土离子中, Ho^{3+} 具有最多的受 激发射的通道(共有 12 个通道)⁽¹¹⁾, 从 0.551 μ m 的可见区(${}^{5}S_{2} \rightarrow {}^{5}I_{8}$)至 3.914 μ m 的近 红外区(${}^{5}I_{5} \rightarrow {}^{5}I_{6}$)都可实现激光发射。其中 一些激光波长还位于大气窗口和在光纤中传 输的低损耗区域,因此, Ho^{3+} 激光器在激光 测距和光纤通讯中的可能应用引起了人们的 关注。本文研究了 HoP₅O₁₄ 晶体的光谱性质,有助于了解它作为激光材料的可能性。

二、实验结果与讨论

将 Ho₂O₃ 溶于 H₃PO₄中,在金坩埚内加 热生长出 HoP₅O₁₄ 晶体,用 UV-360 型分光 光度计测量了室温下的吸收光谱,晶片厚度 为 0.521 mm,(见图 1);用 MPF-4 型荧光 光度计测量了紫外和可见区的激发光谱和荧 光光谱(见图 2)。



图1 HoP5O14 晶体室温时的吸收光谱

收稿日期: 1988年2月8日。 *国家自然科学基金资助项目。





| 跃 迁 | 光谱范围(cm-1) | σ (cm ⁻¹) | $ ho_{exp} 	imes 10^6$ | $P_{\rm cal}{	imes}10^6$ | | |
|---|-----------------------------------|---------------------------------|------------------------|--|--|--|
| $5I_8 \rightarrow 5I_7$ | 4780~5380 | 5133.5 | 1.11 | $\begin{cases} P_{ed} = 1.18 \\ P_{md} = 0.56 \end{cases}$ | | |
| $\rightarrow 5I_6$ | 8300~8860 | 8680.1 | 0.66 | 0.88 | | |
| $\rightarrow 57_5$ | 10900~11300 | 11223 | 0.16 | 0.16 | | |
| $\rightarrow {}^{5}F_{5}$ | 15100~15900 | 15600 | 1.87 | 2.10 | | |
| \rightarrow ⁵ S ₂ , ⁵ F ₄ | 18100~19000 | 18622 | 3.27 | 2.98 | | |
| $\rightarrow {}^{5}F_{3}$ | $20280 \sim 21060$ | 20661 | 1.35 | 0.98 | | |
| $\rightarrow {}^{5}F_{2}$ | $20940 \sim 21340$ | 21142 | 0.65 | 0.56 | | |
| $\rightarrow {}^{3}K_{8}$ | 21220~21680 | 21390 | 0.32 | 0.62 | | |
| $\rightarrow {}^{5}G_{6}$ | $21680 \sim 23000$ | 22172 | 7.44 | 7.52 | | |
| $\rightarrow {}^{5}G_{5}$ | $23000 \sim 24400$ | 24010 | 1.91 | 1.70 | | |
| $\rightarrow {}^{5}G_{4}$ | $25600 \sim 26180$ | 25974 | 0.33 | 0.24 | | |
| $\rightarrow {}^{3}K_{7}$ | $26100 \sim 26400$ | 26212 | 0.093 | 0.16 | | |
| \rightarrow ³ H_5 , ³ H_6 , ⁵ G_2 | $27250 \sim 28320$ | 27624 | 2.67 | 2.16 | | |
| \rightarrow $^{3}L_{9}, {}^{5}G_{3}$ | 28320~29500 | 28986 | 0.72 | 0.71 | | |
| $\rightarrow {}^{3}K_{6}, {}^{3}F_{4}$ | 29500~30600 | 30030 | 0.48 | 0.52 | | |
| \rightarrow ³ L ₈ , ³ M ₁₀ | 33500~34500 | 34129 | 0.65 | 0.70 | | |
| \rightarrow (⁵ G, ⁵ D, ³ G) ₄ | 34300~35400 | 34843 | 1.26 | 1.64 | | |
| $\rightarrow^{/^{5}D_{4}, \ 3G_{3}, \ 3H_{4}}_{(3F_{2}, \ 1L_{8}, \ 3G_{5})}$ | 35400~36800 | 35971 | 1.41 | 1.27 | | |
| 平均根方误差 | (rms) | | 2.96×10-7 | | | |
| | $\Omega_2 = 1.45 \times 10^{-20}$ | $\tau_2 = 2.33$ | ×10 ⁻⁹ cm | | | |
| | $Q_4 = 1.40 \times 10^{-20}$ | $\tau_4 = 2.25$ | $\times 10^{-9}$ cm | | | |
| | $\Omega_6 = 1.46 \times 10^{-20}$ | cm ² $\tau_6 = 2.34$ | $\times 10^{-9}$ cm | | | |

