

利用光栅测量高斯光束发散度的理论计算

周 晨 波

(中国科学院光电技术研究所, 成都)

Theoretical computation for measurement of Gaussian beam divergency using grating

Zhou Chenbo

(Institute of Optics and Electronics, Academia Sinica, Chengdu)

提要: 提出了利用不同参数 Q 值光栅测量单模 TEM_{00} 激光高斯光束发散角的方法。由大量的理论计算和一元线性回归方程误差分析得到了若干组理论误差低于 1% 的能用于测量的线性关系式。

关键词: 高斯光束, 发散角, 光栅

一、前 言

在大量应用激光的实际工作中常常需要了解激光光束的有关参量, 诸如 $1/e^2$ 高斯光束直径和发散角及横场分布。这些参量在一些高技术领域中非常重要, 例如各种类型的激光扫描仪、激光唱机和激光二极管打印机等^[1]。另外, 在激光光栅干涉仪中, 由经验可知, 由于光点落到光栅刻线上, 则高斯光点的精密测定及处理将能确保干涉图形的“干净”程度。

利用光栅测量高斯光束直径在理论和实践上已做过一些工作^[2], 一般能够将不同线宽比 Q 参数的光栅用于测量高斯光束轮廓^[3]。也有用小孔法通过测量高斯光束直径测定基模激光发散角^[4], 用刀口法测量光束轮廓^[5]。本文提出利用不同 Q 值光栅测量激

光高斯光束发散度。优点是仅探测光束透射光栅后功率的最大值和最小值即可。并进一步在理论上分析计算了利用光栅测量高斯光束发散角的关系式和误差。

二、理 论 分 析

测量中, 由于探测器的尺寸限制, 探测器探测到的一般是衍射级次主极大光斑的光栅透过功率分布, 而在理论推导和实际测量中用的是功率比值, 这样, 就可以忽略光栅的衍射效应, 为实际测量工作提供了可行性和方便性, 并使理论分析简洁了。

事实上, 高斯光束发散度与光束直径紧密相关。图 1 示出在光束路上由垂直光轴的截面 S_1 和 S_2 上的光束直径所表征的激光发散角。由图 1 可知, 光束直径 $d_0 = 2r_0$; θ 为

收稿日期: 1988年4月4日。

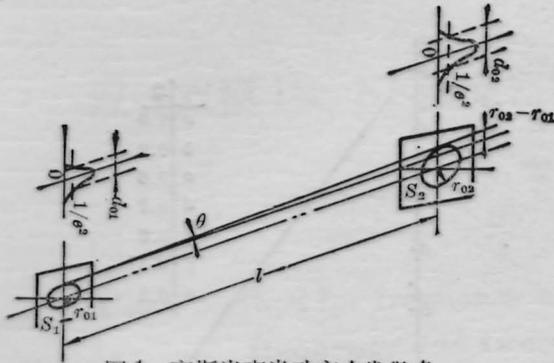


图1 高斯光束半功率点发散角

$1/e^2$ 高斯光束直径半功率张角。当我们知道了 d_{01} 、 d_{02} 和 l ，则光束发散角 θ 可表示为

$$\hat{\theta} = \text{tg}^{-1} \frac{d_{02} - d_{01}}{2l} \quad (1)$$

需确定距离 l 和 $\frac{1}{e^2}$ 处高斯光束直径。由于 l 相对于 d_{01} 或 d_{02} 是一个大量，所以 l 的测量精确度要求不是很高，而 d_{01} 和 d_{02} 的精确度对于 θ 的确定和精度至关重要。

用于测量光束参量的光栅的透明线条宽度为 η ，非透明线条宽度为 W 。[3] 给出高斯

$$K = \frac{1 - 2 \left\{ \left[\Phi \left(\frac{QW}{r_0} - \frac{2a}{r_0} \right) - \frac{1}{2} \right] - \left[\Phi \left(\frac{(2+Q)W}{r_0} - \frac{2a}{r_0} \right) - 1 \right] \right\}}{2 \left\{ \left[\Phi \left(\frac{QW}{r_0} - \frac{2a}{r_0} \right) - \frac{1}{2} \right] - \left[\Phi \left(\frac{(2+Q)W}{r_0} + \frac{2a}{r_0} \right) - 1 \right] \right\}} \quad (4)$$

公式(3)和(4)的含意是： $Q=1$ 时为等宽线条光栅既 Ronchi 光栅； $Q \neq 1$ 时表征可以使用不同黑白线宽比率的光栅进行测量； $a=0$ 时表示光栅相对于入射光束为静止状态； $a \neq 0$

