

光学双稳性和激光中的相变类型的判定

马爱群 孙万钧 李淳飞

(哈尔滨工业大学)

Judgement on the type of phase transition in optical bistability and laser light

Ma Aiqun, Sun Wan jun, Li Chunfei

(Harbin Institute of Technology, Harbin)

提要: 本文应用朗道的热力学相变理论描述发生在光学双稳性系统和激光系统中的相变,应用统一的量子力学模型得到了光学双稳性系统和激光系统的势函数。提出根据势函数的形状判定相变的新方法,进而对发生在光学双稳性系统和激光系统中的相变类型进行判定。

关键词: 相变, 光学双稳性

一、前言

光学双稳性过程是一级相变的概念,首先是由 R. Bonifacio 和 L. A. Lugiato^[1]提出的。C. M. Bowden 和 C. C. Sung^[2]在文章中也提到这一问题。

本文应用朗道的热力学相变理论描述发生在光学双稳性系统和激光系统中的相变,由统一的量子力学模型得到了光学双稳性系统和激光系统的势函数,提出根据势函数的形状判定相变类型的新方法,进而对发生在光学双稳性系统和激光系统中的相变的类型进行判定。

二、朗道的热力学相变理论对发生在光学双稳性系统和激光系统中的相变的描述

根据朗道的理论^[3],相变是物质内部有

序程度的变化,不论一级相变还是二级相变都和物质内部的秩序度有关。固相转变为液相的一级相变是和固体秩序度较高的结晶构造转变为液相秩序度较低的准结晶构造相联系的。铁磁体转变为顺磁体的二级相变是由电子自旋的有序排列转变为无序排列相联系的。一级相变中,有序结构的破坏是突然发生的,而二级相变中,有序结构的破坏是逐渐连续地发生的。一级相变中,状态发生不连续变化,而二级相变中,状态的变化是连续的。

光学双稳态装置中,二能级原子在外场的作用下,从合作辐射态转变为单原子态,原子的偶极子的有序程度发生了明显的变化^[2],因而光学双稳性是一种相变现象。由于这种有序结构的破坏是突然发生的,而且状态的变化也是不连续的,因而光学双稳性系统中发生的相变是一级相变。有注入信号

收稿日期: 1988年2月4日。

的单光子激光系统中发生的相变和多光子激光系统中发生的相变同样也是一级相变。

无注入信号的单光子激光系统中的原子在阈值以下,彼此独立地发射无规则周相光波,处于一种无序态。转变到阈值以上时,原子受激发射占主导地位,此时处于一种有序态。无注入信号单光子激光系统中的原子由彼此独立的自发发射逐渐变为受激发射,有序度的破坏是逐渐发生的,因而无注入信号单光子激光系统中发生的相变是二级相变。将无注入信号的单光子激光的理论和朗道的二级相变理论进行比较,同样可确认无注入信号的单光子激光系统中发生的相变是二级相变。

光学双稳性系统和激光系统并不是热力学平衡态的物理系统,而是由通过上述系统的能流产生和维持其稳定有序的系统,是远离平衡态的开放性系统,因而发生在光学双稳性系统和激光系统中的相变是非平衡态相变。

三、根据势函数的形状判定相变的类型

热力学相变理论指出^[4],一级相变前后,热力学平衡系统的化学势相等,但熵和体积发生不连续变化,即

$$N_1 = N_2$$

$$\frac{\partial N_1}{\partial P} \neq \frac{\partial N_2}{\partial P}, \quad \frac{\partial N_1}{\partial T} \neq \frac{\partial N_2}{\partial T} \quad (3.1)$$

而二级相变前后,热力学平衡系统的化学势相等,熵和体积不变,而热容、膨胀系数和压缩系数发生不连续变化,即

$$N_1 = N_2$$

$$\frac{\partial N_1}{\partial P} = \frac{\partial N_2}{\partial P}, \quad \frac{\partial N_1}{\partial T} = \frac{\partial N_2}{\partial T} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial^2 N_1}{\partial T^2} \neq \frac{\partial^2 N_2}{\partial T^2}, \quad \frac{\partial^2 N_1}{\partial T \partial P} \neq \frac{\partial^2 N_2}{\partial T \partial P},$$

$$\frac{\partial^2 N_1}{\partial P^2} \neq \frac{\partial^2 N_2}{\partial P^2}.$$