 $\Sigma Q_{\lambda} = 4.31 \times 10^{-20} \text{cm}^2$ $\Sigma \tau_{\lambda} = 6.92 \times 10^{-9} \text{cm}$

表1 HoP₅O₄晶体中的 Ho³⁺ 振子强度 P 与强度参数 τ_{λ} 和 Ω_{λ}

2.1 Ho³⁺ 在 HoP₅**O**₁₄ 晶体中的吸收光 谱、振子强度与强度参数

利用吸收光谱求得实验的振子强度 $P_{exp.}$, 按Judd-Ofelt理论^[2,3],用最小二乘 法的计算程序从18个⁵ $I_8 \rightarrow {}^{28'+1}L_{\mu}$ 的跃迁 按公式(1)以计算机求出三个强度参数 Ω_{λ} 和 计算的振子强度 Pcalo (见表 1):

$$P_{ed} = \frac{8\pi^2 m c\sigma}{3h(2J+1)} \frac{(n^2+2)^2}{9n} \\ \times \sum_{\lambda=2,4,6} \Omega_{\lambda} |\langle f^N(S, L)J \\ \times \| \overline{U}^{(\lambda)} \| f^N(S', L')J' \rangle|^2$$
(1)

•613 •

| - | | 振子强度 P×106 | | 强度参数×10 ⁹ cm | | | | | |
|------|---|-----------------------------|----------------------------------|-------------------------|-------------------|-----------------------|---------------------------|---------------------------------|--------|
| | 体系 | $5I_{8} \rightarrow 5G_{6}$ | ${}^{5I_{8} \rightarrow 3H_{6}}$ | τ2 | τ4 | $	au_6$ | Στ _λ (J-O法) | <u>Σ</u> τ _λ (本法) | n |
| (1) | LaF3:Ho3+[10] | 4.35 | 1.48 | 1.86 | 2.21 | 1.41 | 5.48 | 5.25 | 1.6 |
| (2) | HoP5O14 | 7.44 | 2.67 | 2.34 | 2.21 | 2.47 | 7.02 | 7.66 | 1.6 |
| (3) | HClO4-DClO4[11] | 6.00 | 3.24 | 0.47 ± 0.18 | 4.05 ± 0.21 | 3.96 ± 0.21 | 8.48 ± 0.6 | 7.94 | |
| (4) | HoCl ₃ -CH ₃ OH ^[12] | 10.49 | 3.58 | 3.689 ± 0.303 | 2.872 ± 0.448 | 2.424 ± 0.303 | 8.985 ± 1.054 | 9.72 | 1.3288 |
| (5) | $\mathrm{HoCl}_{3}{\boldsymbol{\cdot}}6\mathrm{H}_{2}\mathrm{O-CH}_{3}\mathrm{OH}^{[12]}$ | 11.58 | 3.82 | 3.847 ± 0.303 | 3.570 ± 0.435 | 2.754 ± 0.303 | 10.171 ± 1.041 | 10.35 | 1.3288 |
| (6) | [HoW ₁₀ O ₃₅] ^{7-[13]} | 12.83 | - | 4.55 ± 0.17 | 3.02 ± 0.25 | ${}^{3.26\pm}_{0.18}$ | $10.83\pm$ 0.6 | 11.20 | |
| (7) | ${ m HoCl_{3}-C_{2}H_{5}OH^{[12]}}$ | 14.25 | 4.64 | 6.179 ± 0.148 | 2.531 ± 0.229 | 2.167 ± 0.148 | ${}^{10.877\pm}_{0.525}$ | 12.18 | 1.3610 |