光束在 P_{\max} 透过功率情况下的功率比值为

$$P_F = 2 \left\{ \left[\Phi \left(\frac{QW}{r_0} - \frac{2a}{r_0} \right) - \frac{1}{2} \right] - \left[\Phi \left(\frac{(2+\theta)W}{r_0} - \frac{2a}{r_0} \right) - 1 \right] \right\} \quad (2)$$

式中， $Q = \eta/W$ 为光栅黑白比参数； a 为 x 方向的运动变量； r_0 为 $1/e^2$ 高斯光束的半径， $\Phi(x)$ 为正态分布函数； $P_F = P_t/P_i$ 为最大透过光栅的功率与全部入射功率之比。公式(2)表征了高斯光束直径与光栅参数之间的关系。由 $P_F = P_t/P_i$ ，有：

$$P_{\max} = P_t = P_F \cdot P_i$$

$$P_{\min} = P_i - P_{\max} = P_i - P_t$$

即 $P_{\min} = P_i(1 - P_F)$
假设

$$K = \frac{P_{\min}}{P_{\max}} = \frac{1 - P_F}{P_F} \quad (3)$$

将(2)式代入(3)式，有

时表示以 a 为变量的光栅沿光束截面方向扫描可得到光束透射功率的横场分布情况^[3]。公式(3)是一个实用公式， P_F 为实际测量值。如果不求功率横场分布，则 $a=0$ ，(4)式变为

$$K = \frac{1 - 2 \left\{ \left[\Phi \left(\frac{QW}{r_0} \right) - \frac{1}{2} \right] - \left[\Phi \left(\frac{(2+Q)W}{r_0} \right) - 1 \right] \right\}}{2 \left\{ \left[\Phi \left(\frac{QW}{r_0} \right) - \frac{1}{2} \right] - \left[\Phi \left(\frac{(2+Q)W}{r_0} \right) - 1 \right] \right\}} \quad (5)$$

利用实测值 P_F 求出 K ，在已知 Q 情况下由公式(5)确定光束直径。则用 K 表达的光束发散角公式为

$$\hat{\theta} = \text{tg}^{-1} \frac{WB(K_2 - K_1)}{2l} \quad (6)$$

用 P_F 表达的发散角公式为

$$\hat{\theta} = \text{tg}^{-1} \frac{WB(P_2 - P_1)}{2l} \quad (7)$$

(7)式中 $P_1 = \frac{1 - P_{F1}}{P_{F1}} = K_1$;

$$P_2 = \frac{1 - P_{F2}}{P_{F2}} = K_2$$

B 为线性回归方程系数。

三、线性回归分析

线性回归方程形式为

$$f(x) = \frac{1}{b} x - \frac{a}{b} \quad (8)$$

由于 $W/r_0 = 2W/d_0$ 和 $d_0/W = 2r_0/W$

则令

$$\frac{d_0}{W} = BK - A \quad (9)$$

$$A = \frac{Qa}{b}, \quad B = \frac{Q}{b}$$

由公式(3)和(5)可计算出当 Q 取不同值时, $a=0$ 条件下的 d_0/W 具有一定域的线性回归方程系数 A 和 B 。图2示出系数 A 、 B 与光栅参数 Q 的关系曲线。当光栅确定即 Q 值一定时,可从中查到所对应的测量光束直径的区域及其线性关系式的系数。反之已知所要测量的区域,则可选择所需要的光栅(即确定 Q 值)。做线性回归分析并由一元线性回归方程的起码相关值判定,得到了理论计算误差约为1%左右的线性关系式。图3示出不同光栅参数 Q 值的 $K-d_0/W$ 的线性关系式曲线。计算是在PC-1500微机上完成的。

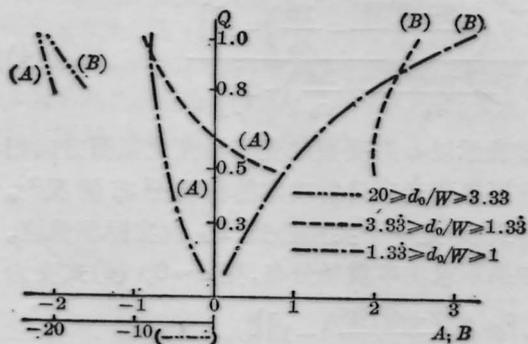


图2 光栅参数 Q 与系数 A 、 B 的关系曲线

在图3中,我们发现,定义域相同但光栅参数 Q 不同的线性回归方程系数呈单调上升趋势。实际上,在计算过程中发现包括全部区域的 $K - \frac{d_0}{W}$ 关系曲线呈非线性。所以,从测量考虑采取非线性区域内的线段分割法得到了不同 Q 值光栅的线性关系。这些关系式具有1%的理论误差。

