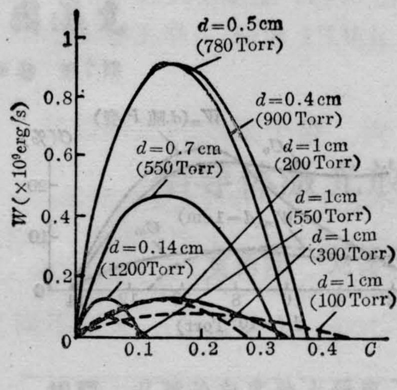
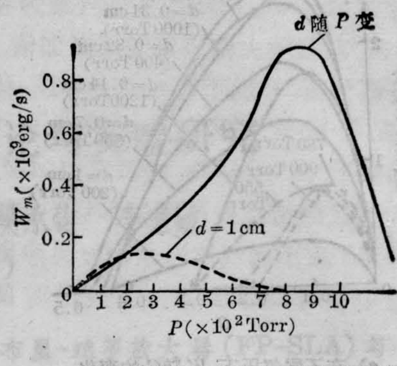


a) 在不同气压下器件(2)中 W 随 C 的变化



b) 最佳的输出功率 W_m 随气压的变化

图 5

参 考 文 献

1 Toshimitu Akiba *et al.* *IEEE J. Quant. Electr.* 1979; **QE-15**(3): 162

2 Harruhiko Nagai *et al.* *IEEE J. Quant. Electr.* 1982; **QE-18**(3): 416

3 楚泽湘 *et al.* 中国激光, 1988; **15**(1): 49

4 Chen Liyin *et al.* *Acta Optica Sinica*, 1985; **5**(2): 135

(收稿日期：1987 年 3 月 9 日)

非均匀增宽增益烧孔的描述

安承武

(华中理工大学光学系)

New expression for hole burning on gain profile with inhomogeneous broadening

An Chengwu

(Department of Optics, Huazhong University of Science and Teohnology, Wuhan)

Abstract: A strong field at ν is applied to an inhomogeneous laser medium and a very weak probing signal at ν' is used to measure the gain $G(\nu', I_\nu)$ in the medium. By means of the rate equation theory of laser and available mathematical approches, some results have been obtained, which can much better represent the hole burning on G–ν' curve and improve some present results of the rate equation theory.

一、引 言

激光物理学中，对于非均匀增宽介质，速率方程理论给出了强场 I_ν 的增益系数为[1~4]：

$$G(\nu, I_\nu)=G_i^0(\nu)/(1+I_\nu/I_s) \tag{1}$$

式中 $G_i^0(\nu)$ 是 $I_\nu=0$ 时的小信号增益系数，I_s 为介质的饱和强度。(1) 式虽然很好地给出大信号增益系数与其自身小信号增益系数的关系，但不能反映出频率为 ν 的大信号对频率为 ν' 的小信号增益系

数的影响。例如人所共知的烧孔效应并不能被(1)式如实地描述出来。Amnon Yariv 通过分析处理，给出了反映非均匀增宽的增益烧孔效应、描述频率为 ν' 的弱信号的增益系数受强场 I_ν 影响的公式为[4]:

$$G(\nu', I_\nu)=G_i^0(\nu')[(\Delta\nu_H/2)^2+(\nu-\nu')^2]/[(\nu-\nu')^2+(\Delta\nu_H/2)^2(1+I_\nu/I_s)] \quad (2)$$

式中 $\Delta\nu_H$ 为均匀线宽。既然(2)式是描述非均匀增宽的增益系数，如果它是正确的，那末当 $\nu'=\nu$ 时就应当与(1)式完全相同。然而，在 $\nu'=\nu$ 的条件下，(2)式化成:

$$G(\nu, I_\nu)=G_i^0(\nu)/(1+I_\nu/I_s) \quad (3)$$

(3)式与(1)式不能统一。因此，(2)式不是小信号 ν' 的增益系数的正确表示式。

本文仍利用速率方程理论的一些结果，采用了适当的物理构思和数学处理方法，给出强光 I_ν 作用的非均匀激活介质中信号 ν' 的增益系数的全频率特性，此时 $\nu'=\nu$ 的结果与(1)式完全相同。

二、物理构思与数学处理

设所考虑的激活介质具有 Doppler 增宽的 Gauss 线型函数:

$$g_D(\nu'', \nu_0)=(2/\Delta\nu_D)\cdot(\ln2/\pi)^{1/2}\times\exp\{-4\cdot\ln2\cdot(\nu''-\nu_0)^2/\Delta\nu_D^2\} \quad (4)$$