(3.1)和(3.2)表明,化学势一级微商所代表的性质发生突变是一级相变,化学势二级微商所代表的性质发生突变是二级相变。

朗道的热力学相变理论指出^[4],由无序态变为有序态的二级相变,其热力势必须具有如下形式:

$$G = G_0(P, T) + \alpha(P, T)\eta^2 + \frac{1}{4}\beta(P, T)\eta^4 \quad (3.3)$$

其中 $G_0(P, T)$ 是无序状态下的热力势, η 是有序参量,而若系统的热力势 G 增加奇次项时,即

$$G = G_0(P, T) + \alpha(P, T)\eta^2 + \beta(P, T)\eta^4 + \gamma(P, T)\eta + \delta(P, T)\eta^3 \quad (3.4)$$

则相变种类发生了变化,而是一级相变。铁磁-顺磁相变就是这样一个典型的例子。

磁化强度 M 取作有序参量,在无外场时,系统的热力势为

$$G_0(T, M) = G_0(T, 0) + \alpha M^2 + \delta M^4 \quad (3.5)$$

此时发生的相变是二级相变。有外场时,系统的热力势为

$$G_0(T, M, \mathcal{H}) = G_0(T, 0) + \alpha M^2 + \delta M^4 - M\mathcal{H} \quad (3.6)$$

此时发生的相变是一级相变。

H. Haken把协同作用系统同热力学平衡系统进行类比,受线性谐振子的启发,建立起了力学模型,即

$$\dot{\alpha} = -\frac{\partial V}{\partial \alpha} \quad (3.7)$$

从而定义了协同作用系统的势函数 V ,这个势函数相当于热力学平衡系统的热力势 G 。这样, H. Haken就把协同作用系统同热力学平衡系统统一起来了。H. Haken在相变理论方面的创造性的工作证明了相变是普遍存在的,进一步证实了物质世界的统一性。

对热力势的分析表明,一级相变的特征是存在着滞后特性,而二级相变的特征是不存在滞后特性。

朗道的相变理论指出,一级相变的特征是状态发生突变,二级相变的特征是状态不发生突变。根据托姆的突变理论,热力势(势函数)决定了系统是否发生状态的突变,因而可根据系统的热力势(势函数)的形状判定相变的种类。根据系统的热力势(势函数)的形状判定相变种类的唯一方法可表述如下:

如果系统的热力势(势函数)有二个或二个以上不总是相等的极小值(系统有状态的突变),则该系统所发生的相变是一级相变;如果系统的热力势(势函数)仅有一个或多个总是相等的极小值(此时系统没有状态的突变),则该系统所发生的相变是二级相变。

四、光学双稳性和激光的统一 量子力学模型及其相变类型的判定

描述产生多光子(包括单光子)光学双稳性和多光子(包括单光子)激光的二能级原子系统的哈密顿量为^[6]

$$H = \omega a^\dagger a + U \sum_{i=1}^N \sigma_{i3} + \sum_{i=1}^N (g_i a^n \sigma_{i+} + g_i^* a^{\dagger n} \sigma_{i-}) + i(E a^\dagger - E^* a), \quad \hbar = C = 1, \quad U = n\omega \quad (4.1)$$

将诸算符代入海森堡运动方程进行运算,得出诸算符的运动方程后,对随机量子过程进行热力学极限变换,可得到如下三个代数方程:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\alpha} &= -K(\alpha - E) - i\eta g^*(\alpha^*)^{n-1} S \\ \dot{S} &= -\gamma_1 S + 2ig\alpha^n S_3 \\ \dot{S}_3 &= -\gamma_1(S_3 - \eta) + ig^*(\alpha^*)^n S - ig\alpha^n S^* \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

其中 α 和 E 分别和辐射场和注入场的振幅相对应, K 是腔的线宽, η 是粒子数反转,作绝热近似,即令 $\dot{S} = \dot{S}_3 = 0$, 可得

$$\dot{\alpha} = -\partial V / \partial \alpha^* \quad (4.3)$$

式中的 V 为辐射场的势函数,其具体的解析表达式为

$$V(\alpha, \alpha^*, E, E^*) = K(|\alpha|^2 - E^* \alpha - E \alpha^*) - \frac{1}{2} \eta \gamma_1 \ln \times \left[1 + \frac{4|g|^2}{\gamma_1 \gamma_1} |\alpha|^{2n} \right] \quad (4.4)$$