| (8) | $HoCl_3 \cdot 6H_2O - C_2H_5OH^{[12]}$ | 15.24 | 4.64 | 6.192 ± 0.404 | 2.894 ± 0.606 | 2.234 ± 0.404 | 11.32 ± 1.414 | 12.48 | 1.3610 |
| (9) | YAlO3:Ho3+[10] | 7.45 | 2.52 | 3.91 | 5.12 | 3.29 | 12.32 | 7.48 | 1.96 |
| (10) | HoCl ₃ -n-C ₃ H ₇ OH ^[12] | 16.88 | 5.28 | 7173 ± 0.192 | 3.285 ± 0.274 | 2.437 ± 0.192 | 12.895 ± 0.658 | 13.78 | 1.3854 |
| (11) | $HoCl_3 \cdot 6H_2O-n-C_3H_7OH^{[12]}$ | 17.60 | 5.54 | 7.104 ± 0.534 | 3.449 ± 0.794 | $2.601 \pm \\ 0.534$ | 13.154 ± 1.862 | 14.32 | 1.3854 |
| (12) | Ho(PW ₁₁ O ₃₉) ₂ ^[13] | 14.16 | - | 4.63 ± 0.14 | 3.80± 0.20 | 5.20 ± 0.14 | 13.63 ± 0.48 | 12.00 | - |
| (13) | Ho(PW11O39)[13] | 17.48 | - | 6.39 ± 0.06 | 3.86 ± 0.09 | $4.34 \pm \\ 0.07$ | 14.59 ± 0.22 | 14.02 | - |
| (14) | 15BaO·85TeO2:Ho ³⁺ 玻璃 ^[14] | 35.77 | - | 14.332 ± 0.647 | 6.164 ± 1.183 | 4.570 ± 0.430 | 25.066 ± 2.26 | 25.10 | 2.10 |
| (15) | 20Na2O-80TeO2:Ho ³⁺ 玻 璃 ^[14] | 41.27 | - | 16.822 ± 0.534 | 6.842 ± 0.794 | 3.442 ± 0.497 | 27.107 ± 1.825 | 28.43 | 2.15 |
| (16) | 35ZnO.65TeO2:Ho ³⁺ 玻璃 ^[14] | 39.01 | - | 14.997 ± 0.676 | 7.887 ± 1.234 | 4.667 ± 0.450 | 27.551 ± 2.36 | 27.06 | 2.036 |

表2 在不同基质中 Ho^{3+} 的振子强度 P 与强度参数 τ_{λ} 及其总和 $\Sigma \tau_{\lambda}$

的折射率(1.60), <**□**^(ω) **↓** 是单位张量算符 的约化矩阵元^[4]。

对表 1 中的 ${}^{5}I_{8} \rightarrow {}^{5}I_{7}$ 跃迁,除了考虑 电偶极跃迁的振子强度 P_{ed} 以外,因为此跃 迁符合磁偶极跃迁的选择规则: $4J=0, \pm 1$ (0 (\Rightarrow 0), 4L=0, 4S=0,故还考虑其磁偶极 跃迁的振子强度 P_{md} 的贡献。按文献 [5] 计 算 P_{md} 值。

从表1可见,求出的三个强度参数分别 为; $\Omega_2=1.45\times10^{-20}$ cm², $\Omega_4=1.40\times10^{-20}$ cm², $\Omega_6=1.46\times10^{-20}$ cm²,或 $\tau_2=2.33\times10^{-9}$ cm, $\tau_4=2.25\times10^{-9}$ cm, $\tau_6=2.34\times10^{-9}$ cm, $\Sigma\tau_2=6.92\times10^{-9}$ cm, 由此求得的 振子强度计算值 P_{cal} 与实验值符合较好,平 均根方误差(r.m.s.)为2.96×10⁻⁷。