式中 $\Delta\nu_D$ 为 Doppler 线宽，ν_0 为原子中心频率。在以任意频率 ν' 为中心的极小区域内，激活介质具有均匀增宽的 Lorentz 线型函数:

$$g_H(\nu'', \nu')=(\Delta\nu_H/2\pi)/[(\nu''-\nu')^2+(\Delta\nu_H/2)^2] \quad (5)$$

式中 $\Delta\nu_H$ 为均匀线宽，满足:

$$\Delta\nu_D\gg\Delta\nu_H \quad (6)$$

如图1所示。激活介质的总粒子反转数密度为 Δn^0，处于频率 ν'' 处单位频率间隔的粒子反转数密度为 $\Delta n_0(\nu'')$，满足:

$$\Delta n_0(\nu'')d\nu''=\Delta n^0 g_D(\nu'', \nu_0)d\nu'' \quad (7)$$

当激活介质受频率为 ν 光强 I_ν 的光束作用后，频率 ν'' 处单位频率间隔的反转粒子数密度为 $\Delta n(\nu'')$[1]:

$$\Delta n(\nu'')=\Delta n_0(\nu'')[(\nu''-\nu)^2+(\Delta\nu_H/2)^2]/[(\nu''-\nu)^2+(\Delta\nu_H/2)^2(1+I_\nu/I_s)] \quad (8)$$

假设用一频率为 ν' 的弱信号入射到由强场 I_ν 作用的激活介质，由于所考虑的是 Doppler 增宽的激活介质，其粒子数密度分布示于图1。在整个频率范围内，所有频率 ν'' 对应的粒子反转数各自对信

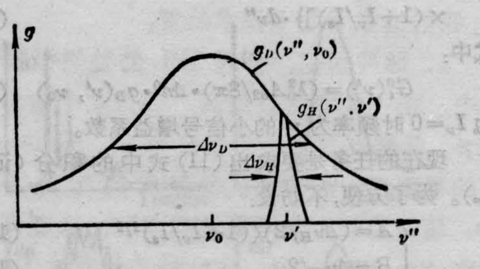


图1　介质具有的线型函数($\Delta\nu_D\gg\Delta\nu_H$)

号 ν' 的增益系数的贡献为 $dG(\nu')_{\nu''}$，由速率方程理论得到:

$$\begin{aligned}dG(\nu')_{\nu''}&=(\lambda_0^2A_{32}/8\pi)\cdot g_H(\nu'', \nu')\cdot\Delta n(\nu'')d\nu''\\&=(\lambda_0^2A_{32}/8\pi)\cdot\Delta n^0\cdot g_D(\nu'', \nu_0)\\&\quad\cdot\{[\Delta\nu_H/2\pi]/[(\nu''-\nu')^2+(\Delta\nu_H/2)^2]\}\cdot\{[(\nu''-\nu)^2+(\Delta\nu_H/2)^2]/[(\nu''-\nu)^2\\&\quad+(\Delta\nu_H/2)^2(1+I_\nu/I_s)]\}d\nu''\end{aligned} \quad (9)$$

式中 A_{32} 为激光上能级对下能级的自发辐射参数。由(9)式知，信号 ν' 的增益系数等于整个频率范围内所有粒子的贡献之和。由于 Lorentz 线型因子的存在，使得在 $|\nu''-\nu'|>\Delta\nu_H$ 的频率范围内 ν'' 对应的粒子反转数对信号 ν' 的增益系数的贡献很小[1]。因此，信号 ν' 的增益系数近似等于处于 $|\nu''-\nu'|\leqslant\Delta\nu_H$ 的频率范围内 ν'' 对应的反转粒子数的贡献之和，即:

$$\begin{aligned}G(\nu', I_\nu)&=\int_0^\infty dG(\nu', I_\nu)_{\nu''}\\&\approx\int_{\nu'-\Delta\nu_H}^{\nu'+\Delta\nu_H}(\lambda_0^2A_{32}/8\pi)\cdot(\Delta\nu_H/2\pi)\cdot\Delta n^0\cdot g_D(\nu'', \nu_0)\\&\quad\times[(\nu''-\nu)^2+(\Delta\nu_H/2)^2]/\{[(\nu''-\nu)^2+(\Delta\nu_H/2)^2(1+I_\nu/I_s)]\times[(\nu''-\nu')^2\\&\quad+(\Delta\nu_H/2)^2]\}\cdot d\nu''\end{aligned} \quad (10)$$