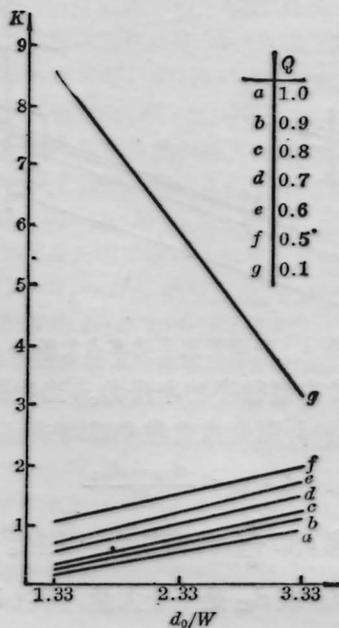


图3 $3.33 > \frac{d_0}{w} > 1.33$ 域的 $K - \frac{d_0}{w}$ 关系曲线

四、实验装置与结果

用光栅测量光束轮廓的实验装置如图4所示。其中光源为TEM₀₀ He-Ne激光器;探测器采用R₇₆₁型端窗小型光电倍增管接收经光栅扫描后的调制光信号,转换后的电信号作为 y 坐标输给 $x-y$ 函数记录仪,光栅扫描量作为 x 坐标由电感比较仪监测。采用 $Q=1$ 的光栅。计算和实验结果如图5、图6所示。由于在理论计算中忽略了衍射效应,所以在实验中仅接收经光栅衍射主极大光斑,从而使实验与理论一致。

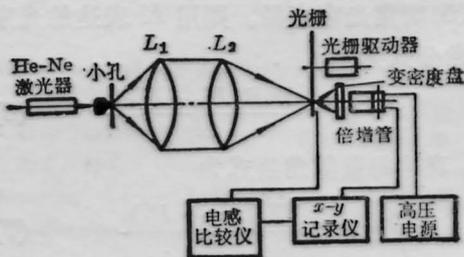


图4 实验装置原理图

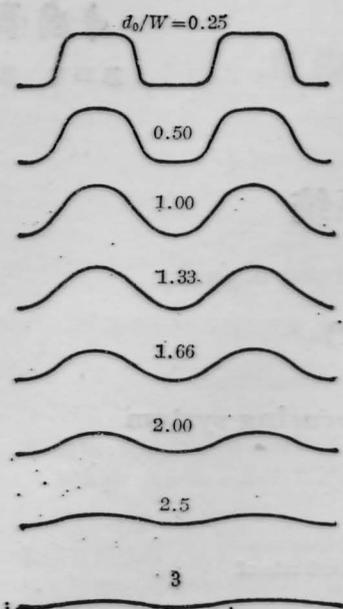


图5 理论计算的 $P-d_0/w$ 曲线

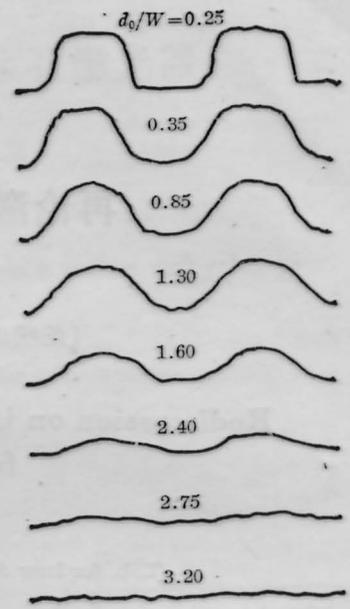


图6 实验所得的 $P-d_0/w$ 曲线

参 考 文 献

1 John M. Fleischer and C. Brechitz, *Laser and Optonics*, **6** (5), 61(1987)

2 LeRoy D. Dichson, *Opt. Engin.*, **18**(1), 70(1979)
 3 周晨波, *应用激光*, **7**(5), 223(1987)
 4 李家伟, 吴昌军, *激光与红外*, **17**(2), 46(1987)
 5 D. K. Cohen *et al.*, *Appl. Opt.*, **23**(4), 637(1984)

(上接第 608 页)

不太大,就不会对译码图像产生很大的影响,在实验中,当使 $|df_s|/f_s < 0.01$ 时,仍然没有观察到图像明显受损现象,究其原因是由于它的影响被量化噪声淹没了,因为

$$\frac{|Δq|}{q} = \frac{|ΔY(t)|}{Y(t)} < 0.01。$$

参 考 文 献

1 Zetterberg L.H., *Ericsson Technics*, **11**(1), 95 (1955)
 2 O'Neal, Jr., *B. S. T. J.*, **45**, Jan, 117(1966)
 3 Protonotarios E. N., *B. S. T. J.*, **46**(9), 2119(1967)
 4 De Jager F., *Philips Res. Rept.*, **7**, 442(1952)