2.2 Ho³⁺ 离子的振子强度 P 与强度参 •614•

数的总和 Στ, 的关系

如果连同文献已报道的其他15个掺 Ho³⁺体系的强度参数 τ_{λ} 及其总和 $\Sigma \tau_{\lambda} = \tau_{2}$ + τ_{4} + τ_{6} 与振子强度 P 加以对比(见表 2), 就可以看出 $P = \Sigma \tau_{\lambda}$ 之间存在直线关系 P= $a\Sigma\tau_{\lambda}$ +b,特别是对超灵敏跃迁 ${}^{5}I_{8} \rightarrow {}^{5}G_{6}$ 和 ${}^{5}I_{8} \rightarrow {}^{3}H_{6}$ 更为明显。表 2 中一些 τ_{λ} 的数 据是按式(2)⁶⁰及折射率 n将文献中的 Ω_{λ} 换 算成 τ_{λ} 的:

$$\Omega_{\lambda} = 9.0 \times 10^{-12} \frac{m^2}{\chi} \tau_{\lambda} \qquad (2)$$

其中

根据表 2 的数据,以 TI-59 计算器求得 直线方程为:

 $\chi = \frac{n(n^2+2)^2}{9}$

 $P_1({}^5I_8 \rightarrow {}^5G_6) = 1650.6 \Sigma \tau_{\lambda}^{(1)} - 5.66 \times 10^{-6}$

| 跃 迁 | 波数 σ(cm ⁻¹) | 振子强度 P×106 | | 跃迁速率Ar(sec-1) | | ΣAr | 辐射寿命 | 荧光分支比 | 积分发 |
|---------------------------------------|----------------------------|------------|-------------------|---------------|---------|----------------------|--------------------------|-----------|--|
| | | P_{ed} . | P _{md} . | ed. | md. | (sec ⁻¹) | $\tau^{c}_{rad.}(\mu s)$ | β_c | 射截面 Σ ×10 ¹⁸ (cm) |
| $5I_7 \rightarrow 5I_8$ | 5133.5 | 1.31 | 0.56 | 59 | 25.4 | 84.4 | 11848 | 1.00 | 1.66* |
| $5I_6 \rightarrow 5I_7$ | 3546.6 | 0.68 | 0.67 | 14.6 | 14.3 | 173.6 | 5760 | 0.17 | 1.19* |
| $\rightarrow 5I_8$ | \$680 | 1.13 | | 144.7 | } | | | 0.83 | 0.996* |
| $5I_5 \rightarrow 5I_6$ | 2543 | 0.41 | | 4.6 | 1 | | | 0.035 | 0.369 |
| $\rightarrow 5I_7$ | 6090 | 1.16 | 82.5 | 73.2 | } | 129.7 | 7710 | 0.56 | 1.023* |
| $\rightarrow 5I_8$ | 11223 | 0.24 | 14.750 7 | 51.9 | | - | | 0.40 | |
| ${}^5F_5 \rightarrow {}^5I_5$ | 4377 | 0.18 | | 5.9 | 1 | | | 0.003 | 0.16 |
| $\rightarrow 5I_6$ | 6920 | 0.90 | | 73.5 | | | | 0.043 | 0.796 |
| $\rightarrow 5I_7$ | 10467 | 1.67 | 1000 | 312.5 | | 1710.9 | 584 | 0.183 | 1.479* |
| $\rightarrow 5I_8$ | 15600 | 3.17 | 1.5. 10 | 1319 | J | | | 0.771 | |
| ${}^5S_2 \rightarrow {}^5F_5$ | 2833 | 0.02 | | 0.26 |) | | 1.000 | 0.0001 | 1.1.1.1.1.1. |
| $\rightarrow 5I_5$ | 7210 | 0.36 | | 32.1 | | 1.0.0 | | 0.016 | 0.32 |
| $\rightarrow 5I_6$ | 9753 | 0.78 | | 126 | } | 2021 | 495 | 0.062 | 0.686 |
| $\rightarrow 5I_7$ | 13300 | 2.49 | NH: NA | 752.7 | 1.000 | C. | | 0.372 | 2.206* |
| $\rightarrow 5I_8$ | 18433 | 1.91 | 1.1.2 | 1110 | J | | | 0.55 | 1.693* |
| ${}^{5}F_{4} \rightarrow {}^{5}F_{5}$ | 3022 | 0.22 | 0.29 | 3.46 | 4.5 | | | 0.002 | |
| $\rightarrow 5I_5$ | 7399 | 1.12 | 1.1.1.1.1.1.1 | 104 | 1.1.1.1 | | | 0.033 | 0.985 |
| $\rightarrow 5I_6$ | 9942 | 1.06 | | 178.3 | } | 3154 | 317 | 0.057 | 0.935 |
| $\rightarrow 5I_7$ | 13489 | 0.76 | - | 237 | | | | 0.075 | 0.675 |
| $\rightarrow 5I_8$ | 18622 | 4.44 | | 2627 | J | | - | 0.833 | 3.93* |