由(6)式知，g_D 在 $\Delta\nu_H$ 内变化很小，作为近似，可将 $g_D(\nu'', \nu_0)$ 提到积分号之外；又当 $|\nu''-\nu'|\gg\Delta\nu_H$ 时，积分效果趋于零，作为近似，可将积分区域拓宽到$(-\infty, +\infty)$。因此:

$$\begin{aligned}G(\nu', I_\nu)&\approx(\lambda_0^2A_{32}/8\pi)\cdot(\Delta\nu_H/2\pi)\cdot\Delta n^0\cdot g_D(\nu', \nu_0)\cdot\\&\quad\times\int_{\nu'-\Delta\nu_H}^{\nu'+\Delta\nu_H}[(\nu''-\nu)^2+(\Delta\nu_H/2)^2]/\{[\nu''-\nu')^2\\&\quad+(\Delta\nu_H/2)^2]\cdot[(\nu''-\nu)^2+(\Delta\nu_H/2)^2\\&\quad\times(1+I_\nu/I_s)]\}\cdot d\nu''\\&\approx G_i^0(\nu')\cdot(\Delta\nu_H/2\pi)\\&\quad\times\int_{-\infty}^{+\infty}[(\nu''-\nu)^2+(\Delta\nu_H/2)^2]/\{[(\nu''-\nu')^2\\&\quad+(\Delta\nu_H/2)^2]\cdot[(\nu''-\nu)^2+(\Delta\nu_H/2)^2\end{aligned}$$

$$\times(1+I_\nu/I_s)]\}\cdot d\nu'' \tag{11}$$

式中：

$$G_i^0(\nu')=(\lambda_0^2 A_{32}/8\pi)\cdot \Delta n^0\cdot g_D(\nu',\ \nu_0) \tag{12}$$

为 $I_\nu=0$ 时频率为 ν' 的小信号增益系数。

现在的任务是要求出(11)式中的积分(记为 I_∞)。为了方便，不妨设：

$$\begin{cases} A=(\Delta\nu_H/2)((1+I_\nu/I_s)^{1/2} & (13a)\\ B=\Delta\nu_H/2 & (13b)\\ C=\nu-\nu'=k\cdot\Delta\nu_H/2 & (13c)\\ X=\nu''-\nu & (13d)\end{cases}$$

于是，(11)式中的积分化为：

$$\begin{aligned} I_\infty&=\int_{-\infty}^{+\infty}(X^2+B^2)/\{(X^2+A^2)\\ &\quad\times[(X+C)^2+B^2]\}dX\\ &=\int_{-\infty}^{+\infty}(NX+M)/(X^2+A^2)dX\\ &\quad+\int_{-\infty}^{+\infty}(nX+m)/[(X+C)^2+B^2]dx \end{aligned} \tag{14}$$

式中 N、M、n、m 可确定为：

$$N=2C\cdot(A^2-B^2)/[(B^2+C^2-A^2)^2+4A^2C^2] \tag{15}$$

$$M=(B^2-A^2)\cdot(B^2+C^2-A^2)/[(B^2+C^2-A^2)^2+4A^2C^2] \tag{16}$$

$$n=-N \tag{17}$$

$$m=[B^2-(B^2+C^2)\cdot M]/A^2 \tag{18}$$

将(17)式代入(14)式，求积分得：

$$I_\infty=M\cdot\pi/A+(m+C\cdot N)\cdot\pi/B \tag{19}$$

将(15)、(16)、(18)代入(19)后，再将(19)代入(11)式得：

$$\begin{aligned} G(\nu',\ I_\nu)&=G_i^0(\nu')\cdot(\Delta\nu_H/2)\cdot[M/A+(m+C\cdot N)/B]\\ &=G_i^0(\nu')\cdot(\Delta\nu_H/2)\cdot[B(B^2-A^2)\\ &\quad\cdot(B^2+C^2-A^2)+AC^2\cdot(3B^2+A^2\\ &\quad+C^2)]/\{[(B^2+C^2-A^2)^2+4A^2C^2]\cdot A\cdot B\} \end{aligned} \tag{20}$$