作如下变换:

$$\text{令 } \alpha = \sqrt{N_{sn}} x e^{i\omega t}, \quad E = \sqrt{N_{sn}} y e^{i\omega t}, \quad \text{其中} \\ N_{sn} = \left(\frac{\gamma_1 \gamma_1}{4|g|^2} \right)^{\frac{1}{n}}, \quad \text{从而有}$$

$$V(x, y) = K N_{sn} \left[x^2 - 2xy - \frac{\eta}{\eta_n} \times \frac{1}{n} \ln(1 + x^{2n}) \right] \quad (4.5)$$

$$\text{其中 } \bar{\eta}_n = \frac{2K N_{sn}}{n \gamma_1}.$$

当 $n=1, 2\eta = -1$ 时^[7], (4.5) 变为单光子光学双稳性系统的势函数:

$$V(x, y) = K N_{s1} \left[x^2 - 2xy + \frac{1}{2\eta_1} \ln(1 + x^2) \right] \quad (4.6)$$

当 $n=1, \eta > 0, y \neq 0$ 时, (4.5) 变为有注入场的单光子激光系统的势函数:

$$V(x, y) = K N_{s1} \left[x^2 - 2xy - \frac{\eta}{\eta_1} \ln(1 + x^2) \right] \quad (4.7)$$

当 $n=1, \eta > 0, y=0$ 时, (4.5) 变为无注入场的单光子激光系统的势函数,

$$V(x) = K N_{s1} \left[x^2 - \frac{\eta}{\eta_1} \ln(1 + x^2) \right] \quad (4.8)$$

当 $n > 1, 2\eta = -1$ 时, (4.5) 变为多光子光学双稳性系统的势函数,

$$V(x, y) = K N_{sn} \left[x^2 - 2xy + \frac{1}{2\eta_n} \times \frac{1}{n} \ln(1 + x^{2n}) \right] \quad (4.9)$$

当 $n > 1, \eta > 0, y \neq 0$ 时, (4.5) 变为有注入场的多光子激光系统的势函数,

$$V(x, y) = KN_{sn} \left[x^2 - 2xy - \frac{\eta}{\eta_n} \times \frac{1}{n} \ln(1+x^{2n}) \right] \quad (4.10)$$

当 $n > 1$, $\eta > 0$, $y = 0$ 时, (4.5) 变为无注入场的多光子激光系统的势函数,

$$V(x) = KN_{sn} \left[x^2 - \frac{\eta}{\eta_n} \cdot \frac{1}{n} \ln(1+x^{2n}) \right] \quad (4.11)$$

应用上述根据势函数的形状判定相变类型的新方法, 对(4.6)~(4.11)进行分析, 不难得出如下结论:

发生在单光子光学双稳性系统、多光子光学双稳性系统、有注入场的单光子激光系统、有注入场的多光子激光系统、无注入场的多光子激光系统中的相变均为一级非平衡态相变, 只有发生在无注入场的单光子激光系统中的相变是二级非平衡态相变。

五、结 束 语

本文提出的根据势函数的形状判定相变

类型的新方法, 找到了热力学平衡系统中发生的相变和协同作用系统中发生的相变之间的共同特征, 为判定相变的类型找到了一个简明的方法。应用本文所提出的原则, 对光学双稳性系统、激光系统中发生的相变进行判定, 得到了同本文所引文献中结果相一致的结论。这表明我们所提出的判定相变类型的方法是正确和行之有效的。

参 考 文 献

- 1 E. Bonifacio and L. A. Lugiato, *Opt. Commun.*, **19**, 172 (1976)
- 2 C. M. Bowden and C. C. Sung, *Phys. Rev. A*, **19**, 2392 (1979)
- 3 П. Л. 朗道 *et al.*, 杨训恺等译, 统计物理学(人民教育出版社, 1964) 11
- 4 王竹溪著, 热力学简程(人民教育出版社, 1979) 2
- 5 Hermann Haken, *Synergetics*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1977
- 6 翁兆恒 *et al.*, 光学学报, **5**, 427 (1986)
- 7 L. A. Lugiato and G. Strini, *Opt. Commun.*, **41**, 374 (1982)

更 正 启 事

本刊 1989 年第 16 卷第 6 期“不同角度激光打靶条件下等离子体 X 光辐射源的形状”一文中第 340 页上图 2、图 3 上方的照片应互换; 另, 本刊今年第 7 期第 413 页上“10.6 μm 激光对钛、锆光学薄膜的损伤”应为“1.0 6 μm 激光对钛、锆光学薄膜的损伤”。特此更正。

编辑部