表 3 H₀³⁺ 在 HoP₅O₁₄ 晶体中 |(S', L')J' > 和 |(S, L), J > 之间跃迁的振子强度、辐射 跃迁速率、辐射寿命、荧光分支比和积分发射截面

$$P_{2}({}^{5}I_{8} \rightarrow {}^{3}H_{6}) = 401.4 \Sigma \tau_{\lambda}^{(2)} - 0.30 \times 10^{-6}$$
$$\Sigma \tau_{\lambda} = \frac{\Sigma \tau_{\lambda}^{(1)} + \Sigma \tau_{\lambda}^{(2)}}{9}$$

利用实验测得的振子强度 P,按上式可 算出强度参数的总和 $\Sigma \tau_{\lambda}$,与用 Judd-Ofelt 理论所得的 $\Sigma \tau_{\lambda}$ 符合较好(见表 2)。在 Ho³⁺ 离子中存在这种 $P 与 \Sigma \tau_{\lambda}$ 之间的直线关系 $P=a\Sigma \tau_{\lambda}+b$,我们曾在 Nd³⁺⁽⁷⁷⁾, Tm³⁺⁽⁸³ 和 Er³⁺⁽⁹³⁾中也观察过,特别是对 4J=2的超灵 敏跃迁都存在这种关系。

2.3. Ho³⁺ 在 HoP₅O₁₄ 晶体中 的 自 发 辐射跃迁几率、辐射寿命、荧光分支比与积分 发射截面

求得 Ω_{λ} 后,可按 (1) 式及计算 P_{md} 的 公式和文献 [10] 给出的约化矩阵元 $|\langle ||U^{(\lambda)}||\rangle|^2$,计算 J 多重激发态 $|(S',L,)J'\rangle$ 和下能级 $|(\bar{S}, \bar{L})J\rangle$ 之间的振子强度 P_{ed} 和 P_{md} 。利用这些 P 和 σ 可按下式 计算 $|(S', L')J'\rangle$ 和 $|(\bar{S}, \bar{L})J\rangle$ 之间的自发辐射跃迁 速率 A_r 辐射寿命 τ_{rado}^e 和跃迁的荧光分支 比 $\beta_{c:}$

$$\begin{split} A_{r}[(S', L')J'; (\bar{S}, \bar{L})\bar{J}] &= \frac{8\pi^{2}e^{2}n^{2}\sigma^{2}}{mc} P \\ \pi^{c}_{rad} &= \{\sum_{\bar{S},\bar{L},\bar{J}} \operatorname{Ar}[(S', L')J'; (\bar{S}, \bar{L})\bar{J}]\}^{-1} \\ \beta_{\sigma}[(S', L')J'; (\bar{S}, \bar{L})\bar{J}] \\ &= \frac{\operatorname{Ar}\{(S', L')J'; (\bar{S}, \bar{L})\bar{J}]}{\sum_{\bar{S},\bar{L},\bar{J}} \operatorname{Ar}[(S', L')J'; (\bar{S}, \bar{L})\bar{J}]} \end{split}$$

其中 $\sum_{n,J}$ 是对所有可能的终多重态 $|(\bar{S}, \bar{L})$ \bar{J} 求和,表示从始态辐射衰变时的总跃迁速 率。计算所得的数据列于表 3。

目前, Ho^{3+} 约有 45 种晶体通过 12 个通 道实现激光输出⁽¹⁾, 在稀土离子中是激光通 道最多的元素, 其中以 ${}^{5}I_{7} \rightarrow {}^{5}I_{8}$ 的通道研究 最多,发射 2 μ m 激光波长。现已发现很多 具有大的振子强度和积分发射 截面 Σ 大于 10⁻¹⁸ cm 的跃迁, 或上述数值略低, 但具有荧