将(13a)～(13c)代入(20)式得：

$$\begin{aligned} G(\nu',\ I_\nu)&=G_i^0(\nu')\cdot[(1+I_\nu/I_s)^{1/2}\cdot k^2\cdot(4+k^2\\ &\quad+I_\nu/I_s)-(I_\nu/I_s)\cdot(k^2\\ &\quad-I_\nu/I_s)]/\{[(k^2-I_\nu/I_s)^2+4k^2(1\\ &\quad+I_\nu/I_s)](1+I_\nu/I_s)^{1/2}\} \end{aligned} \tag{21}$$

式中 $k=(2/\Delta\nu_H)\cdot(\nu-\nu')$。(21)式就是所要求的重要结果。

三、讨　论

1. 当 $I_\nu=0$ 时，由(21)式容易得到：

$$G(\nu',\ 0)=G_i^0(\nu') \tag{22}$$

即在此条件下，(21)式描述的是非均匀增宽小信号增益曲线，这与物理事实是一致的。

2. 当 $k=(2/\Delta\nu_H)\cdot(\nu-\nu')=0$ 时，即探测信号与强场的频率一致时，(21)式变成：

$$G(\nu,\ I_\nu)=G_i^0(\nu)/(1+I_\nu/I_s)^{1/2} \tag{23}$$

它与(1)式完全相同。所以(1)式是(21)式在 $\nu'=\nu$ 时的特殊情况。

3. 把(21)式对 k 求导可得：

$$\left.\frac{dG(\nu',\ I_\nu)}{dk}\right|_{k=0}=0 \tag{24}$$

$$\left.\frac{d^2G(\nu,\ I_\nu)}{dk^2}\right|_{k=0}>0 \tag{25}$$

由(24)与(25)式可以判断，在 $k=0$ 时，$G(\nu',\ I_\nu)$ 取极小值 $G(\nu,\ I_\nu)$、即在 G–ν' 曲线上的凹陷最低处。综合以上三点讨论，可以确认(21)式是描述非均匀增宽增益系数的全频率特性(即 G–ν 曲线)的正确表达式，它如实地反映了 G–ν' 曲线上的烧孔效应，避免了(2)式那样的错误。

4. 据(21)式和烧孔深度 H_G 和烧孔宽度 $\delta\nu_G$ 的定义，容易得到：

$$\begin{aligned} H_G&=G_i^0(\nu)-G(\nu,\ I_\nu)\\ &=G_i^0(\nu)\cdot[1-(1+I_\nu/I_s)^{-1/2}] \end{aligned} \tag{26}$$

这与文献[1～4]中只讨论非均匀增宽大信号增益系数的结果是一致的。如果从(2)式考虑，就不能得到一致的结论。但由(21)式求得的烧孔宽度为：

$$\delta\nu_G=[2+I_\nu/I_s+2(1+I_\nu/I_s)^{1/2}]^{1/2}\cdot\Delta\nu_H \tag{27}$$

这与文献[1]和[4]中结果

$$\delta\nu=\Delta\nu_H\cdot(1+I_\nu/I_s)^{1/2} \tag{28}$$

是不同的。因为文献[1]中并没有给出描述增益烧孔的表达式，其结果是直接引用了粒子反转数烧孔的宽度 $\delta\nu_n$，这是欠妥的；文献[4]的结果是据(2)式而得，(2)式本身不正确，由其得到的结果当然有误。实际上，应该 $\delta\nu_G>\delta\nu_n$，因为在 G–ν' 上的烧孔，是由于 ν 附近的极小范围内的频率对应的粒子反转数对