(下转第611页)

使用所研制的玻璃,在0.5×3×14cm 板条激 光器中实现3pps、每脉冲输出12.5J的激光运转。 通过主动锁模,在连续波钕玻璃激光器中实现了 80ps和7ps的脉冲输出^[8.9]。

鉴于磷酸盐激光玻璃的优良激光性能,国内外 均已逐步取代硅酸盐玻璃。器件设计时必须发挥其 优点,实现低输入下高质量光束的高效运转,以弥补 磷酸盐玻璃抗热炸性能方面的不足。同时注意在停 止使用时对玻璃棒的保护。生产线的实践已表明它 的工作是稳定的。

作者感谢章丕中、曹渭楼及各自的实验组在应 用方面的开拓,感谢干福熹、姜中宏教授对本工作的 支持。

参考文献

- 1 Hoya laser glasses, Hoya Corroration, 1982
- 2 Schott laser glasses, Schott Glass Technologies Ine USA
- 3 The Kigre family of laser glasses, Kigre Inc. USA, 1982
- 4 茅森 et al., 玻璃与搪瓷, 15(3), 10(1987)
- 5 毛涵芬 et al., 中国激光, 1989, 16, No11 (待发表)
- 6 Jiang Yasi et al., J. Non-Cryst. Solides, 80, 623 (1986)
- 7 Jiang Yasi et al., Collected papers XIV Intn. Congr. on Glass, 1986, NewDelhi 118
- 8 Strobel S. A. et al., Appl Phys. Lett., 45 (11), 171 (1984)
- 9 Yan L. et al., Opt. Lett., 11 (8), 502 (1986)

(上接第615页)

光分支比特别高和上能级寿命长的跃迁可以 产生激光发射^[15,16]。对于 HoP₅O₁₄ 晶体,满足 振子强度大于 1×10^{-6} 和积分发射截面大于 1×10^{-18} cm 的一些跃迁以 * 号列出于表 3 中。虽然 Ho³⁺ 的 [${}^{5}F_{4}$, ${}^{5}S_{2}$] $\rightarrow {}^{5}I_{8}$, (0.54 μ m), ${}^{5}S_{2} \rightarrow {}^{5}I_{7}(0.75 \mu$ m)和 ${}^{5}F_{5} \rightarrow {}^{5}I_{7}(0.95 \mu$ m)的振子强度和积分发射截面都较大,但 目前只在氟化物系统中实现了这些跃迁的激 光输出,在含氧化合物中尚未实现激光振荡。

晶体由白云起同志提供,特此致谢。

参考文献

- A. A. Kaminskii; Laser Crystals: Their Physics and Properties, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, New York, 1981
- 2 B. R. Judd, Phys. Rev., 127, 750(1962)
- 3 G. S. Ofelt, J. Chem. Phys., 37, 511(1962)
- 4 R. Reisfeld and C. K. Jorgensen, Laser and Excited States of Rare Earths, Springer-Verlag.

Berlin Heidelberg, New York, 1977, p. 141

- 5 M. J. Weber, Phys. Rev., 157, 262(1967)
- 6 R. D. Peacock, Structure and Bonding, 22, 83 (1975)
- 7 Su Qiang and Lu Yuhua, Rare Earths Spectroscopy, World Scientific, 1985, p. 379
- 8 Su Qiang et al., Rare Earths Spectroscopy, World Scientific, 1985, p. 385
- 9 Su Qiang et al., Chinese Physics-Lasers, 13(11), 825(1986)
- 10 M. J. Weber and B. H. Matsinger, J. Chem. Phys., 57(1), 562(1972)
- 11 W. T. Carnall et al., J.Chem. Phys., 49 (10), 4412(1968)
- 12 B. Keller et al., Chem. Phys. Lett., 92 (5), 541 (1982)
- 13 R. D. Peacock, J. Chem. Soc. A., 2028(1971)
- 14 R. Reisfeld et al., Chem. Phys. Lett., 38, 188 (1976)
- 15 J. A. Caird and L. G. DeShazer, *IEEE J.* Quant. Electr., **QE-11**, 97(1975)
- 16 J. A Caird, IEEE J. Quant. Electr., QE-11, 874(1975)