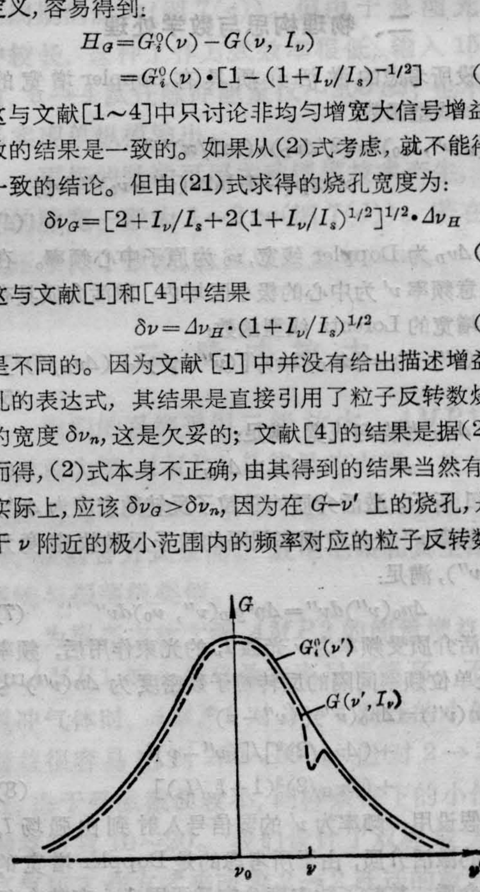


图2　G–ν 曲线上的烧孔效应

信号 ν' 的增益有贡献，从而减少了其对自身频率的信号的增益的贡献，结果使增益烧孔深度 H_G 浅于粒子反转数烧孔深度 H_n，另一方面又使 $\delta\nu_G$ 大于 $\delta\nu_n$。所以，(27) 式的结果是符合物理事实的。

5．当 $I_\nu=I_s$ 时，取不同的 k 值代入(21) 式得：

$$G(\nu', I_s)|_{k=0}=G_i^0(\nu')/\sqrt{2}$$

$$G(\nu', I_s)|_{k=\pm1/2}=G_i^0(\nu')\cdot(6\sqrt{2}+21)/41$$

$$G(\nu', I_s)_{k=\pm1}=3G_i^0(\nu')/4$$

$$\vdots$$

因此，我们可以描绘出 $G(\nu', I_\nu)$ 与 $G_i^0(\nu')$的关系曲线(如图 2 所示)。显然，(21)式表达了非均匀增宽增益曲线上的烧孔效应。

参　考　文　献

1　周炳琨等编。激光原理，国防工业出版社出版，1980 年；第 2，3 章。

2　朱如曾等译。激光物理，国防工业出版社出版，1975 年；第八章

3　Joseph T. Verdeyen. Laser Electronics, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, N. J. 07632, 1981; Ch. 8

4　Amnon Yariv. Quantum Electronics, John Wiley and Sons, Inc. 1975; Ch. 8

(收稿日期：1987 年 3 月 24 日)

双相位共轭镜组成的光腔中的高斯模

刘劲松

(西北电讯工程学院激光教研室)

Gaussian mode of a resonator formed by two phase-conjugate mirrors

Liu Jinsong

(Northwest Institute of Telecommunication Engineering, Xian)

Abstract: By introducing the transfer matrix of phase-conjugate mirror (PCM) which has explicite frequency variable, it has been derived that the Gaussian modes and stability condition in a phase-conjugate resonator (PCR) bounded by two PCM's which are formed via a nondegenerat four-wave mixing. The effect or frequency-flipping of PCM on the mode properties of the PCR has been discussed.

[1] 中用两个工作在近简并四波混频状态下的相位共轭反射镜 PCM组成了一个相位共轭腔 PCR (本文记这种 PCR 为 NPCR)，并在其中实现了稳定振荡。本文通过引入 PCM 的显含频率的光束变换矩阵，首次推出了 NPCR 中的高斯模及其稳定性条件，得到的某些结论在一定近似程度上被[1]中的某些实验结果所证实。

一、显含频率的 PCM 变换矩阵

在推导 PCR 中的高斯模时，首要的问题是需要定义一个合适的光束变换矩阵来描述 PCM 的运转。我们以 q、ρ、W、λ、ω 分别代表高斯光束的复曲率、曲率、光斑尺寸、波长及频率。以下标 r 与 i 分别代表 PCM 入射光与反射光的光束参量。对 PCM 来说，存在着如下基本关系[2]：

$$q_r=-q_i^*\cdot\omega_r/\omega_i \tag{1}$$

式中

$$\frac{1}{q_r}=\frac{1}{\rho_r}-\frac{i\lambda_r}{\pi W_r^2},\quad \frac{1}{q_i}=\frac{1}{\rho_i}-\frac{r\lambda_i}{\pi W_i^2} \tag{2}$$

设 ω_0 为 PCM 的泵浦光频率。一般情况下，$\omega_r\neq\omega_i$，并可设 $\omega_r=\omega_0+\delta$，$\omega_i=\omega_0-\delta$。其中 $|\delta|\ll\omega_0$。一般称 PCM 的反射光与入射光频率不同这一现象为它的频率跳变特性。对简并情况，$\omega_r=\omega_i=\omega_0$，频率跳变特性消失。

当 PCM 的泵浦光是平面波时，PCM 的光束变